

Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales. Secretaría de Investigación y Postgrado. Maestrías en Madera, Celulosa y Papel

Maestrando
Mario Eugenio Matiauda

Modelo de secado de madera de pino *Eliotti* a temperaturas moderadas

**Tesis de Maestría presentada para obtener el título de “Magíster en Ciencias de la Madera, Celulosa y Papel”
OCyP**

Director
Ms. Miguel Eduardo Schmalko

Co-Director
Mg. Luis Esteban Delfederico

Posadas, 1999



Esta obra está licenciada bajo Licencia Creative Commons (CC) Atribución-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES

**MODELO DE SECADO DE MADERA DE PINO ELLIOTTII A
TEMPERATURAS MODERADAS**

Mario Eugenio Matiauda

Director: Ms. Miguel Eduardo Schmalko

Co-Director: Mg. Luis Esteban Delfederico

**Tesis presentada a la Universidad Nacional de Misiones como
exigencia parcial de la Maestría en Ciencias de la Madera, Celulosa
y Papel**

JUNIO 1999

RESUMEN

El trabajo consiste en una propuesta de modelo de secado de madera de pino *elliottii*, en condiciones de temperaturas moderadas (70 a 90°C), unidimensional, a humedad relativa y velocidad del aire constantes .

Para ello, se obtuvieron , en principio, las isotermas de desorción de la madera involucrada a las temperaturas de 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90°C, mediante el método gravimétrico estático, con la utilización de soluciones salinas saturadas que cubrían humedades relativas de 10 a 85%.

El trabajo incluye el modelo adoptado para describir la transferencia de calor y masa en el secado de madera aserrada de pino *elliottii*, con las ecuaciones diferenciales que gobiernan los fenómenos acoplados de calor y masa.

Para completar este modelo, se describen las propiedades y parámetros influyentes, principalmente la determinación de la expresión del coeficiente de difusión de masa en función del contenido de humedad y de la temperatura.

La resolución del sistema de ecuaciones se efectúa por la técnica de aproximación de diferencias finitas, con su correspondiente programa de simulación (Secado I) que permite la obtención de las curvas de contenido de humedad, de velocidad de secado, perfiles de humedad, historia de temperatura y determinación del coeficiente de difusión y su dependencia con la temperatura y contenido de humedad.

Los resultados teóricos se comparan con los obtenidos experimentalmente, mostrando el modelo un buen ajuste.

CONTENIDO

Resumen	i
Contenido	ii
Lista de tablas	iv
Lista de figuras	v
<u>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</u>	1
1.1 Realidad del sector foresto industrial nacional y regional.....	1
1.1.1 El secado en la foresto industria local	2
1.2 Contenido de humedad de equilibrio e isothermas	3
1.3 Modelos de isothermas de sorción	8
1.4 Métodos para determinar las isothermas de sorción	11
1.5 Consideraciones sobre el transporte de fluidos en la madera y los fenómenos de transferencia	13
1.6 Modelos de secado. Antecedentes	18
<u>CAPÍTULO 2: OBJETIVOS</u>	27
<u>CAPÍTULO 3: DESARROLLO DEL TRABAJO</u>	28
3.1 Modelo de secado propuesto	28
3.1.1 Ecuaciones gobernantes	28
3.1.2 Suposiciones del modelo	40
3.1.3 Soluciones del modelo	42
3.1.3.1 Solución analítica	42
3.1.3.2 Solución numérica	44

3.1.3.2.1	Período de velocidad constante. Balance de masa	47
3.1.3.2.2	Período de velocidad decreciente. Balances de masa y calor	48
3.1.4	Condiciones de frontera.....	49
3.1.5	Coefficientes de transferencia de calor y masa	50
3.1.6	Propiedades y parámetros utilizados en el modelo	51
3.2	Método de cálculo	51
3.2.1	Descripción	51
3.2.2	Estabilidad del Método Numérico	51
3.3	Materiales y Métodos.....	54
3.3.1	Isotermas de desorción.....	56
3.3.2	Secado	57
CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y DISCUSION		61
4.1	Isotermas de Desorción.....	61
4.2	Curvas de secado y velocidad de secado	62
4.3	Perfiles de humedad y evolución de la temperatura,.....	63
4.4	Coefficiente de difusión	64
CAPÍTULO5: CONCLUSIONES		65
CAPÍTULO 6: BIBLIOGRAFIA		66
ANEXOS		70

Lista de Tablas

4.1	Errores promedios (%) del ajuste de las isothermas de desorción a los modelos de Dedic, Hailwood-Horrobin y G.A.B.	61
4.2	Parámetros A, B y C del modelo G.A.B.	62

Lista de Figuras

1.1	Configuración simplificada de modelo de conductividad transversal celular y su circuito eléctrico análogo	15
1.2	Configuración simplificada de modelo de conductividad longitudinal celular y su circuito eléctrico análogo	15
3.1	Malla representativa de nodos	47
3.2	Disposición de muestras en el secadero	58
3.3	Aislamiento de las muestras	58
3.4	Vista en planta del secadero	59

Anexos

Gráfico 1:	Isotermas de desorción de pino elliottii a 25 y 30°C	70
Gráfico 2:	Isotermas desorción de pino elliottii a 40 y 50°C	70
Gráfico 3:	Isotermas de desorción de pino elliottii a 60 y 70°C	71
Gráfico 4:	Isotermas de desorción de pino elliottii a 80 y 90°C	71
Gráfico 5:	Isotermas de desorción de pino elliotti de 25 a 90°C	72
Gráfico 6:	Curva de secado a 70°C: Contenido de humedad vs tiempo.....	73
Gráfico 7:	Curva de secado a 80°C: Contenido de humedad vs tiempo.....	74
Gráfico 8:	Curva de secado a 90°C: Contenido de humedad vs tiempo.....	75
Gráfico 9:	Velocidad de secado vs contenido de humedad a 70°C.....	76
Gráfico 10:	Velocidad de secado vs contenido de humedad a 80°C.....	77
Gráfico 11:	Velocidad de secado vs contenido de humedad a 90°C.....	78
Gráfico 12:	Perfil de humedad en la madera a 70°C, a diferentes tiempos.....	79
Gráfico 13:	Perfil de humedad en la madera a 80°C, a diferentes tiempos	79
Gráfico 14:	Perfil de humedad en la madera a 90°C, a diferentes tiempos.....	80

Gráfico 15:	Historia de temperaturas en el interior de la madera a 70°C	80
Gráfico 16:	Historia de temperaturas en el interior de la madera a 80°C	81
Gráfico 17:	Historia de temperaturas en el interior de la madera a 90°C	81

CAPITULO 1: INTRODUCCION

1.1 Realidad del Sector Foresto Industrial Nacional y Regional

La foresto industria aparece como una de las actividades de mayor crecimiento en el país, registrando en el primer semestre del año 1998 un incremento del 13% con respecto al mismo período del año anterior, ingresando al sector forestal desde 1995 a fines de 1998 más de 1.000 millones de pesos en calidad de inversiones, esperándose para la década un flujo de 4.000 millones de pesos, con una cantidad de 2 millones de has. de bosques implantados. Toda esta expectativa está fundamentada en la nueva ley Forestal (25080/98), que promociona los aspectos silviculturales, las inversiones en investigación y desarrollo tecnológico y la comercialización de la madera y sus subproductos.

La riqueza forestal de la nación se evalúa en 35 millones de has., de las cuales la mitad está en condiciones de explotación., ubicándose en la Mesopotamia 550.000 has de bosques implantados (pinos y eucaliptus), teniendo Misiones el 55% de los pinos del país.

En lo concerniente a la industria forestal, existen cerca de 2.300 empresas, trabajando el 55% de ellas con bosques implantados.

En Misiones, los establecimientos de transformación mecánica de la madera (Censo del Ministerio de Ecología y Recursos Naturales Renovables de la provincia de Misiones, año 1994) suman una cifra de 611, de los cuales 600 son aserraderos.

A su vez, más de 400 de ellos procesan maderas de bosques implantados y nativos. Por otra parte, según su capacidad de participación en el total, los aserraderos de hasta 15.000 metros cúbicos anuales de producción concentran el 85% del total, siendo los aserraderos menores a 2.500 metros cúbicos anuales cerca del 50% de la capacidad total.

Desde el año 1992, Misiones viene incrementando su volumen exportable, llegando por ejemplo durante el año 1998 a valores de \$ 35.000.000 en productos de esencia maderable, un 40% más que en 1997 y un 130% más que en 1996.

Los despachos de madera desde la provincia crecieron más del 12% respecto a 1997, con un nivel de producción de 1.055.293 de metros cúbicos hasta diciembre de 1998.

Es decir, el sector maderero provincial viene creciendo a una tasa promedio anual del 15%, con igual rentabilidad que en el 1997, augurándose mejora de precio para el 1999.

Todo ello configura una idea global de la importancia del sector maderero en la economía nacional y provincial especialmente.

1.1.1 El Secado en la Foresto Industria Local

El secado, en el proceso de producción de los aserraderos, viene registrando una lenta evolución, que se inicia desde los aserraderos de gran producción extendiéndose a los de mediana producción.

Dentro de este marco, las tecnologías más difundidas responden al secado convencional (temperaturas moderadas, por debajo de 100°C), con el empleo de calderines y cámaras de grandes dimensiones, especialmente para el secado de madera de pinos..

Es escasa la utilización de los procesos de condensación y/o de altas temperaturas en el secado de maderas en la provincia.

Dentro del proceso convencional, las variables controladas son las temperaturas secas y húmedas en la cámara, con las que se determinan la temperatura y humedad del aire. Las mismas se controlan respondiendo a programas de secado

provistos por el fabricante de equipos, dependiendo principalmente de la especie de madera y de sus espesores .

Para el control del contenido de humedad de la madera, se emplean testigos ubicados en lugares predeterminados de la estiba a través de medidores de contenido de humedad, que en el caso de poseer lazos de control automáticos, operan sobre la alimentación de vapor a la cámara.

De cualquier manera, los programas de secado y sus eventuales modificaciones, se sustentan sobre bases empíricas siendo escaso el desarrollo de pautas de investigación acerca de mecanismos o modelos para el comportamiento de la madera en el secado y su utilización en la simulación de secaderos.

De allí que se evalúa importante contar con una base teórica para su posibilidad de transferencia al sector productivo.

Bajo este propósito resulta indispensable describir el movimiento de humedad y calor durante el secado de la madera, conocer las ecuaciones que gobiernan la transferencia de calor y masa en las etapas de velocidad constante y velocidad decreciente, disponer de las isotermas de desorción a las temperaturas que puede tener el material, definir las variables a medir para la obtención de los datos (temperatura seca, temperatura húmeda, velocidad del aire, humedad global del material), las suposiciones que encierra el modelo, la expresión de las propiedades físicas y su variación durante el secado, la adopción del método numérico para la resolución de las ecuaciones, la predicción de los perfiles de humedad y expresión de la difusividad en términos de las variables temperatura y contenido de humedad.

1.2 Contenido de Humedad de Equilibrio e Isotermas de Sorción

Un sólido húmedo, expuesto a un ambiente con una humedad relativa fija y baja, perderá humedad hasta que se alcance el contenido de equilibrio.

La humedad posterior sólo puede ser removida reduciendo la humedad relativa del aire. Un sólido totalmente seco sólo podrá existir en un ambiente libre de humedad.

La humedad en la madera puede estar en dos formas: libre o capilar y ligada o higroscópica.

El agua ligada se encuentra en la pared celular, considerándose unida por enlaces hidrógeno a los grupos oxhidrilo de celulosa y hemicelulosas primarias y en menor extensión con los grupos oxhidrilos de la lignina. Cuando sólo el agua ligada está presente, existe un equilibrio entre el contenido de humedad de la madera y la humedad relativa del aire circundante.

A este contenido de humedad se le denomina contenido de humedad de equilibrio (CHE).

Pueden existir otros factores que afectan al CHE como ser: esfuerzos mecánicos a que fue sometido el material, la historia de secado de la madera, la especie y gravedad específica de la madera, el contenido de extractivos, la temperatura, etc; pero, el factor más influyente es la humedad relativa.

El punto de saturación de las fibras (PSF) se define comúnmente como el contenido de humedad al cual las paredes celulares están saturadas con agua ligada sin que se tenga agua libre en los lúmenes.

Stamm ⁽¹⁾ consideró al PSF como el contenido de humedad al cual se producen cambios profundos en las propiedades físicas de la madera como encogimiento, tensión mecánica, conductividad eléctrica, etc.

El estudio sobre el PSF ha dado motivos a un enorme campo de discusión en el mundo de la ciencia de la madera como a los cambios que se producen en sus propiedades, de allí que algunos investigadores adoptan el concepto del PSF como el

contenido de humedad que corresponde a abruptos cambios en las propiedades físicas de la madera.

La relación entre el CHE y la humedad relativa a una determinada temperatura se conoce como isoterma de sorción.

Generalmente, el CHE de la madera decrece suavemente con el incremento de temperatura (a humedad relativa constante) pese a que la presión de vapor del agua aumenta rápidamente, casi dos veces por cada 10°C de aumento de temperatura ⁽²⁾.

El decrecimiento del PSF con la temperatura es de aproximadamente 0,1% por cada $^{\circ}\text{C}$ de aumento de la temperatura, pudiendo correlacionarse el decrecimiento del CHE como proporcional a la razón del CHE y el PSF ⁽²⁾.

La cantidad que se retiene de humedad depende si el equilibrio se logró por adsorción o desorción. Existe una diferencia entre ellos, denominada histéresis, y la isoterma de desorción siempre muestra mayor contenido de humedad de equilibrio a una dada presión de vapor.

En el estudio del secado, interesa la isoterma de desorción.

La mayor divergencia entre las isotermas ocurre sobre el rango de humedad relativa de 30 a 80%, cuando la humedad se mantiene por fuerzas adsorptivas en capas polimoleculares ⁽³⁾.

Sobre el fenómeno de histéresis se presentan dos posibles teorías: una de ellas sostiene que el equilibrio hidrotérmico se establece lentamente y el verdadero equilibrio es un estado entre los equilibrios observados y la otra supone que los fenómenos de evaporación y condensación no son reversibles en los huecos del soporte material.

El grado de histéresis decrece con el incremento de temperatura.

Cuando las moléculas adsorbidas forman una capa única sobre los posibles sitios, la velocidad de condensación en la superficie es igual a la velocidad de evaporación de la capa. Langmuir ⁽³⁾ muestra que el contenido de equilibrio de humedad X^* , es :

$$\frac{X^*}{X_1^*} = \frac{c \vartheta}{1 + c \vartheta} \quad (1.1)$$

donde:

X_1^* = contenido de humedad de equilibrio para una monocapa (kg/kg)

ϑ = humedad relativa

$c = \alpha \exp (\Delta H_1 - \Delta H_L) / RT$

α = coeficiente de orden unitario

T = temperatura absoluta(°K)

R = constante de los gases (J/Kmol °K)

ΔH_1 = calor de adsorción en la primera capa

ΔH_L = calor de condensación del agua

$\Delta H_1 - \Delta H_L \cong \text{cte}$ (aproximadamente 7500 KJ/Kmol)

Brunauer, Emmett y Teller ⁽³⁾ extendieron el concepto de Langmuir a varias capas moleculares, derivando:

$$\frac{X^*}{X_1^*} = \frac{c \vartheta}{1 - \vartheta} \left\{ \frac{[1 - (n+1)\vartheta^n + n\vartheta^{n+1}]}{1 + (c-1)\vartheta - c\vartheta^{n+1}} \right\} \quad (1.2)$$

Donde n es el número de capas, el coeficiente α debe ajustarse para relacionar las diferentes velocidades de condensación/evaporación en las capas sucesivas y los ΔH_L representan los calores de adsorción de estas capas.

Si el número de capas es infinito, la ecuación (1.2) se reduce a:

$$\frac{X^*}{X_1^*} = \frac{c \vartheta}{(1 - \vartheta)(1 - \vartheta + c \vartheta)} \quad (1.3)$$

y la ecuación BET se reduce a la isoterma de Langmuir cuando n es 1.

Brunauer y sus colaboradores ⁽³⁾ desarrollaron también su modelo para incluir la adsorción en un capilar, considerando que el proceso ocurre en un capilar de

extremos abiertos, tamaño medio, consistente en dos planos de paredes paralelas donde $(2n - 1)$ capas moleculares pueden ajustarse. El calor de evaporación para la última capa adsorbida se supone mayor que ΔH_L en una cantidad ΔH_v . Si esta última capa se encuentra en el medio, con n capas en cada pared, se tiene:

$$\frac{X^*}{X_1^*} = \frac{c\vartheta}{1-\vartheta} \left\{ \frac{[1 + (0.5an)\vartheta^{n-1}(an - n + 1)\vartheta^n + 0.5na\vartheta^{n+1}]}{[1 + (n-1)\vartheta + (0.5ca - c)\vartheta^n - 0.5ca\vartheta^{n+1}]} \right\} \quad (1.4)$$

siendo $a = \exp \Delta H_v / RT$

Este modelo sugiere que la condensación capilar ocurre cuando las paredes de los capilares están casi saturadas con una capa monomolecular y el resto de los capilares a medio llenar.

Ramsley ⁽³⁾ propone que cada capa se edifica en forma ordenada, con su expresión dada por:

$$\frac{\vartheta(1-\vartheta^n)}{X^*(1-\vartheta)} = \frac{1}{X_1^*} + \frac{(c-1)\vartheta}{X_1^*c} \quad (1.5)$$

Se puede hallar el número de capas graficando $\vartheta/X^*(1-\vartheta)$ en función de ϑ . El límite de esta expresión, cuando ϑ se acerca a 1, es $n\vartheta$, de manera que el contenido de humedad de equilibrio es el producto del número de capas y la cantidad de humedad en cada una.

La interpretación cinética se aproxima desde la termodinámica: la energía de interfase entre el sólido y la humedad adsorbente se relaciona a la presión P a la que se expone la superficie con el vapor ⁽³⁾:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial V} = - \left[\frac{\partial P}{\partial S} \right]_T \quad (1.6)$$

donde

σ = tensión de la interfase húmedo-sólido (J/m^2)

V = volumen de material adsorbido (m^3)

S = superficie (m^2)

P = presión total (N/m²)

Vinculando P a la humedad relativa, se tiene la expresión de Henderson ⁽²⁾ :

$$\ln(1 - \vartheta) = c_s RT / \Delta\sigma \quad (1.7)$$

donde:

c_s = concentración de humedad adsorbida sobre superficie unitaria humedecida
(kg/m)

$\Delta\sigma$ = cambio de energía superficial de la adsorción (J/m²)

la expresión de Henderson podrá resumirse en :

$$\ln(1 - \vartheta) = \beta T (X^*)^m \quad (1.8)$$

siendo :

β, m = coeficientes que no dependen del comportamiento de la adsorción, c_s y $\Delta\sigma$ son funciones no conocidas de X^* .

Para una determinada sustancia, β y m pueden calcularse de los datos de equilibrio. Se encuentra ⁽³⁾ que , para sustancia madera, a $\vartheta = 25$ y 75% y a $T = 25^\circ\text{C}$, $m = 1,41$ y $\beta = 5,34 \cdot 10^{-5}$.

1.3 Modelos de Isotermas de Sorción

Existen numerosos modelos, expresados en sus formas matemáticas, que intentan representar la correlación contenido de humedad de la muestra- actividad del agua a una temperatura.

En general, de acuerdo a la forma en que se pueden calcular las constantes, los modelos se pueden clasificar en funciones lineales o linealizables y las no lineales. En los modelos lineales o linealizables se pueden calcular las constantes en forma exacta mientras que en los no lineales este cálculo se realiza por prueba y error. En general, las no lineales se caracterizan por tener más de dos parámetros en la ecuación. Debido

a que actualmente, se puede realizar fácilmente el ajuste estadístico a las ecuaciones no lineales de más de dos parámetros, empleando computadoras, estas son las más utilizadas.

Se mencionan las siguientes:

- B.E.T. modificado
- Chen
- Young y Nelson
- Hailwood y Horrobin
- Dedic
- Bramhall
- GAB (Guggenheim – Anderson – De Boer)

La forma que tienen cada una de las ecuaciones, es la siguiente:

B.E.T. modificado (Brauner – Emmett – Teller) ⁽⁴⁾

$$X = \frac{[M_m C a_w] [1 - (n+1)a_w^n - n a_w^{(n+1)}]}{[1 - a_w] [1 + (C-1)a_w - C a_w^{(n+1)}]} \quad (1.9)$$

siendo

X = contenido de humedad, en base seca

a_w = actividad acuosa = $\mathcal{G}/100$

M_m, C y n = parámetros de la ecuación

Esta expresión, en función de la actividad acuosa, es idéntica a (1.2) con $X^* = M_m$ y $C = c$.

Chen ⁽⁴⁾

$$a_w = \exp(k + a e^{bX}) \quad (1.10)$$

o reordenando:

$$X = 1/b \ln[1/a(\ln a_w - k)] \quad (1.11)$$

siendo

k, a y b = parámetros de la ecuación

Hailwood – Horrobin ⁽⁵⁾

$$\frac{a_w}{X} = A + B a_w - C a_w^2 \quad (1.12)$$

siendo

A, B y C = parámetros de la ecuación

$$A = f(k_2, k_1) = \frac{X}{18} \frac{1}{[k_2(k_1 + 1)]} \quad (1.12a)$$

$$B = f(k_1) = \frac{X}{1800} \frac{[k_1 - 1]}{[k_1 + 1]} \quad (1.12b)$$

$$C = f(k_1, k_2) = \frac{X}{180000} \frac{[k_1 k_2]}{[k_1 + 1]} \quad (1.12c)$$

Siendo

k_1, k_2 = parámetros de la ecuación que dependen de la temperatura

Dedic ⁽⁶⁾

$$\frac{1}{1 - a_w} = \exp[CT^D X^{(AT+B)}] \quad (1.13)$$

siendo:

C, D, A y B = parámetros de la ecuación

T = temperatura

Bramhall ⁽⁷⁾

$$a_w = \exp(k_1^x k_2 + k_3) \quad (1.14)$$

siendo:

k_1, k_2, k_3 = parámetros de la ecuación, k_1 varía en forma lineal con la temperatura, k_2 varía en forma cuadrática con la temperatura.

G.A.B.⁽⁸⁾

$$\frac{X}{A} = \frac{BCa_w}{(1 - BCa_w)(1 - Ba_w + CBa_w)} \quad (1.15)$$

A, B y C = parámetros de la ecuación

En realidad los tres parámetros de la ecuación GAB dependen de la temperatura y aparecen en total seis parámetros: $B', C', X', (H_m - H_1), (H_1 - H_e), X''$ y la relación que existe entre ellos es la siguiente:

$$C = C' \exp\left(\frac{(H_m - H_1)}{RT}\right) \quad (1.15a)$$

$$B = B' \exp(H_1 - H_e) / RT \quad (1.15b)$$

$$A = X' \exp(X'') / RT \quad (1.15c)$$

Siendo

B' = Factor entrópico

H_m = calor de sorción de la monocapa BET

H_1 = calor de sorción de la multicapa

H_e = calor de condensación de agua pura

C' = factor entrópico

R = constante de los gases ideales.

T = temperatura absoluta

1.4- Métodos para Determinar las Isotermas de Sorción

Para determinar las isotermas de sorción, se busca la relación entre la humedad relativa y el contenido de humedad para diferentes valores de los mismos.

Las técnicas de medición pueden ser llevadas a cabo: 1) a presión de vapor constante y 2) desarrollando una presión de vapor de equilibrio a partir del contenido de humedad del sólido.

En el primer caso, la temperatura y la humedad relativa se mantienen a valor constante hasta que la humedad X de la muestra alcanza el valor de equilibrio X^* , o sea la muestra se seca hasta el equilibrio a través de un gas en condiciones constante.

Esto se logra manteniendo la presión de vapor constante por medio de una solución salina o ácida de concentración determinada, pues el contenido de humedad del aire húmedo en equilibrio con tal solución de concentración conocida, es constante a una dada temperatura.

En el segundo caso, se desarrolla la presión de vapor a partir de la propia muestra, continuándose hasta que la presión de vapor y humedad relativa se vuelvan constantes en el recipiente de medición.

Para la obtención de isotermas por debajo de 50°C se emplean higrómetros para medir la humedad relativa y luego se mide el contenido de humedad del material en estufa hasta pesada constante, y se utiliza por lo tanto el segundo método

Para isotermas por encima de 50°C , se utiliza el primer método denominado estático, ya que los higrómetros por lo general no se pueden emplear.

Los diferentes niveles de humedad relativa se logran con diferentes soluciones salinas saturadas, previendo disponer de sal sólida en la parte inferior para asegurar la saturación en el proceso de absorción de agua.

La ventaja del primer método es la amplitud de aplicación en el rango de temperaturas y su desventaja es el tiempo que insume la muestra en alcanzar el equilibrio (no inferior a 120 hs) pudiendo el material deteriorarse.

1.5 Consideraciones sobre el Transporte de Fluidos en la Madera y los Fenómenos de Transferencia de Calor y Masa

En el tratamiento del secado de madera resulta de importancia presentar el mecanismo de transporte del fluido que se difunde en la matriz sólida y el camino seguido para el transporte según la estructura anatómica del sólido.

Las maderas blandas normales poseen los siguientes valores de sus elementos estructurales ⁽⁹⁾ :

Longitud de traqueida	3.500 μ m
Diámetro de traqueida	35 μ m
Espesor pared celular doble de traqueida	10 μ m
Diámetro lumen de traqueida	20-30 μ m
Diámetro total de cámaras de puntuaciones lindantes	6-30 μ m

El presente trabajo focaliza el estudio de la operación secado sobre pino *elliottii*, madera blanda conífera, de amplia presencia en la producción forestal de la región.

Para pino *elliottii* implantado en la provincia de Misiones, los valores de la longitud y diámetro de traqueidas son ⁽¹⁰⁾ :

Longitud de traqueida (3-12 años)	3000 μ m
Diámetro de traqueida	37 μ m

Respecto al flujo líquido, en general para maderas blandas, se considera que su dirección es principalmente longitudinal, de traqueida a traqueida, a través de puntuaciones lindantes y un cierto flujo efectivo de traqueidas de rayos a traqueidas longitudinales.

Por otro lado, dentro de las restricciones al flujo, influye notablemente la condición de aspiración de los pares de puntuaciones lindantes que bloquean la penetración de fluidos por enlaces hidrógenos entre cadenas celulósicas adyacentes.

En tal sentido, la albura ofrece mayor facilidad al pasaje de fluido que el duramen debido al efecto de las puntuaciones e incrustaciones presentes en la última, al igual que la madera tardía frente a la madera temprana, dada la mayor rigidez de las membranas de las puntuaciones y mayor espesor de las células de las paredes.

El transporte de fluidos a través de la madera puede englobarse en dos clasificaciones principales: el flujo de fluidos, a través de los huecos interconectados de su estructura, debido al gradiente de presión estática (o gradiente de momentum) y la difusión que puede incluir la difusión entre gases (transferencia de vapor de agua a través del aire en los lúmenes de las células) y la difusión de agua ligada (dentro de las paredes celulares de la madera).

La comprensión del flujo global (de aplicación específica en el estudio de la impregnación por ejemplo) requiere el tratamiento de la relación entre permeabilidad y porosidad.

El objetivo básico del trabajo apunta al estudio de los fenómenos de transferencia de calor y masa durante el secado, de modo que se tiene que considerar la difusión y el mecanismo de transferencia de calor involucrado.

Partiendo del concepto de conductancia, establecido como relación entre flujo y el gradiente responsable, se establecen las leyes de Darcy de transporte (expresando la permeabilidad como parámetro del flujo líquido y/o gaseoso), la ley de Fourier de calor (con la conductividad térmica como parámetro principal) y la ley de Fick de masa (la difusividad como parámetro principal). Con ellos se pueden describir, en general, los tres fenómenos de transferencia.

Para el presente trabajo son de especial interés los cálculos de la difusividad y de la conductividad térmica.

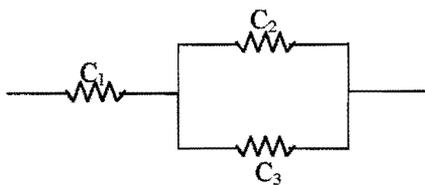
Respecto a los modelos geométricos simplificados, se consideran como elementos participantes para una célula individual de madera a las paredes

atravesadas, lumen y lados de las paredes, con diferentes pesos según se analice el sentido del flujo (transversal o longitudinal).

En todos los casos, para la ponderación de la propiedad física, en general se considera la analogía con un circuito eléctrico (lumen y lados en paralelo y en serie con las paredes atravesadas, ver figuras 1.1 y 1.2).

Para la conductividad térmica, la relación entre el valor transversal y el longitudinal puede tomarse en promedio como 2,5⁽¹¹⁾.

Figura 1.1- Configuración simplificada de modelo de conductividad transversal celular y su circuito eléctrico análogo:



C_T : Conductancia Transversal celular

C_1 : Conductancia de paredes
atravesadas

C_2 : Conductancia del lumen

C_3 : Conductancia de paredes laterales

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}$$

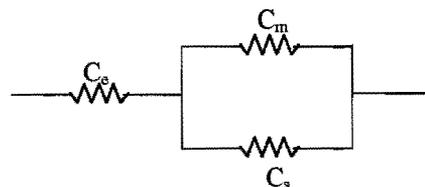
Figura 1.2- Configuración simplificada de modelo de conductividad longitudinal celular y su circuito eléctrico análogo:

C_L : Conductancia longitudinal celular

C_e : Conductancia de extremos de
pared

C_m : Conductancia del lumen

C_s : Conductancia de paredes laterales



$$\frac{1}{C_L} = \frac{1}{C_e} + \frac{1}{C_m + C_s}$$

Por otra parte, la conductividad térmica de la pared celular es independiente de la humedad cuando se calcula sobre la base de una fracción volumétrica de pared celular, pero el valor de la conductividad térmica de la madera al depender de la fracción porosa presenta dependencia en gran medida con la humedad. En los poros se reemplaza el agua por el aire, cuyas conductividades térmicas son muy diferentes.

Entonces uno de los parámetros principales de las ecuaciones gobernantes de la transferencia de calor es la difusividad térmica, que depende de la conductividad térmica, la capacidad calorífica (que depende de la temperatura y del contenido de humedad) y la densidad (que varía con la humedad). Por lo tanto, la difusividad térmica depende del contenido de humedad y de la temperatura.

En lo referente a la difusividad másica, partiendo que la principal resistencia a la difusión de agua ligada en la madera en la dirección transversal está en la pared, desde Choong ⁽¹²⁾ hasta Stamm ⁽¹³⁾ encontraron un rápido crecimiento de la difusividad con la temperatura (según Arrhenius), como una relación del coeficiente longitudinal al coeficiente transversal de 2,5.

La expresión de Stamm ⁽¹⁾ para el coeficiente es del tipo:

$D = A \exp(B/T) \exp(CX)$ donde A, B y C son coeficientes, X es el contenido de humedad y T es temperatura absoluta. Cabe mencionar que, en general, la difusividad aumenta con la temperatura (constante B negativa) y con el contenido de humedad (constante C positiva).

Esta dependencia del coeficiente de difusión con la temperatura y contenido de humedad involucra una desviación de la primera ley de Fick para el flujo y la consideración del transporte en términos de la misma implicará el uso de métodos iterativos para el cálculo de la difusividad.

Cuando se considera el flujo de agua por difusión, al igual que en el flujo de calor, además de considerar la influencia de la pared celular, se debe tener en cuenta la difusión a través de los lúmenes. Para esto, es necesario considerar el agua adsorbida en las paredes celulares en equilibrio con el vapor de agua en el aire.

En otras palabras, se debe disponer de las isotermas de sorción de vapor de agua ya que se supone que la concentración en los lúmenes está en equilibrio con la concentración de humedad en la pared celular.

En cualquier situación, para el flujo transversal, es despreciable el efecto de aspiración de las puntuaciones excepto a muy bajas humedades, dado que su fracción volumétrica global y el porcentaje de ellos que participan efectivamente en la transferencia, es despreciable.

Al incluir el modelo longitudinal, conociendo los relativamente bajos coeficientes de difusión de la pared celular, no se prescinde del aporte de los extremos de paredes celulares.

En general, para maderas de valores medios de gravedad específica, la relación de coeficientes transversales a longitudinales varía de 100, a contenidos de humedad del 5% , a 2 y 4 para valores de humedad del 30% ⁽¹⁴⁾ .

Los coeficientes transversales son proporcionales a los coeficientes de la pared celular y el coeficiente en el aire en los lúmenes controla el descenso del coeficiente longitudinal con el incremento de los contenidos de humedad.

Específicamente, en el modelado de transferencia de masa acoplado con la transferencia de calor, se plantea que la difusividad varía con la humedad y la temperatura, en el amplio rango de contenidos de humedad durante el secado.

Cuando se trabaja en el rango de temperaturas por debajo de los 100°C, la difusión del vapor de agua en el aire es el mecanismo predominante, a diferencia del

secado a altas temperaturas donde predomina el flujo convectivo de vapor de agua frente a la componente difusiva.

1.6 Modelos de Secado. Antecedentes

En las últimas décadas se han publicado diversos modelos para describir el proceso de secado de madera, desde los modelos de una dimensión hasta los tridimensionales, sobre la base de diversas suposiciones acerca de la geometría, propiedades del material y mecanismos del movimiento de humedad.

El modelo de Krischer ⁽¹⁵⁾, el cual puede tomarse como punto de partida de los estudios sobre modelado, planteaba las siguientes suposiciones:

- a) Los huecos pueden tomarse como una estructura de tubos capilares paralelos con cierta distribución de tamaño.
- b) Estos capilares están mutuamente interconectados y no hay resistencia al transporte de agua entre ellos.
- c) Cuando el agua se evapora de la superficie, la deshidratación ocurre primero en los capilares de mayor tamaño y luego en los de menor tamaño, retrayéndose la superficie líquida.
- d) Los efectos de curvado y expansión-contracción de los tubos capilares sobre el coeficiente de resistencia de flujo de agua en los tubos se determinan experimentalmente, considerándose constante para un material higroscópico.
- e) Toda el agua capilar, que se mueve libremente o agua no higroscópica, fluye hacia el exterior en la superficie por el mecanismo de capilaridad.

De Vries ⁽¹⁶⁾, con la ecuación de energía térmica y la ecuación de concentración de Fick, desarrolló un set de ecuaciones gobernantes para incluir los efectos térmicos en el análisis de transferencia de masa.

Luikov ⁽¹⁷⁾ estableció que la transferencia de humedad en un material poroso resulta de gradientes en el contenido de humedad, temperatura y presión, desarrollando un conjunto de ecuaciones que emplean la ley de Darcy y expresó la conservación de masa y energía para humedad y aire seco. La teoría de Luikov generó indudablemente un punto de inflexión en el largo proceso de discusión sobre el secado y los mecanismos de transferencia involucrados.

Whitaker ⁽¹⁸⁾ desarrolló una teoría formal de secado a partir de ecuaciones locales en cada fase, obteniendo ecuaciones de conservación para un volumen medio. Aunque su formulación no difiere sustancialmente de la de Luikov, ofrece a través de su procedimiento, una justificación sustantiva para la aproximación continua al modelado de transferencia de calor y masa en materiales porosos.

Breard et al ⁽¹⁹⁾ midieron perfiles de temperatura durante el secado usando termocuplas insertas en el material, usando las mediciones de contenido de humedad total y un modelo simple para derivar los perfiles de humedad durante el secado.

Siau ⁽²⁰⁾ derivó una ecuación para describir el movimiento de humedad no isotérmico en la madera, sobre la base de un gradiente de potencial químico.

Al compararlo con el obtenido en base a un gradiente de moléculas de agua activadas, la expresión predice un marcado efecto del gradiente térmico relativo al gradiente de humedad a altos contenidos de humedad en la madera y menor efecto a bajos contenidos, generándose resultados similares a un contenido de humedad en equilibrio con una humedad relativa del 53%.

Stanish ⁽²¹⁾ desarrolló una descripción y expresiones matemáticas para la velocidad de migración neta a través de la madera de las fases vapor y agua ligada.

Suponía que la difusión de agua ligada es producida por el gradiente de potencial químico de las moléculas de la misma y la difusión de vapor es producida por el gradiente de concentración en fracción molar de agua en la fase gas,

considerando que vapor y agua ligada permanecen siempre en equilibrio termodinámico local.

Las expresiones matemáticas basadas en las relaciones termodinámicas fundamentales se aplican al potencial químico de agua ligada, para expresar la velocidad de difusión del agua ligada en función de la temperatura y presión de vapor locales exclusivamente.

La solución de estas expresiones se compara con las publicaciones de otros investigadores para las velocidades de migración de humedad para experiencias no isotérmicas, presentando una aceptable concordancia, que se atribuye al reconocimiento de la contribución importante de la difusión en la fase gas a las velocidades de migración de humedad total como a la derivación adecuada para potencial químico de agua ligada.

Cloutier et al ⁽²²⁾ presentaron el concepto de potencial de agua aplicándolo a las relaciones agua-madera. Sostiene que el gradiente en potencial de agua puede usarse como fuerza conductora de la humedad en la madera, en un modelo de secado isotérmico, siempre y cuando la relación potencial de agua-humedad sea conocida. Esta relación se estableció para álamo en desorción a partir de las condiciones de saturación a 20, 35 y 50°C para dos especímenes.

Utilizaron los métodos de placa de tensión, placa de presión y membrana presurizada para altas humedades y el de equilibrio con soluciones salinas a bajas humedades.

Los resultados demostraron que estos métodos pueden combinarse para generar la relación potencial de agua – humedad, en el rango total de humedades. El contenido de equilibrio higroscópico obtenido por estos métodos en desorción tangencial fue levemente superior que el obtenido en desorción radial.

El potencial de agua creció con la temperatura a una dada humedad.

En 1993, Cloutier et al ⁽²³⁾ presentaron un modelo de movimiento de humedad en la madera durante el secado empleando el gradiente de potencial de agua como fuerza conductora. El coeficiente de transporte de humedad usado es la difusividad efectiva, que es función de la humedad, temperatura y dirección del flujo.

Sus resultados indican que ella crece exponencialmente con la humedad y la temperatura, con valores más altos en la dirección radial que en la tangencial (de 1:1 a 25:1, para diferentes humedades y temperaturas).

Simpson ⁽²⁴⁾ propuso el empleo del análisis de la difusión para estimar el tiempo requerido para secar la madera. No obstante, aclara que es necesario conocer la relación entre el coeficiente de difusión y la humedad, así como los efectos de la temperatura, humedad de equilibrio, espesor de la madera y velocidad del aire sobre el tiempo de secado y gradientes de humedad.

Apuntó primordialmente a determinar el coeficiente de difusión de roble rojo del norte en función de la humedad de la madera y comparar los gradientes de humedad y tiempos de sorción obtenidos experimentalmente con los calculados por el modelo difusivo.

Encontró que el coeficiente de difusión crece exponencialmente con el contenido de humedad en un rango de 6 a 30% a 43°C.

Avramidis et al ⁽²⁵⁾ presentaron un modelo que predice la transferencia de calor y humedad en la madera, en el rango higroscópico, basado sobre los principios de la termodinámica irreversible, validándolo con los datos experimentales de desorción de humedad no isotérmicos en estado inestable.

El modelo predice el fenómeno de difusión térmica en las etapas iniciales de la desorción, mostrando buena simulación de la curva de desorción y el cambio de la temperatura con el tiempo, en el centro del material.

Dincer ⁽²⁶⁾ presentó una técnica analítica para determinar las difusividades de humedad y coeficientes de transferencia de humedad para tablas de madera en el secado.

Efectúa el análisis de la difusión de humedad transitoria, basándose en el criterio práctico del Biot.

Los modelos analíticos desarrollados se verifican por mediciones experimentales tomadas de la literatura.

Hunter ⁽²²⁾ desarrolló la ecuación de difusión en función del movimiento de agua por acción de fuerzas capilares. La difusividad de masa la expresa en términos del coeficiente de difusión capilar, presentando resultados numéricos para álamo amarillo.

Liu ⁽²⁸⁾ analizó el coeficiente de emisión superficial correspondiente a cualquier coeficiente de difusión expresado como función exponencial de la concentración de sustancia que se difunde en sólidos porosos capilares.

Presenta las ecuaciones teóricas, para sorción y desorción, del coeficiente de emisión superficial. Además se mencionan los procedimientos para calcular el coeficiente difusivo y verificar los coeficientes de emisión correspondientes con los datos experimentales de sorción de álamo temblón.

Salin ⁽²⁹⁾ consideró la transferencia de humedad desde una superficie maderable y la relación entre los correspondientes coeficientes de transferencia de masa y calor.

Los datos experimentales presentan para el coeficiente de transferencia de masa un orden de magnitud menor que el esperado cuando se utiliza la analogía de transferencia de masa y calor, discutiendo la posible causa de esta diferencia.

Desarrolló un modelo en el que se sustituye la suposición de equilibrio local entre las fases vapor y agua ligada por una resistencia a la transferencia de masa,

aplicándolo a flujo de humedad unidimensional para un cuerpo de espesor finito y lo resuelve analíticamente.

Irudayaraj ⁽³⁰⁾ presentó una formulación en elementos finitos para el sistema acoplado de ecuaciones de transferencia de masa, calor y presión de Luikov. El modelo se emplea en el estudio de la sensibilidad de los parámetros que afectan el proceso y particularmente el coeficiente de difusividad de humedad y la relación de difusión de vapor y la difusión total, para el abeto de Noruega.

Al comparar los valores predichos con los experimentales de humedad y temperatura en el secado de abeto de Noruega, ellos mostraron buena concordancia.

Pang ⁽³¹⁾ desarrolló un modelo en dos dimensiones para simular el movimiento de humedad y la transferencia de calor (en espesor y ancho) durante el secado de tablas de madera blanda.

El modelo se fundamenta en la fisiología de la madera y el comportamiento durante el secado.

Para la albura, supone que el movimiento del líquido es consecuencia de la acción capilar entre las fases líquida y gaseosa dentro de los lúmenes, aunque la columna líquida, cerca de la superficie, está rota por el proceso de aserrado.

En el duramen, como las puntuaciones se hallan aspiradas, el flujo líquido es despreciable. El movimiento de vapor se efectúa bajo un gradiente de presión parcial de vapor y el agua ligada se difunde dentro de la madera por diferencia del potencial químico.

El modelo se resuelve numéricamente, permitiendo predecir los perfiles de humedad y compararlos con los obtenidos experimentalmente.

Tremblay et al ⁽³²⁾ presentaron el uso de las técnicas de placa de presión y membrana de presión para establecer la relación entre humedad y el potencial de agua

para albura de *Pinus resinosa* en desorción sobre el punto de saturación de las fibras (a 18, 56 y 85°C). Sus resultados demuestran que el potencial de agua crece con la temperatura a una dada humedad, no habiendo variación importante del gradiente de potencial de agua con la temperatura.

Tampoco se encontró una meseta a contenidos medios de humedad para el álamo. Presentaron, además, las distribuciones de tamaño de poros diferenciales e integrales a partir de la relación humedad- potencial de agua.

Las puntuaciones abiertas efectivas se hallaron en mayor proporción para el rango de radio mayor a 0,2 micras y ellas serían las que principalmente aportan al flujo líquido.

Cai et al ⁽³³⁾ consideraron que una simulación adecuada del proceso de sorción de humedad en la madera necesita una precisa división del coeficiente de difusión y el coeficiente de emisión superficial.

Para ello, se presentó una técnica del método de optimización Simplex no lineal (bajo Visual Basic) para determinar el mejor par de valores del coeficiente de emisión superficial y el coeficiente de difusión, a partir de una curva única de sorción.

Los resultados indican que el método conduce a un cálculo más exacto estadísticamente de los dos coeficientes.

Wan Raud et al ⁽³⁴⁾ desarrollaron una técnica cuantitativa de estimación de los parámetros para minimizar las sumas totales de error entre las curvas experimentales y teóricas para el período de secado, sujeto a la restricción que la curva teórica es gobernada por la ecuación de la difusión de Fick, comparando finalmente el algoritmo de Crank-Nicolson con el de diferencias explícitas.

Liu and Simpson ⁽³⁵⁾ presentaron las soluciones de la ecuación de difusión no estable con coeficientes de transporte constantes, suponiendo coeficiente de difusión acotado pero el coeficiente de emisión superficial con valores finitos o infinitos.

Establecieron condiciones matemáticas para que los coeficientes de transporte sean constantes. Los datos de las pruebas de difusión pueden compararse con esas condiciones para ver si son o no constantes.

Las experiencias de desorción para el roble rojo del norte indican que el contenido inicial de humedad de la madera y el contenido de equilibrio en el ambiente están ligados estrechamente a la constancia de los coeficientes de transporte.

Audebert et al ⁽³⁶⁾ presentaron el desarrollo de dos tipos de modelos de secado: uno unidimensional , con las curvas de secado obtenidas a partir de las soluciones analíticas de las ecuaciones de difusión de agua en la madera y otro, en dos dimensiones, de los campos de presión, temperatura y humedad en la madera obtenidos por aplicación del método de elementos finitos, con las condiciones de borde fijadas a partir del primer modelo.

Justificaron las soluciones propuestas con los resultados experimentales.

Fernández et al ⁽³²⁾ desarrollaron un modelo unidimensional transitorio para el secado de madera que incluye transferencia de calor y masa.

Consideraron en el análisis que la transferencia de calor es por conducción y convección, la transferencia de difusión gaseosa es binaria, el flujo global es movido por presión en el gas y en el líquido y difusión del agua ligada.

Los términos de transferencia de masa difusiva se modelaron empleando una aproximación a la ley de Fick, mientras que el flujo global se modeló suponiendo que el flujo verifica la ley de Darcy.

Los resultados dan distribuciones en el material, de cada fase, de la humedad (líquida, vapor o ligada), de la temperatura y la presión total. Las distribuciones promedios se obtienen en función del tiempo y se comparan con los datos experimentales obtenidos de la literatura, observándose que la presión total puede considerarse superior a la atmosférica durante el secado.

Pang ⁽³⁸⁾ examinó la influencia de la difusión de vapor sobre la velocidad de secado de tablas de madera blanda para el rango de 60 a 140°C.

Encontró que para bajas temperaturas de secado, un modelo que tiene en cuenta la convección de vapor y la difusión, predice muy bien las curvas de velocidad de secado , las que se encuentran cercanas a los datos experimentales.

Para altas temperaturas, tal modelo como el que considera sólo flujo convectivo del vapor, dan predicciones cercanas a los datos experimentales, concluyendo que las difusiones de vapor y aire son importantes a bajas temperaturas, sobre todo en las últimas etapas de secado.

Pero, el flujo convectivo de vapor por diferencia de presión domina el proceso a altas temperaturas.

Slade ⁽³⁹⁾ propuso un modelo de fuerzas capilares basadas en la energía de interacción entre la estructura del material sólido y la distribución líquida, estableciendo que las distribuciones de humedad microscópicas y sus gradientes no están definidos unívocamente.

CAPITULO 2: OBJETIVOS

GENERAL

Obtención de un modelo de simulación del secado de madera aserrada de pino *elliottii* que describa la transferencia de calor y masa durante la operación.

PARTICULARES

- Obtención de las isotermas de desorción de madera de pino *elliottii* para las temperaturas de 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90°C.
- Desarrollo de las ecuaciones que gobiernan la operación de secado y la transferencia de calor y masa asociada y propuesta de un método de solución.
- Determinación de las propiedades y los parámetros que influyen en la transferencia de calor y masa.
- Elaboración de un programa para la simulación del secado.
- Elaboración de las curvas de secado y de la velocidad de secado.
- Determinación de los perfiles de humedad en la madera durante el secado.
- Determinación del coeficiente de difusión en términos de la humedad y la temperatura, a partir de la simulación del secado y los datos experimentales.
- Determinación de las curvas de historia de la temperatura en la madera durante el secado.

CAPITULO 3: DESARROLLO DEL TRABAJO

3.1 Modelo de Secado Propuesto

3.1.1 Ecuaciones Gobernantes

Las ecuaciones básicas para los fenómenos de transporte, producidas por fuerzas termodinámicas, serán para la transferencia de masa ⁽¹⁷⁾:

$$\frac{\rho_s \partial X_i}{\partial t} = - \operatorname{div} J_i + I_i \quad (3.1)$$

donde i = fases vapor, líquido, gas o hielo

ρ_s = densidad del sólido seco ($\text{kg ss}/\text{m}^3$)

X = contenido de humedad en base seca ($\text{kg agua}/\text{kg ss}$)

t = tiempo (s)

div = vector divergencia

J_i = densidad de flujo másico ($\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$)

I_i = fuentes o sumideros másicos de la fase i debido a la transición de fase

$$\left(\sum_i I_i = 0 \right) (\text{kg}/\text{m}^3\text{s})$$

Cuando se deriva la ecuación (3.1) se supone que la contracción es despreciable por la pérdida de masa. Si el flujo de masa en el cuerpo es lento, la temperatura de la matriz del sólido puede considerarse igual en cualquier fase del material, o sea que el vapor en los capilares está en equilibrio termodinámico con el líquido.

Para la transferencia de calor, la ecuación conservativa será ⁽¹⁷⁾:

$$\frac{c \rho_s \partial T}{\partial t} = - \operatorname{div} q + \sum_i h_i I_i \quad (3.2)$$

siendo:

c = calor específico húmedo ($\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}$)

h_i = entalpía (J/kg)

T = temperatura ($^\circ\text{C}$)

q = densidad de flujo de calor ($\text{J}/\text{m}^2\text{s}$)

para temperaturas $> 0^\circ\text{C}$, $X_{hielo} = 0$

Al no existir conversión química del gas inerte ($I_g = 0$) y para temperaturas sobre 0°C , las conversiones de fase corresponden a la transición de líquido en vapor ($I_l = -I_v$).

Para condiciones ordinarias de transferencia de calor y masa y para cuerpos con porosidad alta, las masa de aire y vapor no superan el 0,001% de la masa líquida, de aquí que el contenido de masa del líquido es igual al contenido de masa total:

$$X = \sum_i X_i = X_l = X \quad (3.3)$$

Llevando a la ecuación (3.1), esta dará:

$$\frac{\rho_s \partial X}{\partial t} = \sum_i \text{div } J_i = \text{div } J_m \quad (3.4)$$

De las ecuaciones (3.1) y (3.2) y usando la ecuación de calor de Fourier⁽⁴⁰⁾ se obtienen las ecuaciones de transferencia de calor y masa, según atenciones especiales que se dan a continuación:

Situación 1

No existe gradiente de presión total en el sólido. Si la humedad y temperatura se toman como potenciales de la transferencia de masa y calor y si se consideran que los flujos están linealmente relacionados con las fuerzas termodinámicas^(17,41), se tendrá para difusión no isotérmica:

$$J_i = -D_i \rho_s \nabla X_i + D_i \rho_s \delta_i \nabla T \quad (3.5)$$

Entonces

$$J_m = \sum_i J_i = D \rho_s \nabla X + D \rho_s \delta \nabla T \quad (3.6)$$

siendo

D = difusividad (m^2/s)

δ = coeficiente termogradiante ($^\circ\text{C}^{-1}$)

En los procesos transitorios la fuente de masa de vapor o sumidero de líquido se expresan por:

$$I_{vl} = -I_{lv} = \epsilon \rho_s \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3.7)$$

Siendo

ϵ = factor de conversión de fase

Si las propiedades termodinámicas y difusividades de masa y térmica se toman independientes de las coordenadas del sólido, quedará para T y X :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \nabla^2 T + \frac{\epsilon \lambda}{c} \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \nabla^2 X + \delta \nabla^2 T \quad (3.9)$$

donde

λ = calor latente (J/kg)

χ = difusividad térmica (m²/s)

δ está basado en las diferencias en X .

Situación 2

Para el caso de evaporación intensa de humedad dentro de un cuerpo poroso capilar, el gradiente de presión se eleva resultando un modelo de filtración en la transferencia de vapor, de modo que en base a la ecuación de Darcy⁽¹⁷⁾:

$$J_{fil} = J_v + J_a = -K_p \nabla P \quad (3.10)$$

Donde J_{fil}, J_v, J_a representan los flujos de filtración, vapor y aire respectivamente, K_p es el coeficiente de transferencia filtracional de humedad vapor (kg/m Pa s) y P es la presión en Pa.

La ecuación diferencial que gobierna el campo de presión en el sólido se deriva del balance para masa de aire húmedo en los poros y los capilares del cuerpo:

$$\rho_s \frac{\partial(X_v + X_a)}{\partial t} = -\text{div } J_{fl} = \epsilon \rho_s \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3.11)$$

Suponiendo que el aire húmedo obedece la ecuación de estado de Clapeyron y despreciando el hinchamiento de las paredes capilares, se escribirá:

$$d(X_v + X_a) = \rho_s C_B (dP - PdT + Pdb) \quad (3.12)$$

Siendo:

P = presión total de aire húmedo en el cuerpo

b = saturación de poros y capilares con vapor y aire.

C_B = capacidad específica de humedad vapor (capacidad de un cuerpo capilar respecto al aire húmedo), en Pa^{-1} . Depende de la porosidad , de la saturación y de la temperatura.

Como $\sum_i b_i = 1$ y $X_i = X$ por reordenamiento algebraico se obtienen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_1 \nabla^2 T + K_2 \nabla^2 X + K_3 \nabla^2 P \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = K_1' \nabla^2 T + K_2' \nabla^2 X + K_3' \nabla^2 P \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = K_1'' \nabla^2 T + K_2'' \nabla^2 X + K_3'' \nabla^2 P \quad (3.15)$$

donde:

$$K_1 = \chi + \epsilon \lambda D \frac{\delta}{c} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (3.16)$$

$$K_2 = \epsilon \lambda D \frac{\delta}{c} \quad (\text{m}^2\text{C}/\text{s}) \quad (3.17)$$

$$K_3 = \epsilon \lambda D \frac{\delta_p}{c} \quad (\text{m}^2\text{C}/\text{sPa}) \quad (3.18)$$

δ_p : coef. relativo filtracional de vapor (Pa^{-1})

$$K_1' = D\delta \quad (\text{m}^2/\text{s}^\circ\text{C}) \quad (3.19)$$

$$K_2' = D \quad (3.20)$$

$$K_3' = \delta\delta_p \quad (\text{m}^2/\text{sPa}) \quad (3.21)$$

$$K_1'' = D\delta \left(\frac{P \in \lambda}{bT} + \beta - \frac{\in}{c_B} \right) \quad (\text{m}^2\text{Pa}/^\circ\text{Cs}) \quad (3.22)$$

$$K_2'' = D\delta \left(\frac{P \in \lambda}{cT} + \beta - \frac{\in}{c_B} \right) \quad (\text{m}^2\text{Pa/s}) \quad (3.23)$$

$$K_3'' = D_p + D\delta_p \left(\frac{P \in \lambda}{cT} + \beta - \frac{\in}{c_B} \right) \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (3.24)$$

$$D_p = \text{coeficiente difusivo convectivo} \quad (3.25)$$

$$D = K_p / c_b \rho_s \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (3.26)$$

$$\beta = \text{coeficiente dependiente de } \psi \text{ y } X = P\rho_s / \rho_l\psi - \rho_s X \quad (\text{Pa})$$

$$(3.27)$$

$$\delta_p = K_p / \rho_s D \quad (3.28)$$

Situación 3

El set de ecuaciones (3.13), (3.14) y (3.15), puede simplificarse. Como el contenido de vapor y aire en capilares y poros de un cuerpo es despreciable ($X_v + X_a \ll X_l$), el lado izquierdo de la ecuación (3.15) se supone nulo, teniéndose de la ecuación (3.11):

$$\in \rho_s \frac{\partial X}{\partial t} = K_p \nabla^2 P \quad (3.29)$$

Esto significa que la caída de P total dentro del cuerpo se debe a la evaporación del líquido cuando el vapor se mueve dentro del cuerpo (resistencia del flujo de humedad filtracional).

La ecuación (3.29) permite que los K_3 se anulen de (3.13), (3.14) y (3.15) y el sistema se reduce a las ecuaciones (3.8) y (3.9), de amplia aplicación para la tecnología del secado.

- En la región de estado húmedo se pueden efectuar más simplificaciones. Con X del cuerpo $> X$ higroscópico, la presión de vapor del material es independiente de X y depende sólo de T (la presión de vapor saturado es función univariable).
- Entonces cuando se tiene evaporación poco intensa de líquido dentro del cuerpo, la P total en el cuerpo es sólo función de la temperatura, pudiendo escribirse.

$$\epsilon \rho_s \frac{\partial X}{\partial t} = K_p \left[\frac{\partial P}{\partial T} \right] \nabla^2 T \quad (3.30)$$

- Cuando la evaporación del líquido es intensa en el cuerpo y grande el flujo de humedad, la contribución convectiva a la transferencia de calor dentro del cuerpo debe tenerse en cuenta, resultando:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left[D + \frac{\lambda}{c\rho_s} K_p \frac{\partial P}{\partial T} \right] \nabla^2 T - \frac{c_p K_p}{\rho_s} \frac{\partial P}{\partial T} (\nabla T)^2 \quad (3.31)$$

Situación 4

El parámetro ϵ es una propiedad que influye en la transferencia de humedad en estado inestable. Se introdujo en la ecuación(3.7) para caracterizar una fuente de humedad como vapor. Para transferencia de humedad estacionaria la expresión para una fuente debe ser diferente ya que en este caso $\partial X/\partial t$ tiende a cero, $\epsilon \rightarrow \infty$, entonces el término fuente en (3.7) se puede determinar sin gran complicación.

Así, se tendrá:

$$I_{v-l} = -I_{l-v} = \text{div } J_v = D_v \rho_s \nabla^2 X + D_v \rho_s \delta_v \nabla^2 T \quad (3.32)$$

Donde $D_v \delta_v$ es el coeficiente de termodifusión de vapor de humedad en un cuerpo poroso capilar ($D_v^T = D_v \delta_v$).

Los coeficientes D_v, δ_v se suponen independientes de las coordenadas, representando la ecuación (3.32) una expresión general para la fuente de humedad I_{v-1} , que es válida también para transferencia de humedad en estado inestable.

En realidad la ecuación (3.7) es un caso específico de la ecuación (3.32).

De todo esto, se tendrá un sistema de ecuaciones diferenciales semejante a las ecuaciones (3.13) y (3.14) pero sin los términos del laplaciano de P :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_1'' \nabla^2 T + K_2'' \nabla^2 X \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = K_1''' \nabla^2 T + K_2''' \nabla^2 X \quad (3.34)$$

con:

$$K_1'' = \chi + D_v \delta_v \frac{\lambda_{v-1}}{c} = \chi + D_{v-1} \frac{\lambda_{v-1}}{c} \quad (3.35)$$

$$K_2'' = \frac{D_v \lambda_{v-1}}{c} \quad (3.36) \quad K_1''' = D \delta, \quad K_2''' = D \quad (3.37)$$

Comparando los K y K'' de las ecuaciones (3.13) y (3.14) con los K'' y K''' de las ecuaciones (3.33) y (3.34) se desprende:

$K_1' = K_1''', K_2' = K_2'''$; los coeficientes K_1'' y K_2'' serán iguales a K_1 y K_2 respectivamente si se suponen $\epsilon = D_v / D$ y $\delta = \delta_v$.

Las ecuaciones diferenciales de transferencia de masa y calor (3.33) y (3.34) permiten calcular la transferencia en cuerpos capilares porosos para cualquier cambio en X y T , incluyendo situaciones estacionarias.

Las ecuaciones (3.13) a (3.15) son las más generales para transferencia de humedad y calor difusional en cuerpos capilares porosos con coeficientes cinéticos

que contienen coeficientes de difusión y termodifusión o transferencia de filtración de vapor de humedad en lugar de un factor de conversión de fase.

De cualquier forma, la ecuación (3.30) se suele emplear con alta exactitud en sustitución de la ecuación (3.15).

En este caso, cuando existe el gradiente de presión total en el cuerpo, el sistema de ecuaciones de transferencia de calor y masa contendrá los coeficientes de difusión D_i y termodifusión $D_i \delta_i$ para humedad como vapor.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \nabla^2 T + \frac{\epsilon \lambda}{c} \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3.38a)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D_i \nabla^2 X + D_i \delta_i \nabla^2 T + \epsilon \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3.38b)$$

Situaciones particulares

Si la temperatura del cuerpo permanece constante en el tiempo, o sea $\partial T / \partial t = 0$, se podrán dar las situaciones siguientes:

- i) De la ecuación(3.33) se extrae $\nabla^2 T = 0$ y $\nabla^2 X = 0$

Esta situación representa el estado de equilibrio (T y X constantes en coordenadas y tiempo) o el caso de estado estable, donde la temperatura y la humedad son funciones lineales del tiempo (gradientes constantes).

- ii) Estado cuasiestacionario con $\partial T / \partial t = 0$, de la ecuación(3.33), se halla que

$$\nabla^2 X = -K_1 \frac{\nabla^2 T}{K_2} \neq 0 \}_{X, T} = f(z) \quad (3.39)$$

siendo z la coordenada y los coeficientes $K_i = K_i''$

En este caso: los campos adimensionales de X^* y T^* son similares. Además $f(z)$ no es función del tiempo, de la ecuación (3.34) la velocidad local $\partial X^*/\partial t$ también será independiente del tiempo. Para el caso de $\partial X/\partial t = \text{cte}$, entonces las distribuciones de temperatura y humedad se describirán por una parábola y la temperatura en cualquier punto del cuerpo no cambia en el tiempo, $\partial T/\partial t = 0$.

Si en el período de velocidad constante, la evaporación ocurre sólo en la superficie (no hay evaporación dentro del cuerpo $\epsilon = 0$ o $D_v = 0$) entonces la temperatura en todos los puntos del cuerpo será la misma y aproximadamente igual a la temperatura de bulbo húmedo, es decir $T = T_w = \text{cte}$, ($\nabla T = 0$ y $\nabla^2 T = 0$), de acuerdo a la ecuación (3.39). Si en el período de velocidad constante ($\partial T/\partial t = 0$, $\partial X/\partial t = \text{cte}$), la evaporación ocurre dentro del cuerpo ($\epsilon \neq 0$, $D_v = 0$), de acuerdo a la ecuación (3.39) la distribución de temperatura se describe por la ley parabólica ya que $K_2 \neq 0$.

iii) Si X del cuerpo no varía con el tiempo durante la transferencia de calor y masa (estado cuasi estacionario con calentamiento del cuerpo húmedo), $\partial X/\partial t = 0$.

$$\text{De la ecuación (3.34) se tendrá: } \nabla^2 X = -K_1' \frac{\nabla^2 T}{K_2'} \text{ a } \partial X/\partial t = 0 \quad (3.40)$$

Si $K_1' \neq 0$ y $K_2' \neq 0$ el campo de humedades del cuerpo es similar al de temperatura.

No obstante a $\partial X/\partial t = 0$ la velocidad de calentamiento local no es cero $\partial T/\partial t \neq 0$ de acuerdo a la ecuación (3.33); en este caso, el perfil de temperatura en el cuerpo no varía con el tiempo pues el comportamiento de la temperatura en cualquier punto del cuerpo sigue idéntica regla.

Una situación de esta índole se halla en las experiencias de física térmica, para determinar los coeficientes de los gradientes térmicos y la conductividad térmica de cuerpos húmedos ⁽¹⁷⁾.

Para ello, se calienta el cuerpo húmedo a velocidad constante haciendo que la temperatura ambiente sea una función lineal del tiempo.

Los coeficientes χ y δ se determinan a partir de las caídas de temperatura ΔT y ΔX y si se conoce el coeficiente de transferencia de calor (h) se puede hallar χ . Semejante procedimiento se utiliza para la obtención de δ .

Las circunstancias son diferentes para movimiento rápido de líquido y vapor en cuerpos porosos capilares.

Modelo de fronteras móviles

Otra forma de encuadrar el problema del secado es a través de la teoría de fronteras no estáticas o fronteras móviles.

En ciertos casos de calentamiento de cuerpos porosos húmedos, la superficie de evaporación (o superficie de conversión de fase) puede **retroceder**.

En tal caso, el problema de transferencia de calor y masa se formula matemáticamente bajo el modelo de fronteras móviles, asociado al problema de Stefan, del cual se hará una breve descripción ⁽⁴²⁾.

Las dificultades para resolver este tipo de problemas pueden reducirse mediante el uso de coeficientes de transporte equivalentes que tienen en cuenta las transiciones de fase de calor.

El problema de determinar los campos de contenidos máxicos y de temperatura con retroceso de la superficie de evaporación implica la solución del sistema de ecuaciones diferenciales de transferencia de calor y masa con fronteras móviles.

Planteando para una dimensión.

$$c_{(i)} \rho_s \frac{\partial T_{(i)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_{(i)} \partial T_{(i)}}{\partial z} \right] + \epsilon_{(i)} \rho_s \frac{\partial X_{(i)}}{\partial t} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial X_{(i)}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{D_{(i)} \partial X_{(i)}}{\partial z} \right] + D_{(i)} \delta_{(i)} \frac{\partial T_{(i)}}{\partial z}$$

donde

$i = 1$ y 2 , con 1 representando la zona de evaporación y 2 es la zona húmeda.

Las condiciones conjugadas de estos cuerpos son tales que:

$$T_{(1)} = T_{(2)}, \quad X_{(1)} = X_{(2)} \quad (3.42)$$

$$D_1 \left[\frac{\partial X_{(1)}}{\partial z} + \delta_{(1)} \frac{\partial T_{(1)}}{\partial z} \right] = D_2 \left[\frac{\partial X_{(2)}}{\partial z} + \delta_{(2)} \frac{\partial T_{(2)}}{\partial z} \right] \quad (3.43)$$

$$\left[k_{(1)} \frac{\partial T_{(1)}}{\partial z} - \lambda(1 - \epsilon_{(1)j(1)})(t) \right] = \left[k_{(2)} \frac{\partial T_{(2)}}{\partial z} - \lambda(1 - \epsilon_{(2)j(2)})(t) \right] \quad (3.44)$$

Con $z = \xi(t)$, función del tiempo.

Del problema representado por las ecuaciones (3.41), (3.42), (3.43) y (3.44), el problema de Stefan puede considerarse como un caso especial. En la zona evaporativa se supone que sólo el vapor está en movimiento ($\epsilon(1) = 1$), mientras que en la zona húmeda sólo el líquido está en movimiento ($\epsilon(2) = 1$).

De allí, el flujo de masa en la zona húmeda está ausente ($D_{(2)} = 0$) si se supone contenido másico constante en dicha zona ($X_2 = X = \text{cte}$)

En la zona evaporativa el contenido másico es nulo ($X_{(1)} = 0$).

A partir de la ecuación (3.41) se obtiene la siguiente ecuación:

$q_{\text{turb}} = k_{\text{turb}} \nabla T$, con q_{turb} es el flujo de calor turbulento en el líquido en movimiento, proporcional al gradiente de temperatura y k_{turb} es la conductividad térmica turbulenta.

Y de las condiciones (3.43) y (3.44)

$$k_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = k_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda X_0 \frac{\partial \zeta_{(t)}}{\partial t} \quad (3.45)$$

En este caso la transferencia de masa es igual a:

$$J_{(t)} = j_{1(t)} = j_{2(t)} = \lambda \rho_s X_0 \frac{d\zeta}{dt} \quad (3.46)$$

Ahora, si sólo la transferencia de vapor se tiene en la zona evaporativa (sin transferencia de líquido) ($\epsilon_1 = 1$) y si se supone que sólo líquido fluye en la zona húmeda ($\epsilon_2 = 0$), el factor de conversión de fase cambia abruptamente.

La cantidad másica X_f , a la cual el retroceso de la superficie de evaporación se inicia, sirve como frontera del salto en el factor de conversión de fase.

Ese contenido X_f caracteriza la superficie de evaporación. Por debajo de X_f la provisión de masa se vuelve menor que la remoción de vapor de la superficie de evaporación, entonces se produce la recesión de la superficie.

Resultará que en lugar de (3.41) con fronteras móviles, será posible escribir un sistema ordinario de ecuaciones diferenciales:

$$c\rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \lambda \rho_s \epsilon \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_v \frac{\partial X}{\partial z} + D_v \delta_v \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \epsilon \frac{\partial X}{\partial t} \quad (3.48)$$

para la cual el factor cambia repentinamente ⁽¹⁷⁾, por ejemplo:

$$\epsilon(X) = \epsilon(X) = [H(X) - H(X - X_f)] \quad (3.49)$$

con H la función de Heaviside, la cual para la coordenada z :

$$0 \text{ para } z \leq 0 \text{ y } 1 \text{ para } z > 0 \quad (3.50)$$

La ecuación (3.48) describe la transferencia de líquido, mientras que la de vapor se computa a través del opuesto de la fuente $\in \partial X / \partial t$.

El sistema representado por las ecuaciones (3.47) y (3.48) es análogo a la ecuación (3.38) difiriendo en la variación en escalón de \in de 1 a 0 cuando $X = X_f$.

Para algunos materiales porosos, la variación de \in es continua; si se reemplaza $\in(X)$, curva continua, por la escalón, se tendrá para fines de cálculo $\in(X)$ en términos de valores límites (uno de ellos X_f)

Para un cierto número de materiales porosos, se puede establecer mediante la experimentación que $d\zeta/dt = \text{cte}$, es decir la velocidad de retroceso de la superficie evaporativa es constante, entonces la compleja curva $\in(z, t)$ puede reemplazarse por una en escalón, en términos de la función de Heaviside.

Esto es útil cuando se emplea la técnica analítica de transformación integral.

3.1.2. Suposiciones del Modelo

Para realizar el modelo de secado se tienen que conocer el coeficiente de transferencia de calor y el de transferencia de masa entre el material húmedo y el aire de secado, las difusividades de calor y masa y las conductividades térmicas y de masa.

Cuando se tienen que calcular la difusividad másica y de calor de un material que se seca, las técnicas de medición e investigación a aplicar deben ser tales que la distribución de humedad y temperatura puedan medirse en la dirección adoptada.

Sin embargo, esto no es un problema sencillo de solucionar y normalmente se miden el contenido promedio del material y en el mejor de los casos la temperatura de la superficie de secado (o temperatura media) configurando el modelo de análisis de

parámetros acoplados, a diferencia del modelo de parámetros distribuidos en el que se deben medir valores locales de temperatura y contenido de humedad.

De cualquier forma, en el modelo propuesto, se parte de asumir determinadas condiciones:

- La transferencia de calor y masa es unidimensional (espesor del material) y la forma geométrica corresponde a una placa plana.
- El material poroso es macroscópicamente homogéneo, despreciándose los efectos de contracción en la desorción.
- El equilibrio de fases y térmico local se da en toda situación, con idénticas temperaturas en las tres fases. Si existen agua líquida, vapor y agua adsorbida, ellas permanecen saturadas a la temperatura local. Si no existe agua libre, las concentraciones de las fases gas y agua ligada se relacionan de acuerdo a la isoterma de desorción a la temperatura local.
- No existe gradiente de presión total en el cuerpo durante el secado.
- En el movimiento de agua libre se verifica la ley de Darcy, para efectos de capilaridad.
- La migración de agua ligada a través del esqueleto sólido se da por difusión, y se considera que $D = (A + B)\exp(-C/T)$, siendo A, B y C constantes, X es el contenido de humedad y T es la temperatura absoluta.
- Las condiciones externas bajo las cuales evoluciona el secado permanecen constantes, pudiendo el secado plantearse en términos de dos períodos diferenciados: uno inicial con velocidad de evaporación constante comportándose como una superficie líquida libre y otro por debajo del

contenido de humedad crítica (con cese de la capilaridad) con velocidad de evaporación decreciente.

- Durante el período de velocidad constante, la temperatura de la superficie de secado, se asimila a la temperatura de bulbo húmedo de manera que el flujo de calor será proporcional a las diferencias de temperaturas del fluido y la superficie, y el coeficiente de transferencia de calor. Para el flujo másico se considera que es proporcional al coeficiente de transferencia de masa por las diferencias de humedad del aire y del aire saturado a la temperatura húmeda.
- Los coeficientes de transferencia de calor y masa del lado del aire pueden considerarse constantes durante el proceso global de secado, bajo las condiciones externas de secado.

3.1.3 Soluciones del Modelo

3.1.3.1 Solución Analítica

Las soluciones generales de la ecuación de difusión (de Fick) pueden obtenerse para una variedad de condiciones de frontera e iniciales, siempre que el coeficiente de difusión sea constante.

Poseen dos formas características: series de funciones error o familia de integrales, para pequeños tiempos, o en la forma de series trigonométricas que convergen con más exactitud para grandes valores de tiempo.

En general, la formulación de la ecuación de difusión puede considerarse como un problema de condición de frontera y valor inicial^(43,44,45) de una ecuación diferencial en derivadas parciales, del tipo parabólico. Se mencionan técnicas utilizadas para regiones espaciales limitadas, funciones suaves y propiedades físicas continuas.

El método de separación de variables se aplica para condiciones de fronteras homogéneas y presenta la solución como el producto de una función del espacio por una función del tiempo. La obtención de la primera función, que satisface una

condición de frontera determinada, implica la resolución de un problema de valor propio. Las soluciones correspondientes a este problema, son las funciones propias asociadas.

En el caso unidimensional, el problema del valor propio es el conocido como problema de Sturm Liouville. Conduce la representación de la solución de un problema dado en una serie de funciones propias para condiciones de frontera homogéneas. Una vez obtenidos los valores y funciones propios y mediante el empleo del principio de superposición, la solución dependiente del espacio y del tiempo se expresa en series expandidas (pueden ser del tipo trigonométricas, de Bessel, o de Legendre).

Para el caso de funciones no homogéneas, puede utilizarse la técnica de Duhamel, que es aplicable a problemas de valor inicial y problemas de valor inicial y condición de frontera de las ecuaciones diferenciales parciales parabólicas.

Para ecuaciones no homogéneas con datos de frontera e iniciales no homogéneas, también se puede emplear el método de las transformadas finitas de Fourier. Este método parte de expresar la solución del problema como una serie de funciones propias, de coeficientes arbitrarios que deben determinarse de la ecuación diferencial y datos del problema. La técnica convierte la ecuación diferencial parcial en un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias para determinar los coeficientes no conocidos (coeficientes de Fourier).

Este método involucra el uso de series seno, o series coseno de Fourier, expansión de funciones de Bessel o transformadas de Hankel.

Si el problema de valor inicial y de condición de frontera de la ecuación diferencial parcial se expresa para regiones espaciales no limitadas, se pueden emplear las técnicas de transformadas integrales. Entre ellas, se utilizan las transformadas de Fourier, las transformadas seno y coseno de Fourier y principalmente la transformada de Laplace.

Estos métodos consisten en la transformación de las variables espaciales y se reduce a la solución de problemas de valor inicial para las variables dependientes transformadas.

En el caso particular de la transformada de Laplace los problemas se resuelven actuando sobre la variable tiempo, generándose problemas de valor inicial para las variables dependientes transformadas.

Si el modelo involucra los procesos de transferencia de calor y masa, están acoplados, no se puede considerar un proceso sin considerar el otro en forma simultánea. Entonces, la expresión matemática del problema es un sistema de ecuaciones en derivadas parciales.

Para este caso, la resolución por técnicas analíticas crece en complejidad.

Uno de los métodos (gráfico y analítico) es el propuesto por Henry⁽⁴⁶⁾, con limitaciones importantes como ser la suposición de las propiedades físicas y termodinámicas constantes.

Como el sentido del trabajo se dirige a parámetros que no se consideran constantes en el rango de operación seleccionado, se propone la herramienta del análisis numérico para la resolución del modelo.

3.1.3.2 Solución Numérica

Como las ecuaciones gobernantes del modelo involucran ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, las herramientas más difundidas del análisis numérico son los métodos en diferencias finitas y de elementos finitos.

En el primero se reemplazan las derivadas de la ecuación diferencial por una aproximación de diferencias adecuada, buscando mantener además un orden

específico de truncado en la aproximación, siempre que la función a aproximar cumpla las condiciones de diferenciabilidad requeridas⁽⁴⁷⁾.

Las ecuaciones en derivadas parciales ligadas a la difusión son del tipo parabólicas. Por otra parte la elección de la diferencia para la aproximación (hacia delante, centradas o hacia atrás) influirá sobre el análisis de convergencia, consistencia y estabilidad del método.

Las fórmulas hacia delante o las de Richardson presentan problemas de condicionalidad en la estabilidad pero presentan la ventaja de ser explícitas para la solución. En cambio, otros métodos como el de Crank-Nicolson, superan los problemas de estabilidad (al trabajar con los mismos órdenes para el error en el espacio y el tiempo) pero sus expresiones son del tipo implícito⁽⁴⁸⁾.

El método de elementos finitos tuvo aplicación inicial en la ingeniería civil pero su empleo se ha extendido a las soluciones de ecuaciones en derivadas parciales de distintas áreas de las matemáticas aplicadas.

Aventaja a las diferencias finitas en la sencillez para manejar las condiciones de borde de un problema, sobre todo cuando las condiciones de borde implican derivadas y fronteras de formas no regulares⁽⁴⁹⁾.

En diferencias finitas, cada condición de frontera en derivadas debe aproximarse por un cociente de diferencias en los puntos de malla y si las fronteras son irregulares no resulta muy simple la elección de los puntos de malla.

En cambio, el elemento finito considera las combinaciones de frontera como integrales de una función a minimizar, haciendo que la construcción del elemento no dependa de la condición de frontera particular del problema, empleándose como funciones de aproximación polinomios fragmentarios de grado fijo requiriéndose que de su unión surjan funciones continuas, con primeras y/o segundas derivadas o integrables en la región.

Para el modelo planteado, aparece justificado el uso de diferencias finitas, atento a las condiciones de frontera del mismo y la geometría del material adoptada para el modelo.

Se plantean las ecuaciones en diferencias finitas explícitas para la transferencia de calor y masa durante el secado, bajo la consideración unidimensional en la dirección del espesor (z).

El modelo se desarrolla postulando dos períodos diferenciados según la velocidad de secado: período de velocidad constante y período de velocidad decreciente, para las temperaturas de trabajo de 70°C , 80°C y 90°C .

La malla se divide en cinco nodos igualmente espaciados en la dirección del espesor (z), considerándose dominante esta dirección y simetría en las dos mitades del espesor; es decir que se plantearán las ecuaciones para uno nodo exterior, nodos internos y un nodo central.

Resulta la grilla de la figura 3.1:

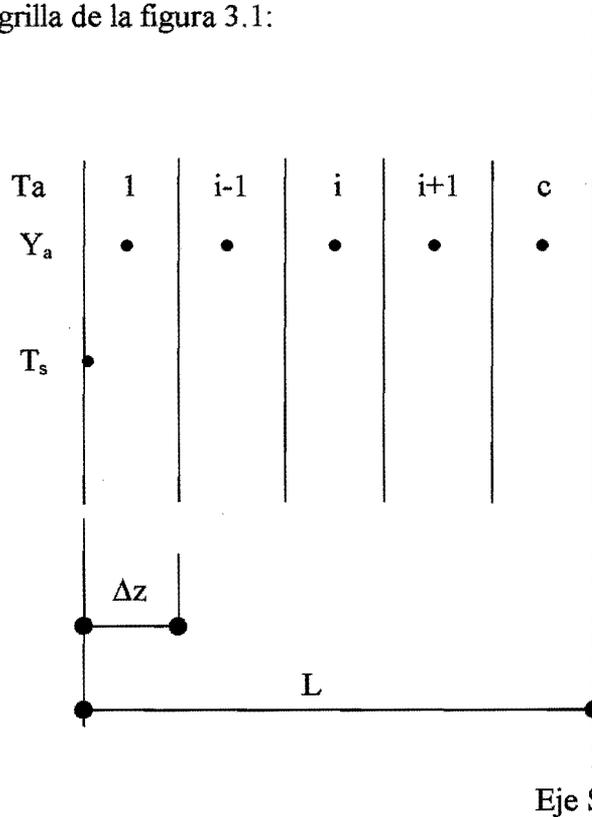


Figura 3.1

Eje Simetría

3.1.3.2.1 Período de Velocidad Constante. Balance de Masa

Nodo externo

$$X_{i,t+1} = \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[D_{(X,T)} \frac{X_{i+1,t} - X_{i,t}}{\Delta z} - N_c L \right] + X_{i,t} \quad (3.52)$$

Nodos internos

$$X_{i,t+1} = \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[D_{(X,T)} \frac{X_{i+1,t} - 2X_{i,t} + X_{i-1,t}}{\Delta z} \right] + X_{i,t} \quad (3.53)$$

Nodo central

$$X_{i,t+1} = \frac{-\Delta t}{\Delta z} \left[D_{(X,T)} \frac{X_{i+1,t} - X_{i-1,t}}{\Delta z} \right] + X_{i,t} \quad (3.54)$$

donde:

$X_{i,t}$ = humedad de la madera base seca en el nodo i al tiempo t .

$X_{i-1,t}$ = humedad de la madera base seca en el nodo $i-1$ al tiempo t .

$X_{i+1,t}$ = humedad de la madera base seca en el nodo $i+1$ al tiempo t .

$X_{i,t+1}$ = humedad de la madera base seca en el nodo i al tiempo $t+1$.

Δz = longitud de nodo (m).

Δt = intervalo de tiempo (s).

N_c = cantidad evaporada por unidad de tiempo y de area ($\text{kg}/\text{m}^2 \text{ s}$).

L = mitad del espesor de la madera (m).

$D_{(X,T)}$ = coeficiente de difusión dependiente de la humedad y la temperatura (m^2/s).

3.1.3.2.2. Período de Velocidad Decreciente

Balance de Masa

Nodo externo

$$X_{i,t+1} = \left[\frac{\rho_s D_{(X,T)}}{\Delta z} (X_{i+1,t} - X_{i,t}) - K_c (Y_s - Y_a) \right] \frac{\Delta t}{\Delta z \rho_s} + X_{i,t} \quad (3.55)$$

Nodos internos

$$X_{i,t+1} = \left[\frac{\Delta t D_{(X,T)}}{\Delta z^2} (X_{i+1,t} - 2X_{i,t} + X_{i-1,t}) \right] + X_{i,t} \quad (3.56)$$

Nodo central

$$X_{i,t+1} = \left[-\frac{\Delta t D_{(X,T)}}{\Delta z^2} (X_{i+1,t} - X_{i-1,t}) \right] + X_{i,t} \quad (3.57)$$

Balance de Calor (ambos períodos)

Nodo externo

$$T_{i,t+1} = \frac{\Delta t \rho(X)}{\Delta z c_{p(X,T)}} \left[\frac{h(T_a - T_s) - k_{(X,T)}(T_{i,t} - T_{i+1,t}) - \rho_s N_c L \lambda_{(T)}}{\Delta z} \right] + T_{i,t} \quad (3.58)$$

Nodos internos

$$T_{i,t+1} = \frac{\Delta t k_{(X,T)}}{\Delta z^2 c_{p(X,T)} \rho(X)} (T_{i-1,t} - 2T_{i,t} + T_{i+1,t}) + T_{i,t} \quad (3.59)$$

Nodo central

$$T_{i,t+1} = \frac{-\Delta t k_{(x,T)}}{\Delta z^2 c_{p(x,T)} \rho_{(x)}} (T_{i,t} - T_{i-1,t}) + T_{i,t} \quad (3.60)$$

donde:

Y_s = humedad en equilibrio con la humedad del sólido en la superficie X_s (kg agua/kg ss)

Y_a = humedad del aire (kg/kg)

ρ_s = densidad seca del aire (kg/m³)

K_c = coeficiente externo de transferencia de masa (kg/m²s)

$c_{p(x,T)}$ = calor específico de la madera en función de la humedad y la eratura (J/kg°C)

$k_{(x,T)}$ = conductividad térmica de la madera dependiente de humedad y temp. (W/m°C)

T_s = temperatura superficial de la madera (°C)

$\rho_{(x)}$ = densidad de la madera dependiente de la humedad (kg/m³)

$\lambda_{(T)}$ = calor latente de evaporación dependiente de la temperatura (J/kg)

h = coeficiente externo de transferencia de calor (W/m²°C)

T = temperaturas locales en °C.

T_a = temperatura del aire en °C.

N_c = evaporación en función de la cinética de secado (kg/m²s)

3.1.4 Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera se obtienen de la transferencia de calor y masa entre la superficie de la madera y el aire circundante, suponiendo que el aire que rodea la superficie sólida está en equilibrio con la misma (a través de isoterma de desorción):

$$q = h(T_a - T_s) \quad (3.61)$$

$$N_c = K_c(Y_a - Y_s)$$

Siendo q y N_c las velocidades de transferencia de calor y masa por unidad de área respectivamente, entre la superficie de la madera y el aire.

3.1.5 Coeficientes de Transferencia de Calor y Masa

Los coeficientes de transferencia de calor y masa se calculan a partir del modelo de placa plana y utilizando la analogía de Chilton–Colburn⁽⁵⁰⁾.

Para el modelo de placa plana, la analogía de Chilton–Colburn permite vincular a través de los números adimensionales Pr (Prandtl), Sc (Schmidt) y St (Stanton), los coeficientes de transferencia de masa y calor, según:

$$(h/c_p \rho v)(c_p \mu / k)^{2/3} = (K_c / v)(\nu / D)^{2/3} \quad (3.62)$$

Considerando que los factores f_h, f_d (factores de transferencia de masa y calor) y e_f (coeficiente de fricción de película), definidos por:

$$\begin{aligned} f_h &= St_t Pr^{2/3} \\ f_d &= St_c Sc^{2/3} \\ e_f &= 2\tau / \rho v^2 \end{aligned} \quad (3.63)$$

representando:

$$St_t = \text{Stanton para la transferencia de calor} = h / c_p v \rho$$

$$St_c = \text{Stanton para la transferencia de masa} = K_c / v$$

τ = fuerza de fricción entre la corriente de aire y la superficie del sólido, N/m²

v = velocidad del aire (m/s)

c_p = calor específico del aire (J/kg °K)

D = coeficiente de difusión del aire (m²/s)

ρ = densidad del aire (kg/m³)

k = conductividad térmica del aire (J/ m°K)

Pr = número de Prandtl =($c_p \mu / k$)

Sc = número de Schmidt =(ν / D)

ν = viscosidad cinética del aire (m^2/s)

μ = viscosidad del aire (Pa s)

Las propiedades físicas varían con la temperatura.

A partir del valor h se podrá obtener K_c .

3.1.6 Propiedades y Parámetros Usados en el Modelo

$$\rho = \rho_s (1 + X/(1+X)) \quad (\text{Siau,J, 1984}) \quad (3.64)$$

$$k = 0,48 (0,4 + 0,5 X) + 0,24 \quad (\text{Howell, Fernández,1997}) \quad (3.65)$$

$$C_p = (0,268 + 0,0011 T + 0,1 X/1 + 0,01 X) 4184 \quad (\text{Siau,J.,1984}) \quad (3.66)$$

$$\lambda = 7.020.000 - 803.000 \log(T + 273) \quad (\text{Perry-Chilton, 5º Ed}) \quad (3.67)$$

$$h = 20 \quad (\text{valor de Perré,1988})(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$$

$$K_c = 0,02 \quad (\text{kg}/\text{m}^2\text{s}), \text{ calculado de (3.62)}$$

$$\rho_s = 480 \quad (\text{De Guth,1974})(\text{kg}/\text{m}^3)$$

3.2 Método de Cálculo

3.2.1 Descripción

El sistema de ecuaciones en diferencias se resuelve a través de un programa BASIC, denominado Secado I.

Mediante tal herramienta se determinan las temperaturas y humedades de cada nodo, empleando un $\Delta t = 30$ s. y $\Delta z = 0,005$ m. Estos valores se adoptan de acuerdo al espesor de madera utilizado y a la estabilidad del sistema, que se discute más adelante.

En cada nodo se asumen valores constantes de las propiedades y parámetros, que varían con la humedad y la temperatura.

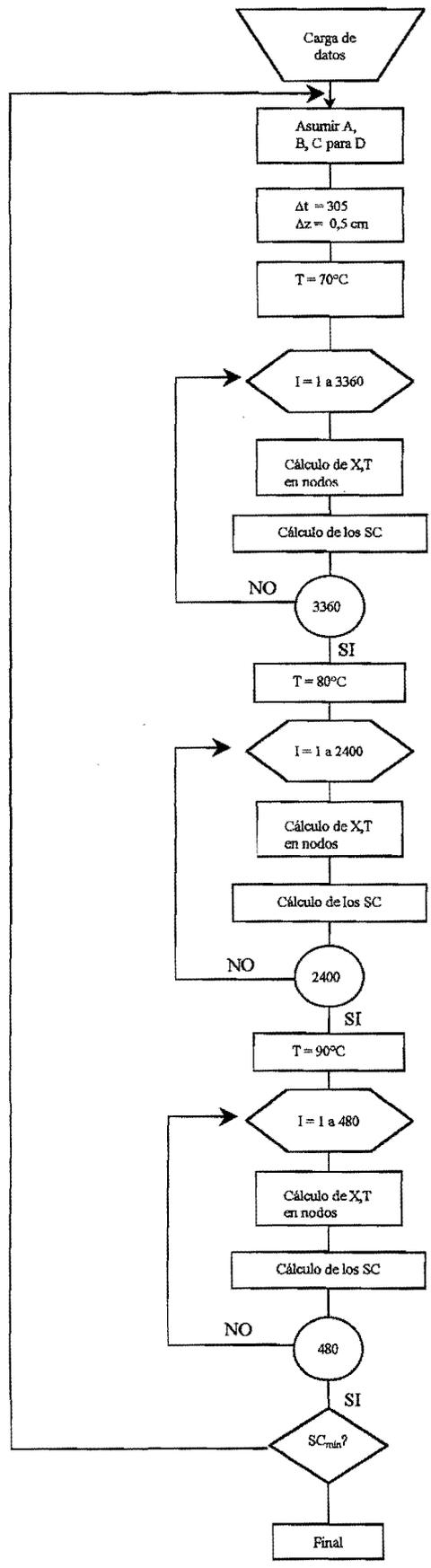
El programa se estructura para la resolución de los dos períodos, de velocidad constante y velocidad decreciente de secado, para cada temperatura de trabajo experimental y sus condiciones de operación.

Comprende 7400 pasos, incluyendo además el cálculo de la humedad de equilibrio a partir de las ecuaciones de isoterms obtenidas.

Compara el contenido global de humedad con el experimental, disponible en un archivo creado.

Dispone de los algoritmos de optimización y estadísticos utilizados.

Se adjunta en página siguiente el diagrama de flujo.



3.2.2. Estabilidad del Método Numérico

Cuando se emplea una ecuación en diferencias para aproximar la ecuación diferencial, es importante considerar los aspectos ligados a convergencia, consistencia y fundamentalmente estabilidad del método, aunque la división entre convergencia y estabilidad suele parecer difusa.

Recordando que un método es consistente cuando la ecuación en diferencias se acerca a la ecuación diferencial a medida que su tamaño de paso tiende a cero (su error de truncado τ tiende a cero cuando el paso tiende a cero), que la convergencia aparece cuando la solución de la ecuación en diferencias tiende a la solución de la ecuación diferencial para paso acercándose a cero y que la estabilidad está asociada a que el error introducido de cualquier manera se mantiene finito.

La ecuación diferencial modificada (EDM) permite la evaluación de las propiedades de consistencia, orden, estabilidad y convergencia de las ecuaciones en diferencias finitas (EDF).

La EDM se determina expresando cada término de la EDF en una serie de Taylor, alrededor del punto de interés.

Las derivadas respecto al tiempo de orden superior a uno y las derivadas parciales mixtas respecto al espacio y al tiempo, se eliminan por diferenciación de la propia EDM.

Los términos que figuran en la EDM y que no figuran en la ecuación diferencial parcial (EDP) representan los términos del error de truncado.

El análisis de estos términos conduce directamente a la determinación de la consistencia y el orden.

Además, el estudio de estos términos se utiliza para el análisis de estabilidad.

Cuando los términos que tienen derivadas de orden superior que tienden a cero para el paso de tiempo (Δt) y el paso espacial (Δz) con valores tendientes a cero, la EDM se vuelve idéntica a la EDP, para la condición de límite de los tamaños de paso empleados en la grilla de diferencias finitas.

En este caso, la EDF es una aproximación consistente de la EDP. El orden de los términos individuales de error de truncado se determina de la EDM.

Para las ecuaciones que representan el modelo y su aproximación por EDF del tipo centradas y hacia delante, el orden es $O(\Delta t)$ y $O(\Delta z^2)$, es decir de primer orden respecto al tiempo y de segundo orden respecto al espacio.

Para el análisis de estabilidad, el factor de amplificación G para que la solución se mantenga limitada, debe verificar $1 \geq |G|$.

El método empleado para estudiar la estabilidad es el Von Neumann⁽⁴⁸⁾, donde se obtiene la solución de la EDF para la componente general de Fourier de una representación de la serie de Fourier compleja de la distribución inicial arbitraria de la función que se aproxima.

Si la solución para la componente general está limitada, condicional o incondicionalmente, la EDF es estable.

El método efectúa las etapas:

- i) determina la EDF a analizar, en este caso ecuación en diferencias hacia delante.
- ii) Reemplaza las componentes de Fourier compleja para la función en los nodos $(i \pm 1, t)$ e $(i \pm 1, t + 1)$ en la EDF.

En el caso considerado:

$$T_i^{t+1} = GT_i^t = T_i^t (1 + 2\Omega(\cos k \Delta x - 1)), \quad (3.68)$$

entonces $G = 1 + 2\Omega(\cos k \Delta x - 1)$, con k (número de onda)

de la ecuación (3.68), para que T_i^t permanezca limitada, $|G| \leq 1$.

Al analizar la expresión de G y el cumplimiento de $|G| \leq 1$, se desprende:

$$-1 \leq 1 + 2\Omega(\cos k \Delta x - 1) \leq 1 \quad (3.69)$$

con k entre $-\infty$ y $+\infty$. Al evaluar los extremos de la desigualdad (3.69), $\Omega \geq 0$ y $\Omega \leq 0,5$, para la EDF de transferencia de calor y para esto se debe cumplir:

$$\Omega = 1 - 2 \chi \Delta t / (\Delta z)^2 \quad (3.70)$$

debe ser menor o igual que 0,5. Para los valores de las propiedades físicas involucradas en χ , los valores de Δt y Δz que se utilizan en la EDF, el valor de Ω es menor que 0,5.

Por el teorema de equivalencia de Lax ⁽⁵¹⁾, si la aproximación en EDF es consistente con la EDP, la estabilidad es la condición necesaria y suficiente para la convergencia.

Entonces el método en EDF es consistente con la EDP del modelo, condicionalmente estable y su tasa de convergencia es de orden $O(\Delta t) + O(\Delta z^2)$ es decir de primer orden para el tiempo y de segundo orden para el espacio.

3.3 Materiales y Métodos

3.3.1 Isotermas de Desorción

Materiales

Se empleó madera de pino *elliottii*, de quince años de edad, proveniente de una plantación del departamento San Ignacio (Misiones)

Se realizó la reducción de tamaño del material en un molino de cuchillas de la planta piloto de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales (UnaM). Luego de su tamizado, se trabajó con lo retenido en malla 14.

Todo el material a utilizar en las experiencias fue colocado en bolsas impermeables y mantenido a temperaturas menores a -15°C para su conservación.

Método

Se tomaron aproximadamente 5 gramos del material, se llevó a un recipiente de cerrado hermético que contenía en la parte inferior la solución salina saturada correspondiente.

Las soluciones salinas empleadas fueron: cloruro de litio, cloruro de magnesio, cloruro de cobalto, bromuro de sodio, nitrato de sodio, bromuro de potasio y cloruro de potasio, cubriendo un rango de actividades acuosas que variaban entre 0,1 y 0,85.

Las temperaturas de trabajo fueron 25,30,40,50,60,70,80 y 90°C. Los recipientes con las soluciones salinas y el material se mantuvieron en una estufa (a cada una de estas temperaturas). Cada cierto tiempo, las muestras eran retiradas y pesadas hasta alcanzar un valor constante. Esto insumió aproximadamente 240 hs.

Las muestras para cada combinación de temperatura y humedad relativa se realizaron por triplicado.

Contenido de humedad

El contenido de humedad se determinó por el método de las pesadas constantes a 103°C y durante 24 horas.

3.3.2 Secado **Materiales**

Se empleó madera de pino *elliottii* proveniente de una plantación del departamento San Ignacio (Misiones), de quince años de edad.

El aserrado se realizó en estado verde en establecimiento de la zona y posterior reaserrado para lograr las dimensiones de las muestras de estudio.

Las probetas de 100 x 50 x 300 mm fueron colocadas en bolsas de polietileno impermeables durante cuatro días en busca de homogeneizar el contenido de humedad.

Método

En las pruebas de secado, según las temperaturas elegidas, se dispusieron en la forma indicada en la figura 3.2:

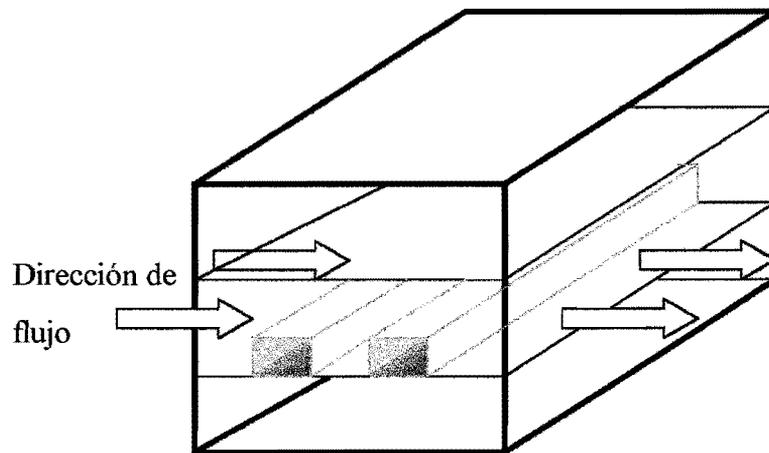


Figura 3.2

Las probetas fueron cubiertas con pintura especial para altas temperaturas para su aislación a la pérdida de humedad en sus direcciones longitudinal y ancho, posteriormente en los mismos sentidos con una película de poliestireno de 2,5 cm para evitar las pérdidas de calor(figura 3.3).

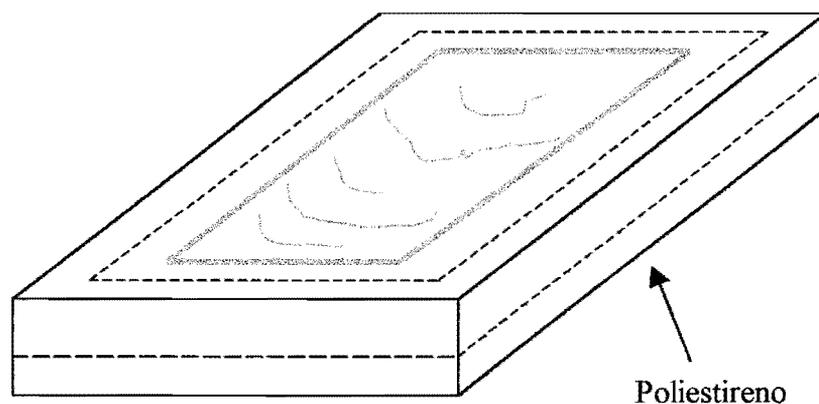


Figura 3.3

Equipamiento y Dispositivos de Medida

El material de estudio fue ubicado en el secadero túnel de la planta piloto de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, de (0,35 x 0,35 m) de sección, provisto de registro de temperatura seca y temperatura húmeda a través de termómetros de mercurio calibrados con una exactitud de 0,5°C.

La velocidad del aire en la grilla se midió con anemómetro de hilo caliente portátil.

La circulación del aire de secado, forzada, por medio de un electro ventilador con una potencia instalada de 2 CV , a 1400 rpm, de tipo centrífugo.

La calefacción del secadero se logra a través de una batería de resistencias de 15,22, 4,6 y 14 A comandadas a través de tablero central con interruptores para tal fin.

Las pesadas de la muestra se efectuaron con balanza de precisión y tolerancia de 10^{-2} gr.

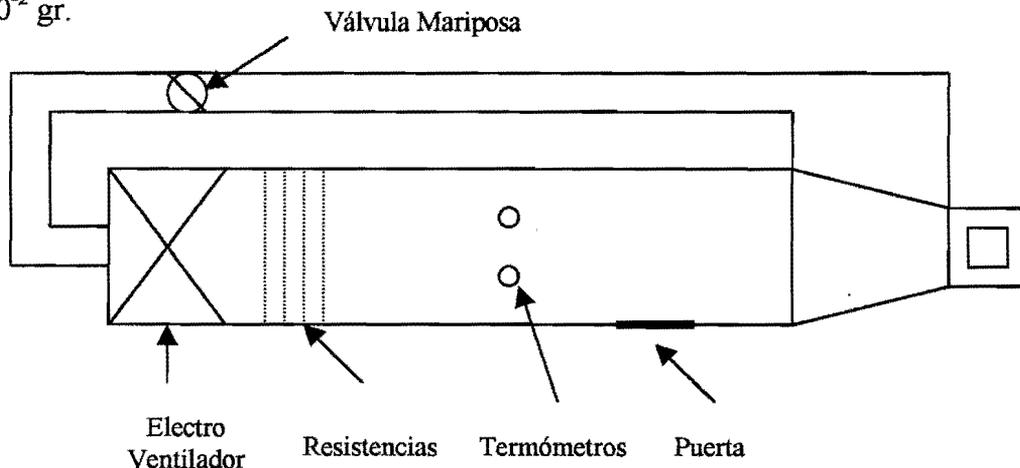


Fig. 3.4 Vista en planta del secadero

Procedimiento

Una vez que las muestras fueron aisladas para reducir las pérdidas a la dirección radial y con el secadero en régimen a las temperaturas establecidas según la cédula de secado, se dispusieron las muestras en la grilla , previamente pesadas.

Las primeras horas de secado se tomaron como del período preparatorio, se controlaron manualmente las temperaturas, midiéndose la humedad relativa y la velocidad del aire en la estiba.

Cuando se inició el período de velocidad constante, las mediciones de peso de las probetas se efectuaron cada hora, sobre la probeta tomada como testigo.

Las demás probetas se emplearon para la determinación experimental los gradientes de contenido de humedad. Para ello se retiraban del secadero y se practicaba el seccionamiento con sierra .

La pieza se cortó en su sección central en las medidas de 100 x 50 x 100 mm y a esta se la rebana en cinco rodajas, perpendiculares a la dirección del flujo, para calcular el contenido de humedad de cada una de ellas.

La probeta testigo se mantuvo en el secadero hasta la finalización del secado, llevándola luego a estufa a 105°C para la determinación de peso seco.

CAPITULO 4: RESULTADOS Y DISCUSION

4.1 Isotermas de Desorción

En los gráficos 1 a 5 se representan las isotermas de desorción de pino eliottii, en términos de actividad del agua y humedad en base seca del material.

Si se comparan las isotermas para las diferentes temperaturas, se observa un comportamiento característico, vale significar una caída del contenido de humedad de equilibrio con el crecimiento de la temperatura. No obstante, en el gráfico 5 se puede observar cierta superposición entre ellas, principalmente a bajos contenidos de humedad.

De los diferentes modelos presentados en el ítem 1.3, básicamente se comparan los que tienen tres parámetros, específicamente los modelos Dedic, Hailwood-Horrobin y G.A.B. (todos no lineales), con sus respectivos errores promedios porcentuales, calculados según:

$$EPP = \frac{\sum | (X_{\text{calc}} - X_{\text{exp}}) / X_{\text{exp}} |}{N} 100 \quad (4.1)$$

	TEMPERATURA (°C)							
	25	30	40	50	60	70	80	90
Dedic	24,6	9,1	7,2	2,9	4,4	2,8	22,7	4,9
Hailwood-Horrobin	22,1	5,2	7,9	2,5	11,1	49,4	2,2	51,7
G.A.B.	11,8	5,5	7,3	2,3	4,7	3,1	2,4	5,3

Tabla 4.1: Errores promedios (%) del ajuste de las isotermas de desorción a los modelos de Dedic, Hailwood-Horrobin y G..A.B.

De la comparación entre los diferentes ajustes, se halla que el modelo G.A.B. presenta menores valores de errores promedios (%) que los modelos de Dedic y de Hailwood-Horrobin.

Los valores hallados para las constantes A,B y C de la ecuación G.A.B (1.15) se dan en la tabla 4.2.

Al observar los valores de las constantes se infiere que los mismos no presentan ninguna tendencia con la temperatura, por lo que al realizar la simulación del secado, se interpolan los valores de X calculados a dos temperaturas y no los valores de las constantes.

°C	A	B	C
25	13,6	3,76	0,65
30	5,65	17,2	0,85
40	6,89	6,34	0,78
50	8,74	6,27	0,65
60	6,65	12,62	0,61
70	5,82	18,21	0,57
80	4,88	75,85	0,62
90	5,11	4,74	0,65

Tabla 4.2: Parámetros A, B y C del modelo G.A.B. (ec. 1.15)

4.2 Curvas de Secado y Velocidad de Secado

En los gráficos 6,7 y 8 se presentan las curvas de pérdida de humedad en función del tiempo para las temperaturas de 70°C, 80°C y 90°C, mostrando la relación entre los valores predichos por el modelo y los valores experimentales. Se puede observar que los valores experimentales no difieren en forma apreciable, con excepción del modelo a 80°C donde los valores predichos son superiores a los experimentales.

Los gráficos 9,10 y 11 representan la velocidad de secado (por unidad de área) en términos de humedad promedio (base seca) para las temperaturas de 70°C, 80°C y 90°C, en función del contenido de humedad. La velocidad de se calculó como la diferencia de contenido de humedad en razón al cambio en el tiempo ($\Delta X/\Delta t$).

Se observan dos períodos netamente diferenciados (obviando los de acondicionamiento y calentamiento): un período de velocidad constante y un período de velocidad decreciente, distinguidos a través del paso por el punto de humedad crítica, lo que convalida lo planteado en las hipótesis del modelo propuesto.

4.3 Perfiles de Humedad y Evolución de la Temperatura

En los gráficos 12, 13 y 14 se presentan los perfiles de humedad para las temperaturas de trabajo, a lo largo del espesor y a intervalos de tiempo de 4 hs.

Se incluyen valores experimentales obtenidos en las muestras al final de la operación, mediante el método explicitado de cortes igualmente espaciados.

De la observación resulta:

Durante las primeras etapas de secado, las superficies expuestas de la madera secan rápidamente debajo del punto de saturación de las fibras, formándose una película seca.

Ya al cabo de 4 hs va generándose un gradiente de humedad significativo en el espesor desde la región central húmeda a las superficies que alcanza valores de 45% para las primeras horas de secado (por ejemplo a 70°C y una humedad promedio del material de 115%, base seca).

Esta situación permanece en la continuación del proceso de secado, evidenciando un frente que retrocede hacia la mitad del espesor, con las capas cercanas a las superficies aproximándose a la humedad de equilibrio en las etapas finales del secado.

En lo que hace a la historia de temperaturas, representadas por los gráficos 15, 16 y 17. para el nodo 3, el mayor incremento de temperatura se da en el rango de humedades de 70-40%, para las distintas temperaturas de operación; pero, resultan planos los perfiles de temperatura entre los nodos lo que está indicando la preeminencia de la conductividad térmica sobre el coeficiente externo de transferencia de calor.

4.4 Coeficiente de Difusión

Es importante describir el movimiento de agua del interior a la superficie de la madera a través del coeficiente de difusión, en función de la humedad y la temperatura. Para este modelo se adoptó una ecuación del tipo:

$$D = (A + BX)e^{-C/T} \text{ (m}^2\text{/s)}$$

donde A, B y C coeficientes, X = humedad y T = temperatura absoluta.

Estas constantes se utilizaron como parámetros de ajuste entre el modelo y los valores experimentales.

De las ecuaciones del modelo planteado y los balances de masa y calor involucrados, la expresión obtenida para D se representa por:

$$D = (2.10^{-4} + 0,43.10^{-4} X)e^{-3600/(T+273,2)} \text{ (m}^2\text{/s)}$$

Esta expresión se optimizó para los valores A, B y C con errores promedios porcentuales en niveles de 8,3%, 8,5% y 8,8% respectivamente.

Los valores del coeficiente de difusión obtenido, están en el orden de magnitud publicado por la bibliografía específica ⁽⁵²⁾.

CAPITULO 5: CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo para simular y predecir el comportamiento durante el secado de madera aserrada de pino *elliottii* (espesor: 50 mm), en el rango de temperaturas moderadas (por debajo de 100°C), bajo suposiciones de proceso y del material, en una dimensión.

Se obtuvieron las isotermas de desorción para el intervalo higroscópico del sólido, entre 25 y 90°C. Los valores experimentales se ajustaron a diferentes modelos, teniendo el mejor ajuste con el modelo G.A.B., con errores promedios porcentuales de 5,3%.

Asimismo, se identificaron y determinaron las principales propiedades y parámetros participantes de la operación unitaria, incluyendo la estimación del coeficiente de difusión variable con el contenido de humedad y temperatura, como las curvas de pérdida de humedad y velocidad relativa de secado.

El modelo permitió predecir los perfiles de humedad en la dirección del espesor como seguir la evolución de la temperatura, en los períodos significativos que comprenden el secado de la madera considerada.

Los valores teóricos resultantes de la simulación marcaron buen ajuste en relación a los experimentales efectuados bajo las mismas condiciones, al igual que el algoritmo numérico de resolución de las ecuaciones diferenciales para un cuerpo poroso higroscópico, configurando el programa Secado I una práctica herramienta para condiciones diferentes dentro del rango global propuesto.

Para el coeficiente de difusión, los valores computables a través de la expresión obtenida en términos de la humedad y temperatura ($D = (2.10^{-4} + 0,43.10^{-4} X)e^{-3600/(T+273,2)}$) en m²/s, están en el orden de magnitud (10⁻⁹ m²/s), publicados por Keey (1972) para madera de pino en general, en rango similar de humedad y temperatura.

CAPITULO 6: BIBLIOGRAFIA

1. Siau, J.F.; "Transport Process in Wood", Springer Verlag, New York, U.S.A., pp 20 (1984).
2. Keey, R. B.; "Drying Principles and Practice", Pergamon Press, 1^{ra} ed., Oxford, Great Britain, pp 21 (1972).
3. Keey, R.B.; "Drying Principles and Practice", Pergamon Press, 1^{ra} ed., Oxford, Great Britain, pp 24-29 (1972).
4. Chirife, J. and Iglesias, H.A; "Equations for Fitting Water Sorption Isotherms of Foods", Journal Food Technology (14): 159-174 (1978).
5. Siau, J.F.; "Transport Process in Wood", Springer Verlag, New York, U.S.A., pp 168 -169 (1984).
6. Dedic,A.; "A Calculation Method of Obtaining Desorption Isotherms of Beech Wood", Drying Technology, 15(10), 2557-2564 (1997).
7. Bramhall, G.; "Mathematical Model for Lumber Drying", Wood Science 12 (1): 14-31 (1979).
8. Bassal,A., Vasseur,J., and Lebert,A.; "Measurement of Water Activity Above 100°C", Journal of Food Science, 58(2): 449-452 (1993).
9. Siau, J.F.; "Transport Process in Wood", Springer Verlag, New York, U.S.A., pp 44 (1984).
10. De Guth,E.B.; "Densidad y Morfología de Traqueidas en Especies de Pinus Implantados en Suelos Rojos Profundos de la Provincia de Misiones", IDIA-Suplemento Forestal (INTA), (1973-74).
11. Siau, J.F.; "Transport Process in Wood", Springer Verlag, New York, U.S.A., pp 134 (1984).
12. Choong, E.T.; "Movement of Moisture through Softwood in the Hygroscopic Range", Forest Products Journal, (13): 489-498 (1963).
13. Siau, J.F.; "Transport Process in Wood", Springer Verlag, New York, U.S.A., pp 155 (1984).
14. Siau, J.F.; "Transport Process in Wood", Springer Verlag, New York, U.S.A., pp 165 (1984).
15. Toei,R.; "Theoretical Fundamentals of Drying Operation", Drying Technology, 14 (1): 1-194 (1996).

16. De Vries, D.A. and Philip, J.R.; "Moisture Movement in Porous Materials Under Temperature Gradients", Transactions, American Geophysical Union, (38): 222-232 (1957).
17. Luikov, A.V.; "Systems of Differential Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies" (review), Int. J. Heat Mass Transfer, (18), pp:1-14 (1975).
18. Whitaker, S.; "Simultaneous Heat, Mass and Momentum Transfer in Porous Media: a Theory of Drying", Advances in Heat Transfer, 13: 119-203 (1977).
19. Beard, John N. (Jr.), Rosen, Howard N. And Adesanya, Babafeni A. ; "Temperature Distributions and Heat Transfer During the Drying of Lumber", Drying Technology, 1(1): 117-140(1983-1984).
20. Siau, J.F.; "Transport Process in Wood", Springer Verlag, New York, U.S.A., pp 165 -171 (1984).
21. Stanish, M.A., Schajer, G.S. and Kayihan, F.; "A Mathematical Model of Drying for Higrscopic Porous Media", Journal of American Institute of Chemical Engineers, 32 (8): 1301-1311 (1986).
22. Cloutier, A, Fortin, Y.; "Moisture Content Water Potential Relationship of Wood from Saturated to Dry Conditions", Wood Science and Technology, 23: 139-150 (1991).
23. Cloutier, A., Fortin, Y.; "A Model of Moisture Movement in Wood Based on Water Potential and the Determination of the Effective Water Conductivity", Wood Science and Technology, 27: 95-114 (1993).
24. Simpson, W.T.; "Determination and Use of Moisture Diffusion Coefficient to Characterize Drying of Northern Red Oak", Wood Science and Technology, 27: 409-420 (1993).
25. Avramidis, S., Hatzikiriakos, S.G., Siau, J.F.; "An Irreversible Thermodynamics Model for Unsteady State non Isothermal Moisture Diffusion in Wood", Wood Science and Technology, 28: 349-358 (1994).
26. Dincer, I., Dost, S.; "Determination of Moisture Diffusivities and Moisture Transfer Coefficients for Wooden Slabs Subject to Drying", Wood Science and Technology", 30: 245-251 (1996).
27. Hunter, A.J.; "Wood Drying and Fick's Second Law", Wood Science and Technology, 30: 355-359(1996).

28. Liu, J., Simpson, W. "Mathematical Relationship Between Surface Emission and Diffusion Coefficients", *Drying Technology*, 14 (3&4) : 677-699 (1996).
29. Salin, J.G. ; "Mass Transfer from Wooden Surfaces and Internal Moisture Non Equilibrium", *Drying Technology*, 14(10): 2213-2224 (1996).
30. Irudayaraj, J., Wu, Y.; "Analysis and Application of Luikov's Heat, Mass and Pressure Transfer Model to a Capillary Porous Media", *Drying Technology*, 14 (3&4): 803-824 (1996).
31. Pang, S.; "Moisture Content Gradient in a Softwood Board During Drying: Simulation from a 2-D Model and Measurement", *Wood Science and Technology*, (30): 165-178 (1996).
32. Tremblay, C. Cloutier, A.; "Wood Drying Modelling Based on the Water Potential Concept: Determination of Transport Properties", 5th International IUFRO Wood Drying Conference (1996).
33. Cai, L. and Avramidis, S.; "A Study on the Separation of Diffusion and Surface Emission Coefficients in Wood", *Drying Technology*, 15(5): 1457-1473 (1997).
34. Wan Daud, W.R., Ibrahim, M.H. and Talib, M.Z.M.; "Parameter Estimation of Fick's Law Drying Equation", *Drying Technology*, 15(6 & 8): 1673-1686 (1997).
35. Liu, J.Y., Simpson, W.T.; "Solutions of Diffusion Equation with Constant Diffusion and Surface Emission Coefficients", *Drying Technology*, 15 (10): 2459-2477 (1997).
36. Audebert, P., Temmar, A.; "Comparison of Experimental Results with Analytical Solutions and Two Dimensional Model Oak Drying in a Evacuated Kiln", *Drying Technology*, 15(5): 1652-1663 (1997).
37. Fernández, M.L., Howell, J.R.; "Convective Drying Model of Southern Pine", *Drying Technology*, 15 (10): 2343-2376 (1997).
38. Pang, S. ; "Relative Importance of Vapour Diffusion and Convective Flow in Modelling of Softwood Drying", *Drying technology*, 18(1&2) : 271-281 (1998).
39. Slade, W. G. ; "Capillary Pressure Some Static and Dynamic Views of Semi Ordered Media and Their Applicability to Wood Drying", *Drying Technology*, 16 (1 & 2): 15-44 (1998).
40. Keey, R.B.; "Drying Principles and Practice", Pergamon Press, 1st ed., Oxford, Great Britain, pp 55 (1972).

41. De Groot, S. R.; "Termodinámica de los Procesos Irreversibles", 1^{ra} ed., Exedra, Madrid, España, pp 1-60 , 82-106 (1968).
42. Luikov, A. V.; "Analytical Heat Diffusion", Academic Press, New York,U.S.A. (1968).
43. Zauderer, E.; "Partial Differential Equations of Applied Mathematics, 2^{da} ed., John Wiley & Sons, New York, U.S.A., pp 109-516 (1989).
44. Mikhailov,M.D., Ozisik,M.N.; "Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion", Dover Publications Inc., New York, U.S.A., pp: 146-191, 399- 429 (1984).
45. Friedman, E.; "Partial Differential Equations of Parabolic Type", Prentice Hall, England, pp: 33-184 (1982).
46. Crank, J., "Mathematicas of Diffusion", Clarendon Oxford, 1^{ra} ed., England, pp: 352-374 (1956).
47. Burden, R., Faires, D.; "Análisis Numérico", 2^{da} ed., Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp: 655- 711 (1993).
48. Hoffman, J.D.; " Numerical Methods for Engineers and Scientists", 1^{ra} ed., Mac Graw Hill,Inc, U.S.A., pp: 452-515 (1992).
49. Baker, A.J., Pepper, D.W.; "Finite Element 1-2-3", 1^{ra} ed., Mac Graw Hill,Inc, New York, U.S.A., pp: 248-267 (1991).
50. Pang,S., "Kiln Drying of Timber", Drying Technology, (18), 859-871 (1998).
51. Hoffman, J.D.; "Numerical Methods for Engineers and scientists", 1^{ra} ed., Mac Graw Hill,Inc, U.S.A., pp: 520-566 (1992).
52. Keey, R.B.; "Drying Principles and Practice", Pergamon Press, 1^{ra} ed., Oxford, Great Britain, pp 344 (1972).

GRAFICOS

GRAFICO 1: Isoterma de Desorción de Pino Elliottii a 25°C y 30°C

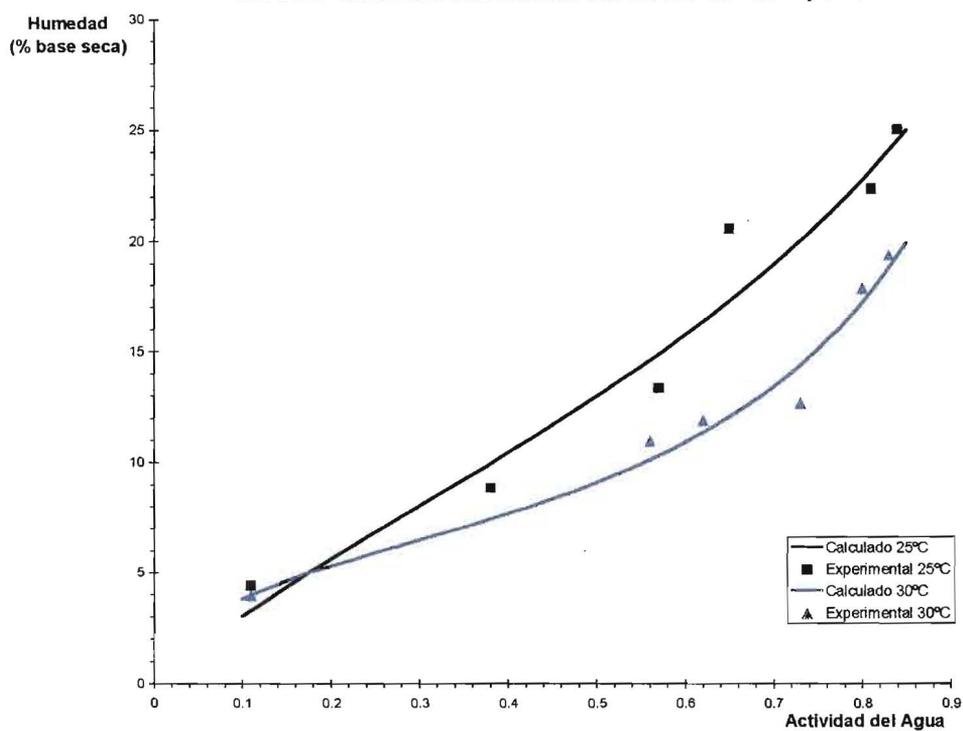


GRAFICO 2: Isoterma de Desorción de Pino Elliottii a 40°C y 50°C

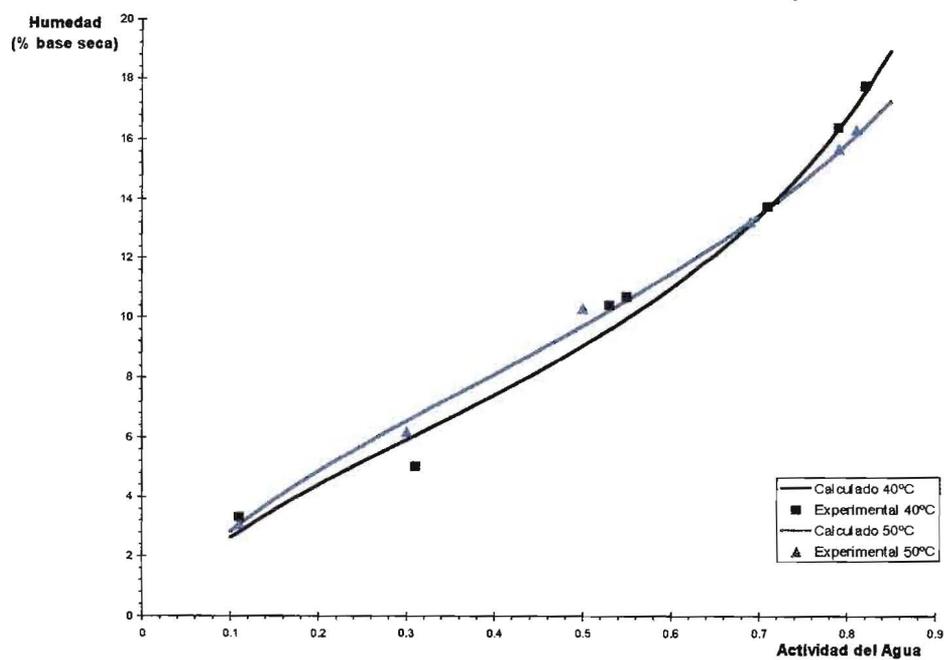


GRAFICO 3: Isoterma de Desorción de Pino Elliottii a 60°C y 70°C

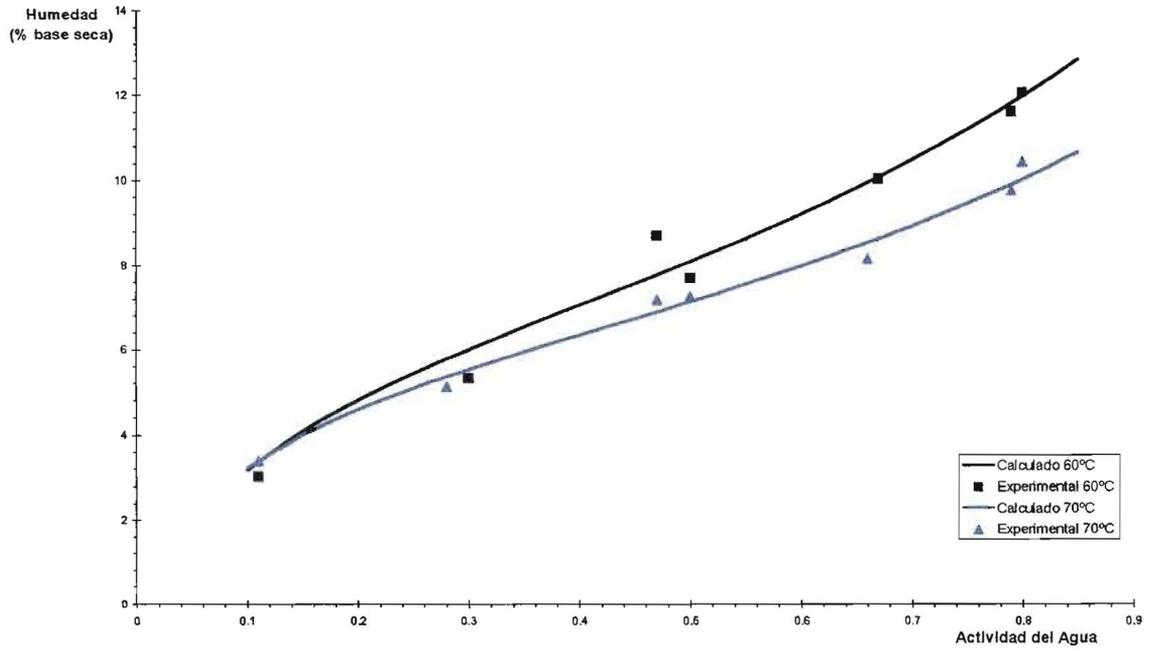


GRAFICO 4: Isoterma de Desorción de Pino Elliottii a 80°C y 90°C

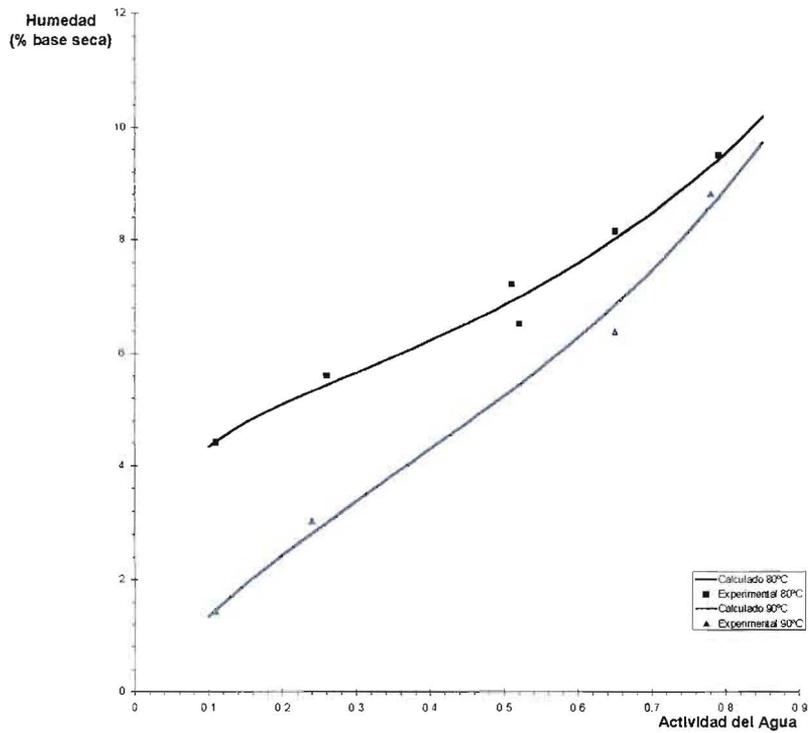


GRAFICO 5: Isotermas de Desorción de Pino Elliottii

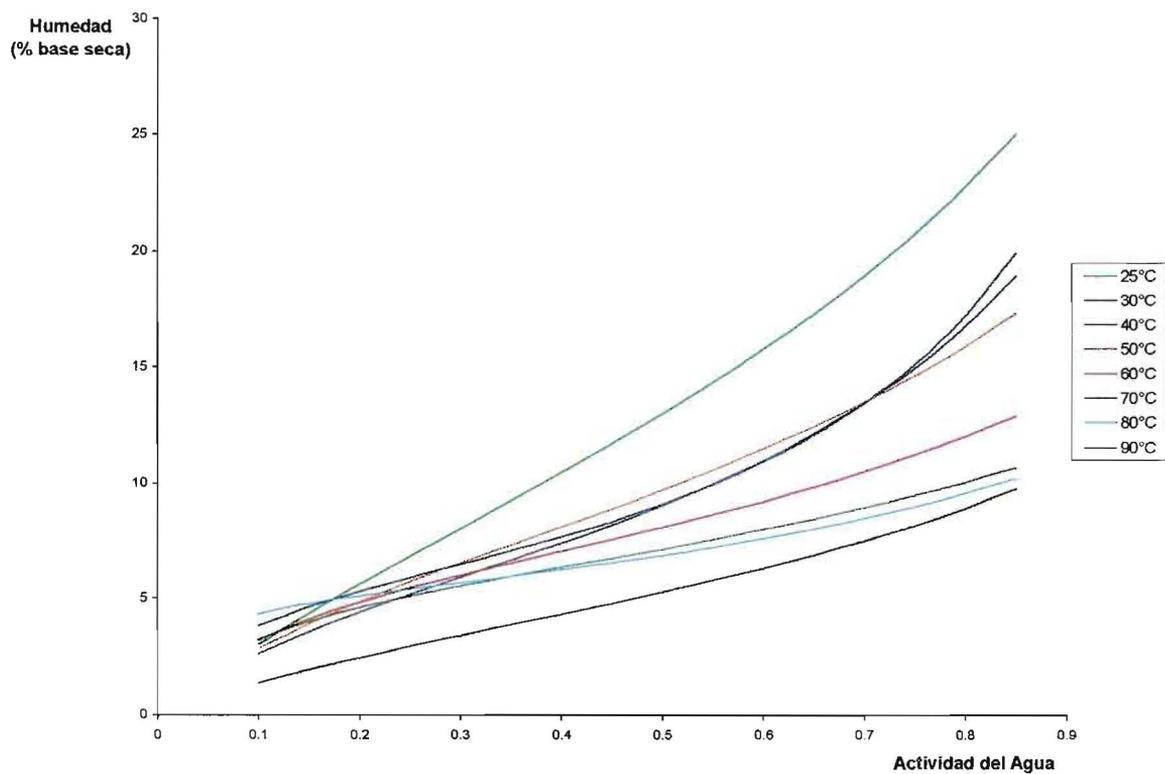


GRAFICO 6: Curva de Contenido de Humedad (% en base seca) X - t (tiempo) a 70° C

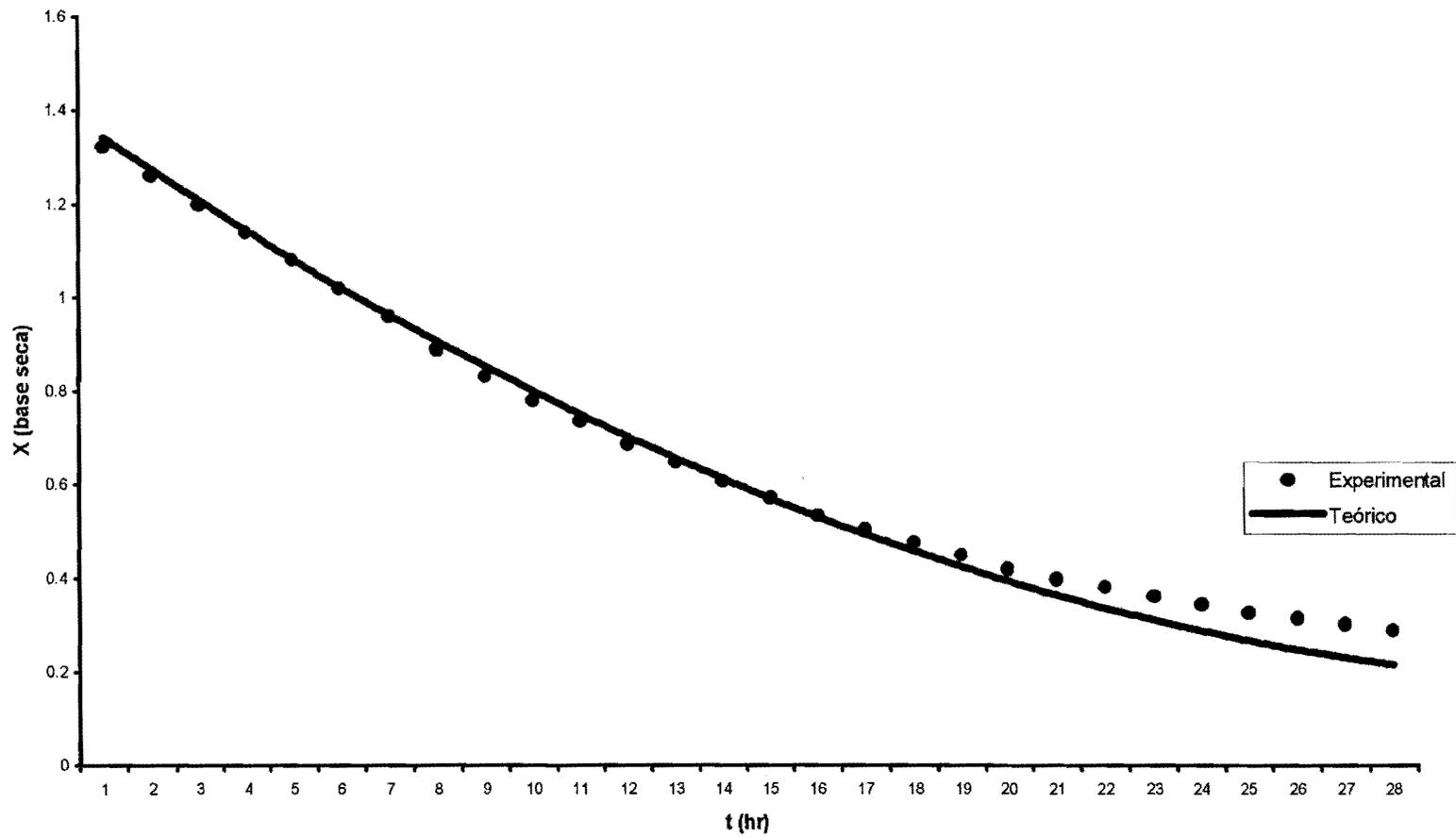


GRAFICO 7: Curva de Contenido de Humedad (% en base seca) X - t (tiempo) a 80° C

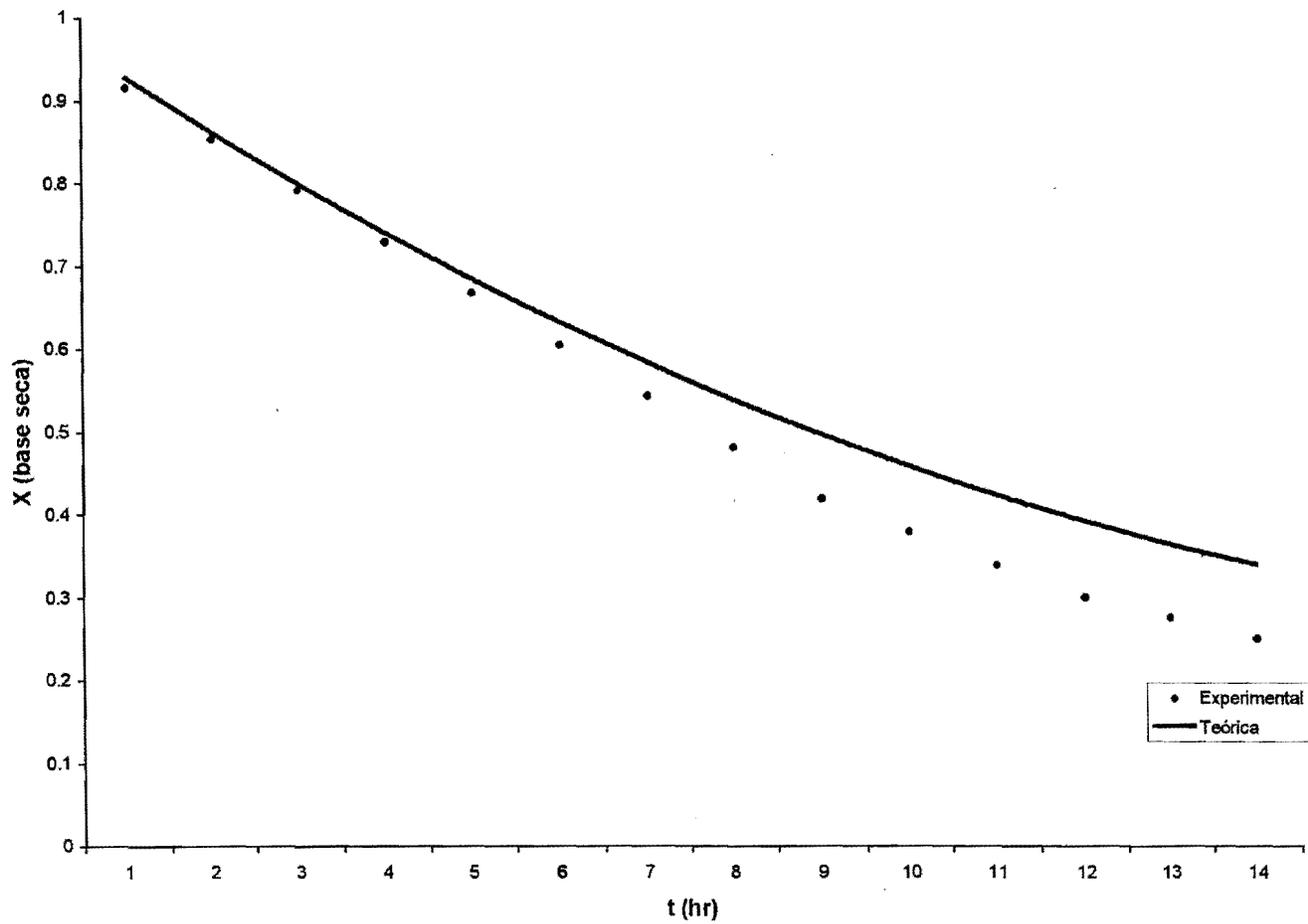


GRAFICO 8: Curva de Contenido de Humedad (% en base seca) X - t (tiempo) a 90° C

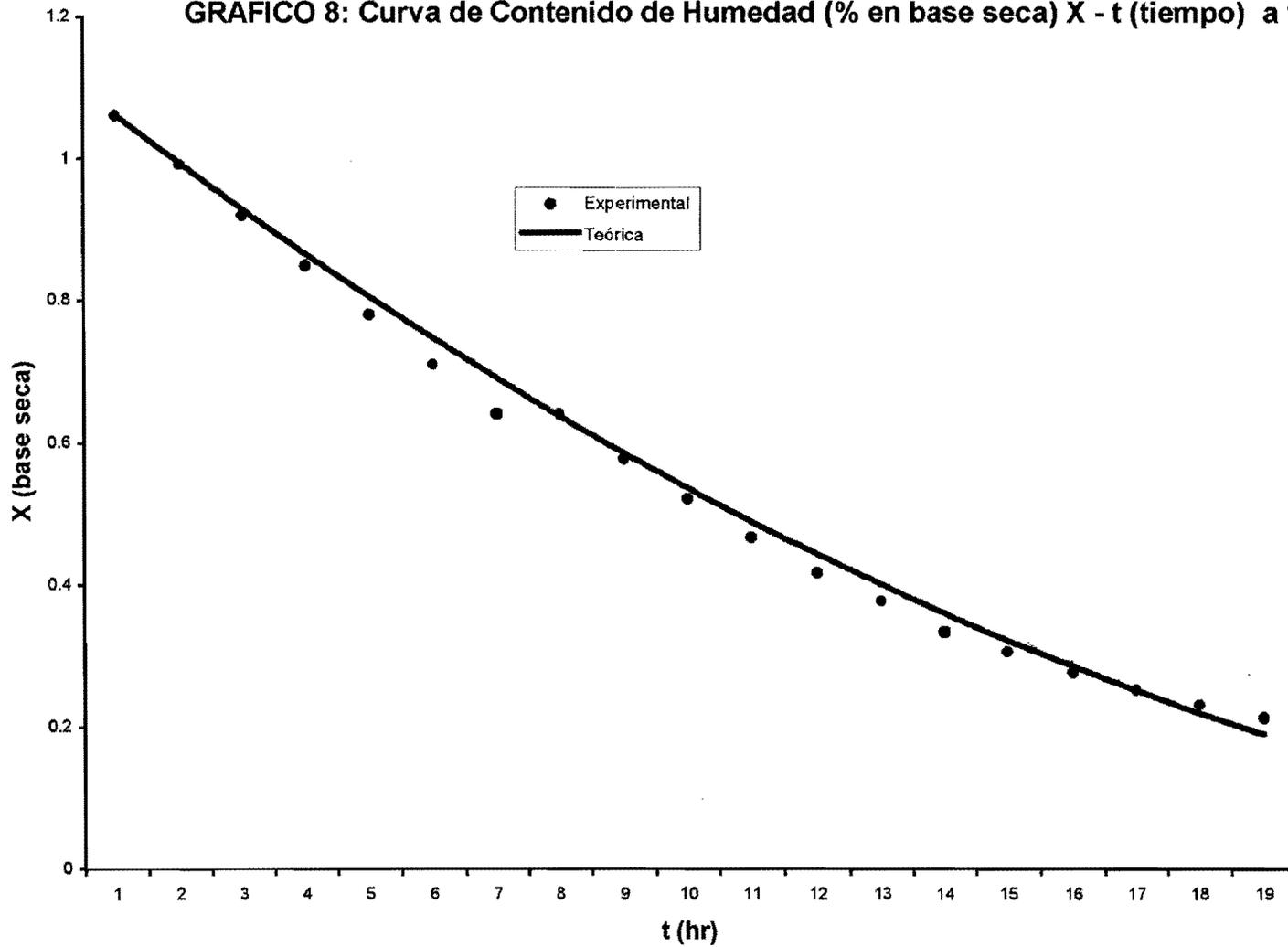
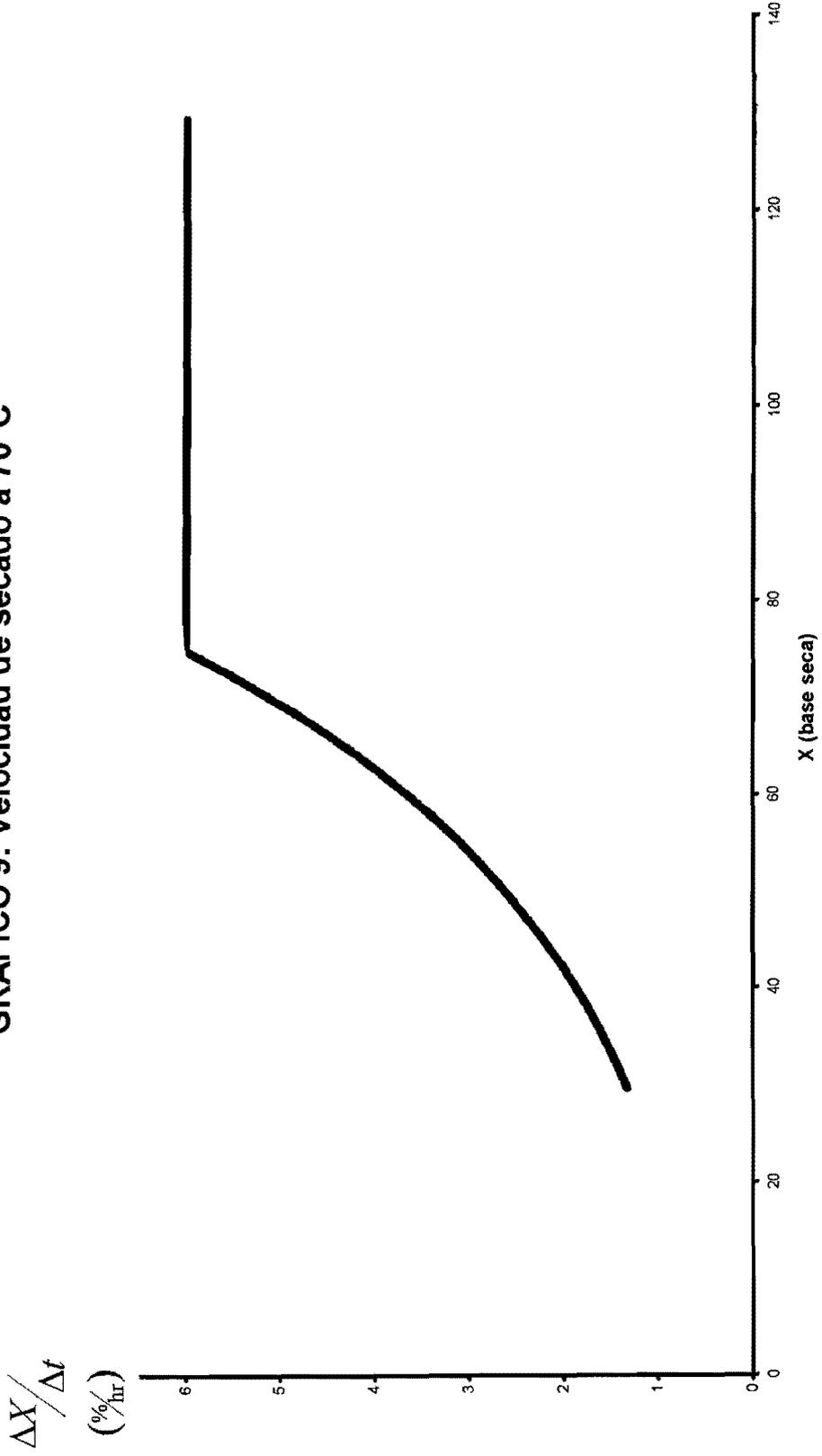
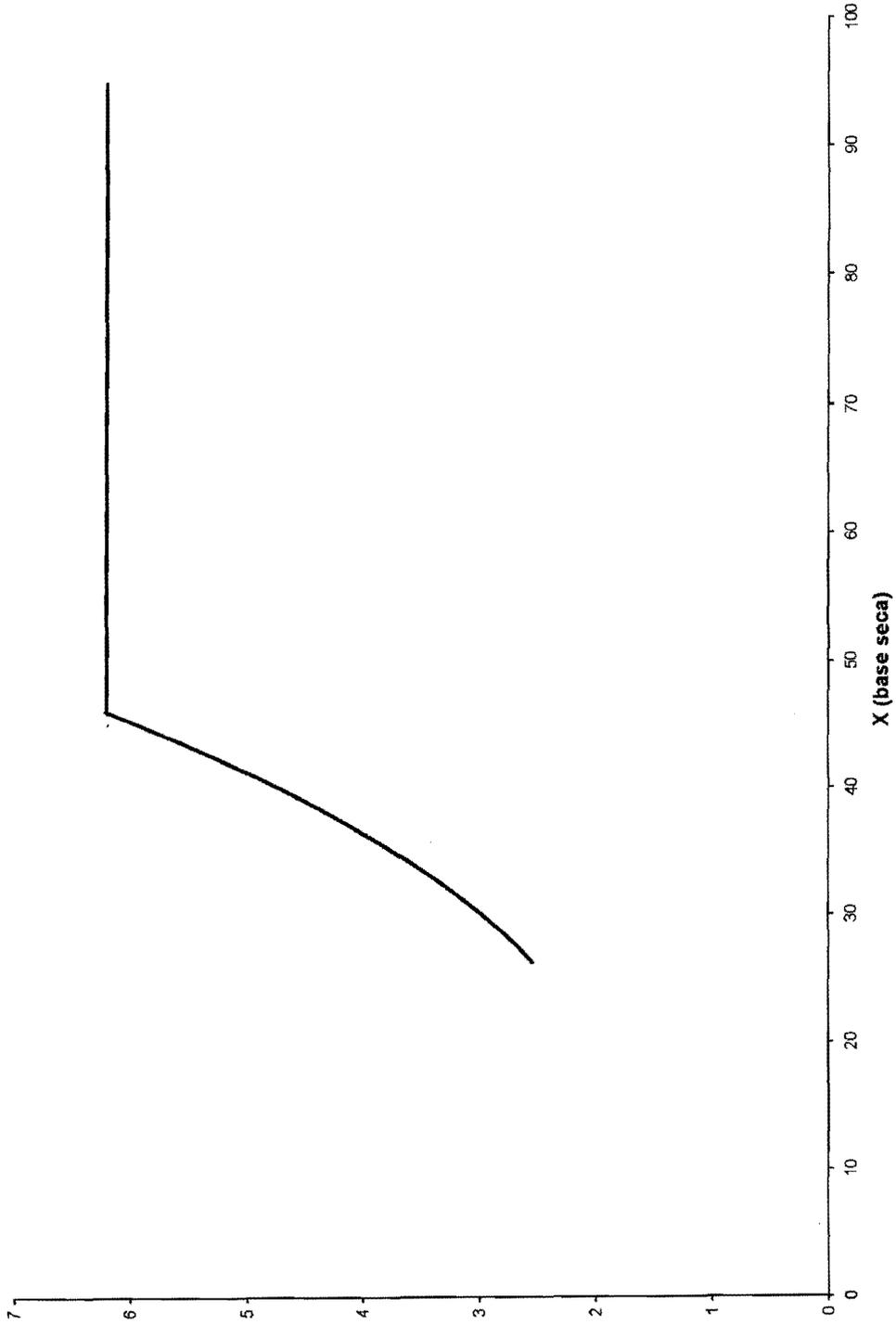


GRAFICO 9: Velocidad de secado a 70°C



$\Delta X / \Delta t$
(%/hr)

GRAFICO 10: Velocidad de Secado a 80°C



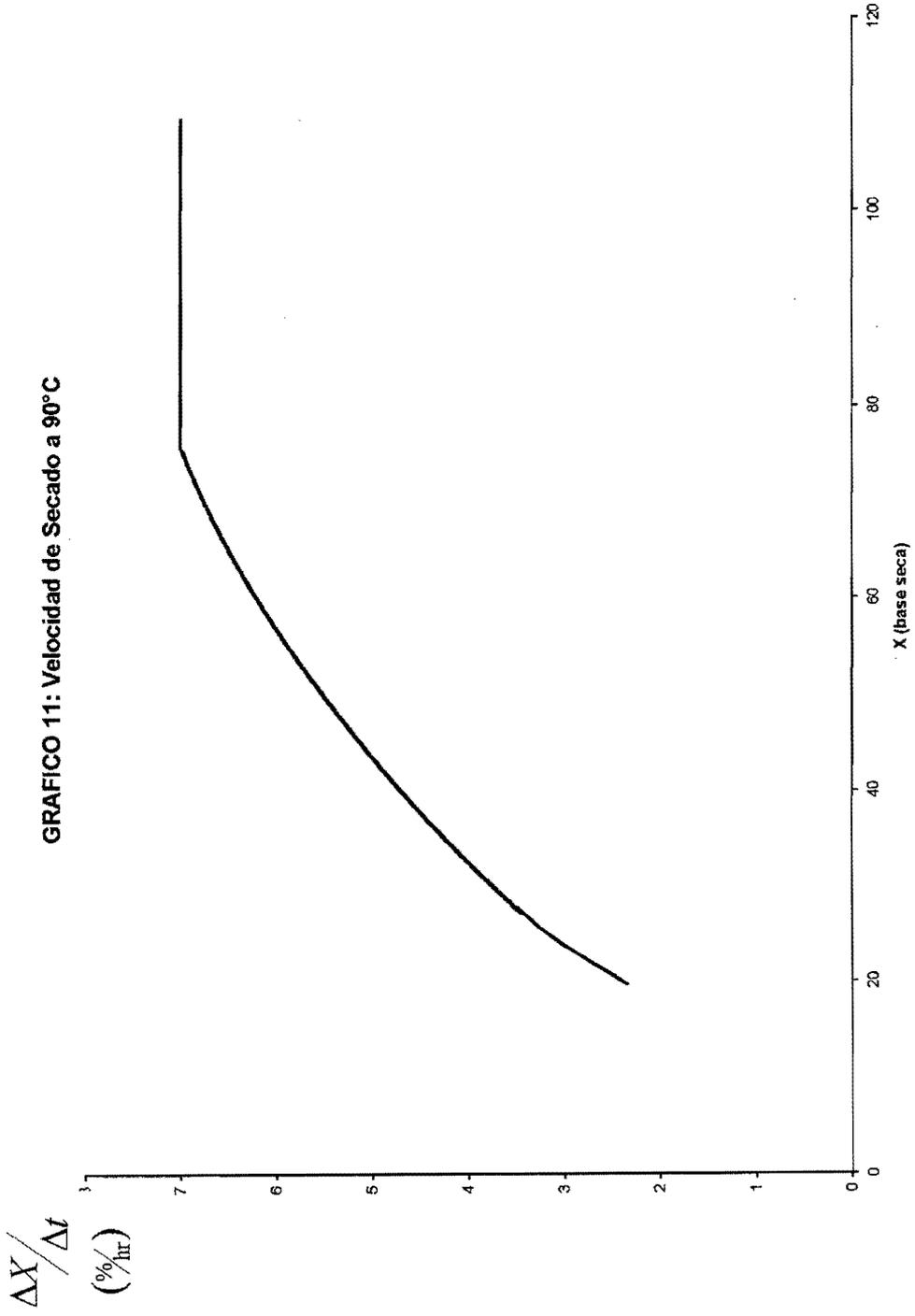


GRAFICO 12: Perfil de Humedad a 70°C

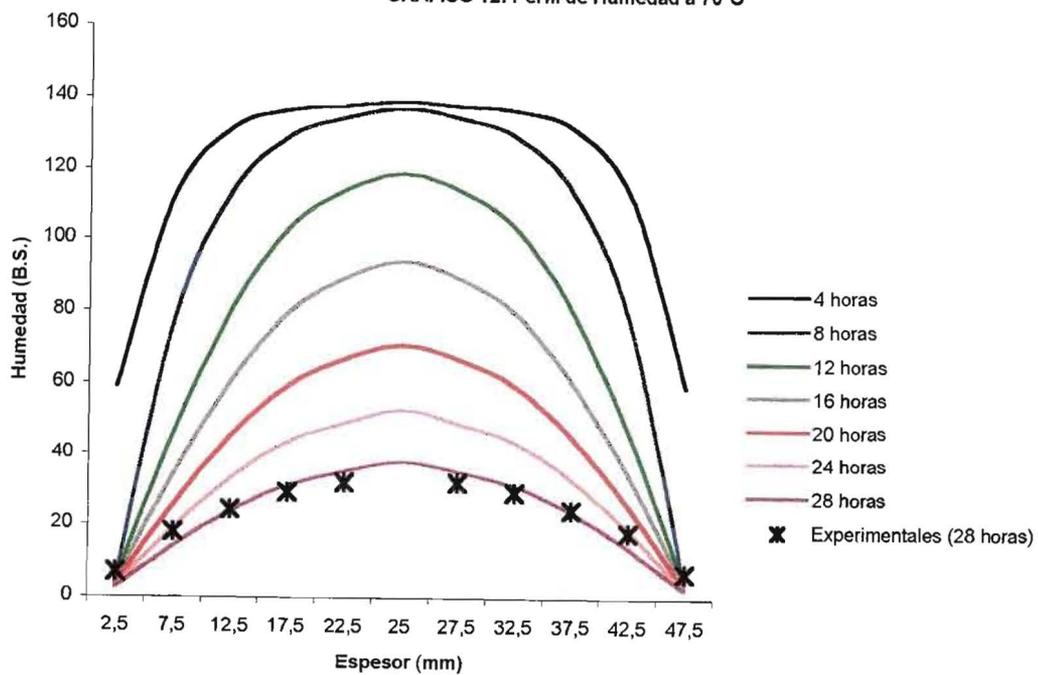


GRAFICO 13: Perfil de Humedad a 80°C

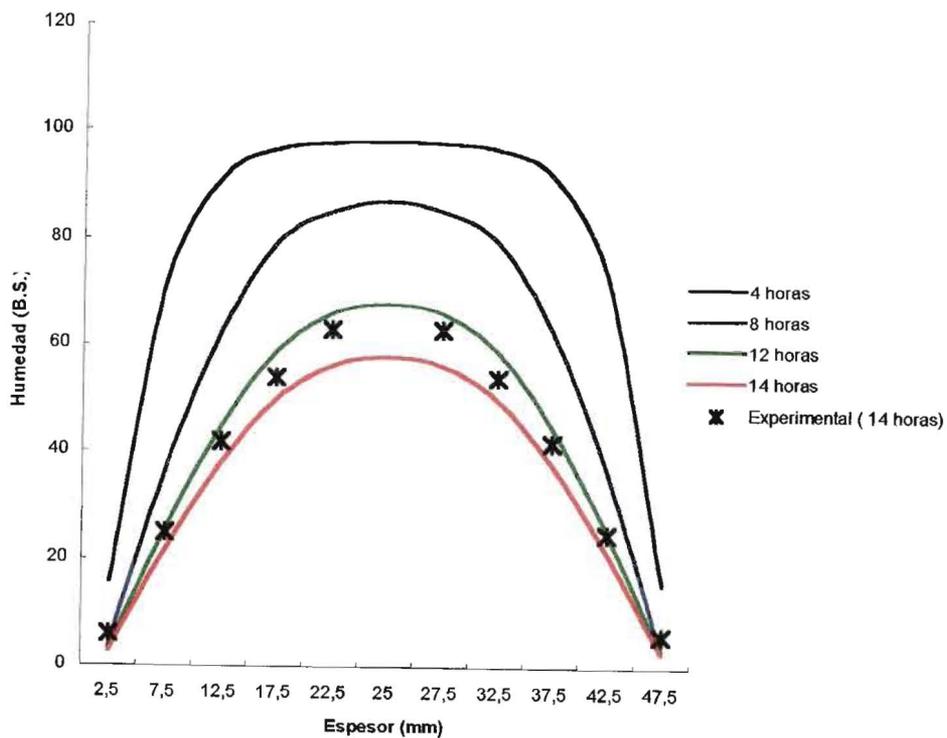
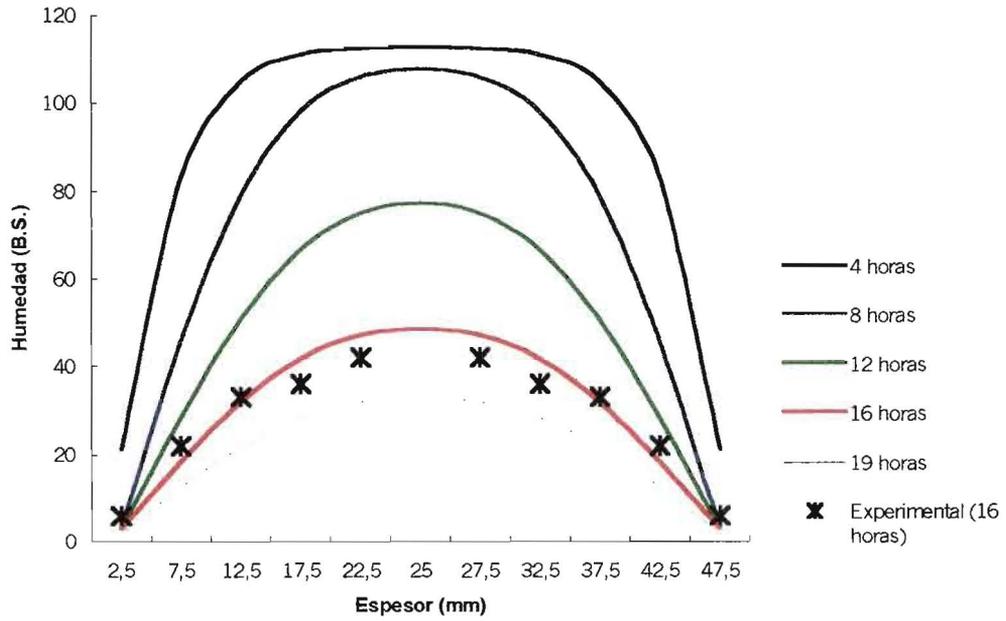
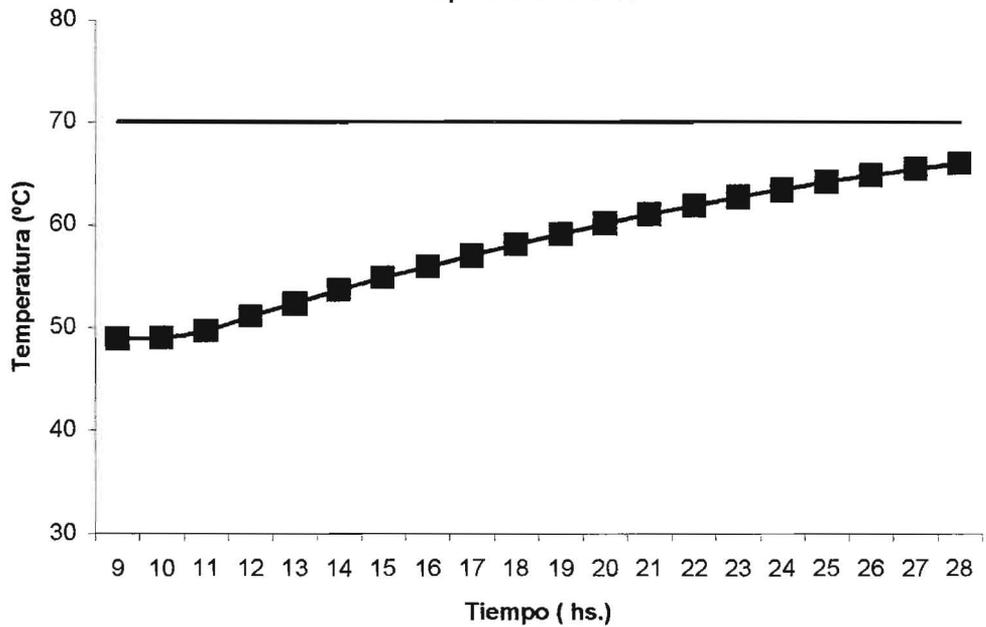
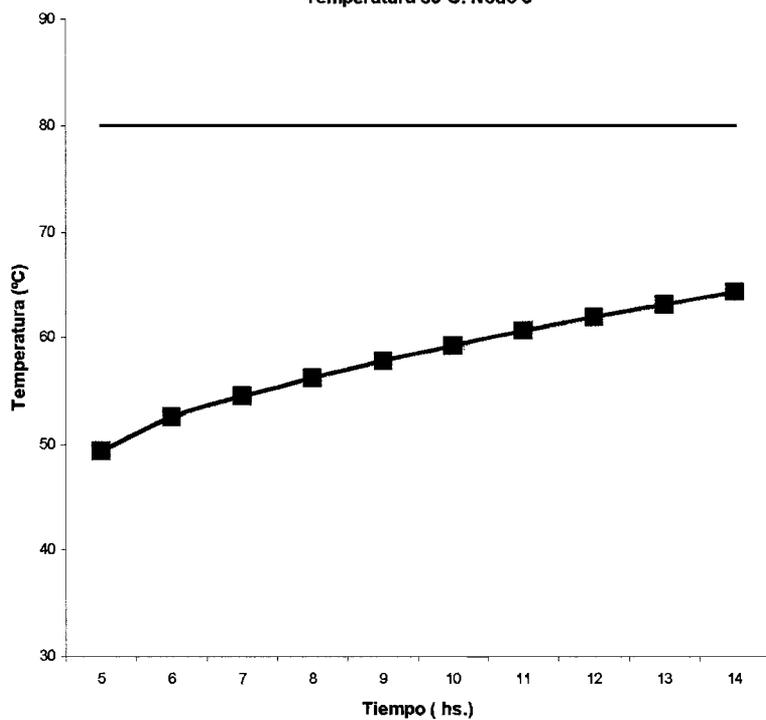


GRAFICO 14: Perfil de Humedad a 90°C

GRAFICO 15: Historia de temperatura (período de velocidad decreciente).
Temperatura 70°C. Nodo 3

**GRAFICO 16: Historia de temperatura (período de velocidad decreciente).
Temperatura 80°C. Nodo 3**



**GRAFICO 17: Historia de temperatura (período de velocidad decreciente).
Temperatura 90°C. Nodo 3**

