

RELACIONES HIPSONOMÉTRICAS PROMEDIOS PARA *Pinus elliottii* ENGL. EN MISIONES Y NE DE CORRIENTES

HEIGHT-DIAMETER AVERAGE CURVES FOR *Pinus elliottii* ENGL. IN MISIONES AND NORTH-EAST OF CORRIENTES

Rubén Alberto Costas ¹
Gustavo Hernán Rodríguez ²

Fecha de recepción: Agosto de 2002
Fecha de aceptación: Febrero de 2004

¹Ingeniero Forestal. Prof. de Estadística y Dasometría. F.C.F.-U.Na.M. Bertoni 124. Eldorado (3380) Misiones. E-mail: rcostas@facfor.unam.edu.ar.

²Ingeniero Agrónomo. Departamento Forestal. EEA Montecarlo. INTA. Av. del Libertador 2.472. Montecarlo (3384). Misiones. E-mail: forestmc@ceel.com.ar

SUMMARY

Predictive models for average height of *Pinus elliottii* Engl. var. *elliottii* stands in Argentine north-east are presented. The regressor variables are mean diameter at breast height and some cases the age. Data came from four provenance trials in Misiones and one in Corrientes north-east. The total number of provenance considered was 39 and the age range between 3 and 18 years. Present results of 40 functions adjusted, and propose to use two of these according to are considered one or both regressor variables.

The utility of the proposed predictive models, is that having estimates of mean diameter at breast height of *Pinus elliottii* Engl. stand, we can forecast its average height.

Key words: Average height, mean diameter, functions, prediction

RESUMEN

Son presentados modelos predictivos de la altura media de plantaciones de *Pinus elliottii* Engl. var. *elliottii*, cultivadas en el NE de Argentina, tomando como variables predictoras al diámetro a la altura de pecho promedio y en algunos casos a la edad.

Los datos utilizados fueron los obtenidos en cuatro ensayos de procedencias ubicados en Misiones y uno en el NE de Corrientes. El número total de procedencias consideradas fue de 39 y el rango de edades desde los 3 hasta 18 años de edad.

Se muestran los resultados de los ajustes de 40 funciones, proponiéndose el uso de dos de ellas según se considere una o ambas variables regresoras.

La utilidad de uso de los modelos predictivos propuestos, radica en que a partir de la estimación del diámetro a la altura de pecho promedio de plantaciones coetáneas de *Pinus elliottii* Engl., pueda predecirse la altura media de las mismas.

Palabras clave: Altura media, diámetro medio, funciones, predicción.

INTRODUCCION

La relación entre la altura y el diámetro de los árboles que conforman un bosque ha tenido un profuso análisis en la literatura forestal, habida cuenta de su importancia en las estimaciones de volúmenes de árboles y en la caracterización de la estructura de las masas arbóreas entre otras utilidades.

Según HUSCH et al (1982), la altura y el DAP (diámetro del fuste a 1,30 m del suelo) están correlacionados entre sí, con relaciones que pueden ser expresadas por funciones matemáticas. Esos autores, como así también AVERY & BURKHART (1994) y PRODAN et al (1997) presentaron varias funciones que en un amplio rango de especies se han ajustado satisfactoriamente a los pares de observaciones altura-diámetro. FRIEDL (1988) y CRECHI et al (1998) citan a esta relación como relación hipsométrica.

Los rodales regulares coetáneos tienen medidas estadísticas descriptivas que resumen y representan a las variables observadas en cada árbol de cada rodal. Así, el DAP promedio (DM) y la altura promedio (HM) de un conjunto de árboles resumen y representan respectivamente a todos DAP y alturas del conjunto. Son combinaciones lineales de ellos, con las mismas esperanzas matemáticas respectivas

(STEEL & TORRIE. 1980). HM y DM son medidas utilizadas directa o indirectamente en la construcción de tablas de volúmenes de rodales (FRIEDL, 1988) y en análisis de crecimiento de las masas arbóreas (HUSCH et al, 1982).

De los resultados del Simulador Forestal (CRECHI et al, 1998) y datos de inventarios, se observó que DM y HM dependen de la especie, de la edad, de la calidad de sitio, de la densidad y de la forma de la distribución diamétrica del rodal. HUSCH et al (1982) destacan la importancia y utilidad del DM para caracterizar una masa forestal cohetánea, teniendo en cuenta que las medidas de variación, de sesgo y de curtosis de las distribuciones diamétricas están más íntimamente relacionadas al DM que a la edad y a la calidad de sitio. ALDER (1980), al analizar métodos estáticos para la predicción del rendimiento de masas arbóreas consideró al DM como uno de los componentes de mayor importancia, junto al volumen de las mismas.

PRODAN et al (1997), afirmaron que las alturas absolutas de los árboles de un rodal dependen de la especie, la calidad de sitio, la edad y del manejo del rodal. Teniendo en cuenta que HM es una combinación lineal de las alturas del rodal, también dependerá de las mismas características.

Siendo la densidad una de las principales expresiones del manejo de la masa, es razonable buscar expresiones que relacionen la densidad con el DM. Analizando una medida de la densidad de la masa como el área basal por unidad de superficie (AB), se puede observar que puede ser calculada a partir del DM. En concordancia con PRODAN et al (1997), se muestra que el AB puede expresarse como una función del DM.

$$\text{Si } AB = \sum^N \pi / 4 * D_i^2 = \pi / 4 * \sum^N D_i^2 \quad (1);$$

Donde N es el número de árboles por ha. y D_i el DAP de cada árbol de la hectárea promedio.

Por otro lado, la variancia poblacional de D_i es

$$\text{Var}(D_i) = [\sum^N (D_i - DM)^2] / N = [\sum^N D_i^2 - N * DM^2] / N \quad (2)$$

Si se despeja $\sum^N D_i^2$ en (2) se obtiene

$$\sum^N D_i^2 = N * [\text{Var}(D_i) + DM^2] \quad (3)$$

Reemplazando $\sum^N D_i^2$ en (1)

$$AB = \pi N / 4 * [\text{Var}(D_i) + DM^2] \quad (4)$$

Si la HM depende entre otros factores de la densidad, y el AB puede calcularse a partir de DM, se justifica encontrar relaciones funcionales entre la

HM y el DM.

La mayoría de las publicaciones citadas precedentemente que tratan sobre la relación hipsométrica lo hacen respecto de curvas ajustadas para diámetros individuales y alturas individuales y para masas en determinadas edades o clases de edades en rodales específicos.

El propósito de este trabajo fue obtener modelos predictivos de la HM de plantaciones de *Pinus elliottii* Engl. var. *elliottii* utilizando como variables independientes al DM y en algunos casos DM y la edad (E).

MATERIALES Y METODOS

Entre los años 1967 y 1968, fueron instalados 17 ensayos de procedencias de *Pinus elliottii* Engl. en el Nordeste argentino con el propósito de estudiar la variación geográfica (BARRET, 1974). En el presente trabajo fueron considerados 5 de esos ensayos y sólo los 39 orígenes correspondientes a *Pinus elliottii* Engl. var. *elliottii*. Las características de los mismos son descriptas en la Tabla 1.

Los datos analizados fueron provenientes de 5 ensayos con rangos de edades entre 3 y 18 años de edad y de densidades desde 816,33 plantas/ha. a los tres años hasta 204,08 plantas/ha a los 18 años. Las ubicaciones extremas de los ensayos fueron las latitudes 25° 43' S y 27° 15' S. y entre las Longitudes 54° 25' O. y 56° 14' O., ubicados en la provincia de Misiones y en el Nordeste de la provincia de Corrientes, Argentina.

Todos los ensayos tuvieron un diseño experimental en bloques completos al azar, con 5 repeticiones por procedencia. Cada repetición fue una parcela de 8 árboles plantados con un distanciamiento de 3,5m x 3,5m. La densidad inicial, de 816,33 plantas/ha, fue homogénea en todos los ensayos. Los raleos fueron realizados por lo bajo, eliminando los individuos de menores diámetros y/o con algunas anomalías en su fuste.

Para cada parcela en cada ensayo a la edad (E) correspondiente se calculó HM y DM, obteniéndose 2.385 observaciones. Luego se procedió al ajuste de 32 funciones no lineales y 8 funciones lineales. Las funciones no lineales fueron ajustadas a través del procedimiento Cuasi-Newton y las lineales a través del método de mínimos cuadrados.

Las fuentes bibliográficas de las funciones ajustadas fueron HUSCH et al (1982), PRODAN et al (1997), THREN (1993), INVENTARIO FLORESTAL NACIONAL. Reforestamento Río Grande do Sul (1983) y MYERS (1990). En la Tabla 2 se muestran algunos estadísticos descriptivos para las variables HM y DM. En la Tabla 3 se muestran los modelos ajustados.

Tabla 1. Características de cada ensayo según ubicación geográfica, N° de procedencias presentes y edades correspondientes a las observaciones.

Table 1: Geographical data of trials, number of provenances and ages of observations in each.

UBICACION	COORDENADAS GEOGRAFICAS	NUMERO DE PROCEDENCIAS POR ENSAYO	EDADES DE LAS OBSERVACIONES (Años)
Pto. Piray (Norte Misiones)	26° 31' S 54° 35' O	30	3, 10 y 18
Cuartel Río Victoria (Centro Misiones)	26° 56' S 54° 24' O	31	3, 4, 5, 10 y 17
El Zaimán (Sur Misiones)	27° 26' S 55° 54' O	22	3, 4, 5, 10 y 18
Pto. Península (Norte Misiones)	25° 43' S	15	3, 4, 5, 10 y 17
Pto. Luján (NE Corrientes)	27° 15' S 56° 14' O	12	3, 4, 5 y 10

Tabla 2: Medidas de posición y rango de las variables HM y DM

Table 2: Descriptive measures of HM an DM data

Variable	Media	Mediana	Mínimo	Máximo	Rango
HM (m)	10,29	6,75	2,43	24,50	22,07
DM (cm)	16,90	14,40	3,70	37,00	33,30

Tabla 3: Identificación y expresiones de los modelos ajustados.
Table 3: : Identification and form of adjusted models.

Nº de modelo y Denominación o Autor	Modelo
1- Modelo Lineal simple	$HM = B_0 + B_1 * DM$
2- Ajuste exponencial I	$HM = B_0 * \exp(B_1 / DM)$
3- Modelo Logístico	$HM = B_0 / (1 + B_1 * \exp(-B_2 * DM))$
4- Modelo de Gompertz	$HM = B_0 * \exp(-B_1 * \exp(-B_2 * DM))$
5- Modelo de Richards	$HM = B_0 / (1 + B_1 * \exp(-B_2 * DM))^{1/B_3}$
6- Modelo de Weibull	$HM = B_0 - B_1 * \exp(-B_2 * DM^{B_3})$
7- Modelo de Mitcherlich 1	$HM = B_0 - B_1 * B_2^{DM}$
8- Modelo de Mitcherlich 2	$HM = B_0 - B_1 * \exp(-B_2 * DM)$
9- Modelo de Mitcherlich 3	$HM = B_0 - \exp(-(B_1 + B_2 * DM))$
10- Modelo de Mitcherlich 4	$HM = B_0 * (1 - \exp(-B_1 * DM))$
11- Modelo de Mitcherlich 5	$HM = \exp(B_0) - B_1 * B_2^{DM}$
12- Modelo potencial I	$HM = B_0 * B_1^{DM}$
13- Modelo exponencial II	$HM = B_0 * \exp(B_1 * DM)$
14- Modelo cuadrático	$HM = B_0 + B_1 * DM + B_2 * DM^2$
15- Modelo de Näslund	$HM = 1,3 + (DM / (B_0 + B_1 * DM))^2$
16- Modelo de Wolfach	$HM = 1,3 + DM^2 / (B_0 + B_1 * DM + B_2 * DM^2)$
17- Modelo de Kopezki y Gerhardt I	$HM = B_0 + B_1 / DM^2$
18- Modelo de Kopezki y Gerhardt II	$HM = 1,3 + B_0 + B_1 / DM^2$
19- Modelo exponencial III	$HM = B_0 * DM^{B_1}$
20- Modelo logarítmico (Hendricksen)	$HM = B_0 + B_1 * \log(DM)$
21- Modelo potencial II	$HM = 1,3 + B_0 * (DM / (1 + DM))^{B_1}$
22- Modelo exponencial IV	$HM = 1,3 + B_0 * \exp(-B_1 / DM)$
23- Modelo exponencial V	$HM = B_0^{(B_1 * \log(DM) - B_2 * (\log(DM))^2)}$
24- Modelo de Töreay	$HM = 1,3 + B_0 * DM + B_1 * DM^2$
25- Meyer (adaptado)	$HM = 1,3 + B_0 * \exp(-B_1 * DM)$
26- Modelo de Petterson	$HM = 1,3 + (DM / (B_0 + B_1 * DM))^3$
27- Modelo de Korsun	$HM = \exp(B_0 + B_1 * \ln(DM) + B_2 * (\ln(DM))^2)$
28- Modelo de Curtis I	$HM = B_0 * (1/DM)^{B_1} * (1/E)^{B_2} * (1/(DM * E))^{B_3}$
29- Modelo lineal múltiple I	$HM = B_0 + B_1 * E + B_2 * DM + B_3 * E^2 + B_4 * DM^2 + B_5 * DM * E$
30- Modelo lineal múltiple II	$HM = B_0 + B_1 * E + B_2 * DM + B_3 * DM^2 + B_4 * DM * E$
31- Modelo lineal múltiple III	$\ln(HM) = B_0 + B_1 * E + B_2 * DM + B_3 * DM^2 + B_4 * DM * E$
32	$HM = 1,3 + 1 / (B_0 + B_0 / DM + B_1 / DM^2)$
33	$HM = 1,3 + 1 / (B_0 + B_1 * (1/DM))^2$
34	$HM = 1,3 + B_0 * DM + B_1 * DM^2$
35	$HM = B_0 + B_1 * DM + B_2 * DM^2 + B_3 * DM^3$
36	$HM = 1,3 + 1 / (B_0 + B_1 * DM^{(-1)} + B_2 * DM^{(-2)})$
37- Modelo exponencial VI	$HM = 1,3 + \exp(B_0 + B_1 * DM^{(-1)})$
38- Modelo exponencial VII	$HM = 1,3 + \exp(B_0 + B_1 * \log(DM) + B_2 * (\log(DM))^2)$
39- Modelo exponencial VIII	$HM = 1,3 + \exp(B_0 + B_1 * \log(DM / (1 + DM)))$
40- Modelo de Curtis II	$HM = 1,3 + \exp(B_0 + B_1 * 1/DM + B_2 * 1/E + B_3 * 1/(DM * E))$

Al ajustar cada función se obtuvo el coeficiente de determinación R^2 (R^2 ajustado en el caso de las funciones lineales) y el error estándar de estimación. Para el cálculo de este último en los casos de funciones donde la variable dependiente fue el $\ln(HM)$, los valores residuales que estaban expresados en unidades de $\ln(HM)$ fueron retransformados a unidades de HM . En el caso de las funciones lineales se observó la significancia estadística de cada término presente en cada modelo a través de la prueba "t" para cada coeficiente de la función lineal.

Como criterios iniciales para seleccionar modelos se utilizaron los valores de R^2 y los errores estándar de estimación. Para las tres funciones que presentaron los mayores R^2 se calculó el estadístico PRESS, que indica la capacidad predictora de cada modelo, y se comprobó el cumplimiento del supuesto de homogeneidad de variancia si las funciones fueron ajustadas por el método de mínimos cuadrados. Finalmente, se seleccionó la función que presentó uno de los dos mayores R^2 , el menor error estándar de estimación, el menor PRESS entre los calculados, tuvo todos sus términos significativos y presentó leves apartamientos del supuesto de homogeneidad de variancia.

RESULTADOS

En el Gráfico 1 se muestra el diagrama de dispersión los pares de valores (DM; HM) y en la Tabla 4 se muestran algunos resultados de los ajustes de los 40 modelos evaluados.

De todos los modelos ajustados, los modelos 29, 30 y 31 fueron los que mayores R^2 ajustados produjeron, es decir los que mayor variación de HM explicaron. El error estándar de estimación del modelo 31 fue superior que los modelos 29 y 30. Los estadísticos PRESS, obtenidos para las funciones 29, 30 y 31 fueron 1057,47; 1055,67 y 2401,17 respectivamente.

En el modelo 29 todos los términos presentes fueron significativos, excepto la variable independiente E^2 .

El modelo 30 tuvo todos sus términos significativos. Realizada la comprobación del supuesto de homogeneidad de variancia de los residuales comunes, se observaron leves apartamientos del mismo respecto de los valores predichos y de las variables independientes DM y $Edad$. Dados los indicadores estadísticos que presentó el modelo 30 respecto de los demás, fue seleccionado como el de mejor comportamiento respecto de las restantes funciones evaluadas. La expresión del modelo 30 ajustado fue

$$HM = -0,6049 + 1,0680 * E + 0,1065 * DM + 0,0076 * DM^2 - 0,0125 * E * DM \quad (5)$$

En la Tabla 5 se muestran los valores predichos de HM por el modelo 30, dentro de los rangos de DM y edades observados.

De los resultados de los ajustes de los modelos

con DM como única variable regresora, se observó que el modelo de Richards (Nº 5) fue el de mayor R^2 y menor error estándar de estimación. La expresión del mismo es la siguiente

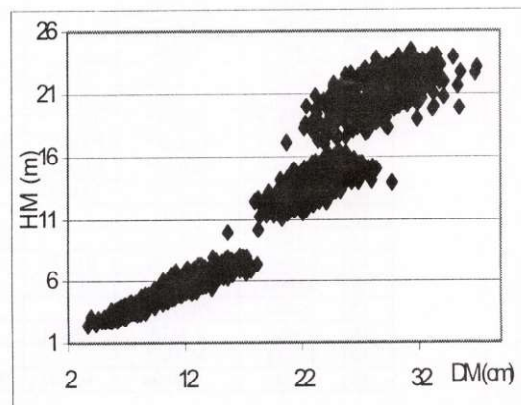
$$HM = 22,6903 / (1 + 66795444,0000 * \exp(-0,6327*DM))^{(1 / 7,4847)} \quad (6)$$

CONCLUSION

La alta correlación existente entre DM y HM llevó a que más del 90 % de las funciones ajustadas tuvieran un coeficiente de determinación R^2 superior al 90 %. De los resultados obtenidos con las observaciones disponibles en este trabajo, no se aconseja el uso de las funciones identificadas con los números 1, 2, 12, 10, 13, 17, 18, 20 y 25 debido a que sus valores predichos de HM se alejan del diagrama de dispersión en uno o varios segmentos del rango de valores de DM .

Gráfico 1: Diagrama de dispersión de los 2385 pares de valores DM_i , HM_i observados.

Graph 1: Scatterplot of 2385 cases pairs of values DM_i , HM_i



La utilidad de uso de los modelos predictivos propuestos radica en que a partir de la estimación del diámetro a la altura de pecho promedio de plantaciones cohetáneas de *Pinus elliottii* var *elliottii*, pueda predecirse la altura media de las mismas. En la realización de inventarios forestales, es conocida la economía que conlleva medir sólo los DAP de los árboles en lugar de medir también la altura de los mismos.

La eventual pérdida de precisión de las predicciones para plantaciones específicas se verá compensada con la versatilidad de utilización de los modelos propuestos en un amplio rango de variación geográfica en el nordeste argentino, para edades hasta los 18 años y con distintos regímenes de manejo de la densidad

El Gráfico 2 muestra el diagrama de dispersión de los datos y la función de Richards ajustada

Gráfico 2: Diagrama de dispersión de los datos y función de Richards ajustada.

Graph 2: Scatterplot of data and adjusted Richards function.

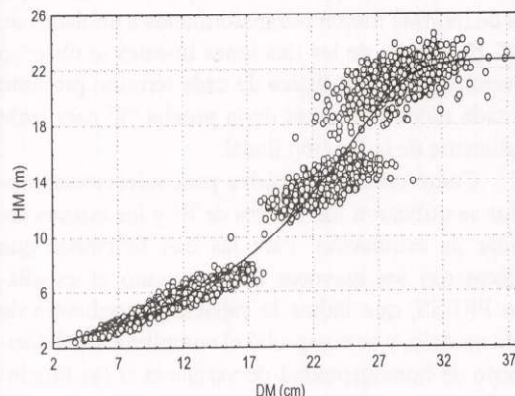


Tabla 4: Estimaciones de los coeficientes de regresión, valores de R² y error estándar de estimación de cada modelo.

Table 4: Regression coefficients estimates, R² values and estándares errors of estimate in each model.

N°	B0	B1	B2	B3	B4	B5	R ²	EE EST
1	-2,6963 *	0,7687 *					94,07%	1,6320
2	45,2836	-24,5450					91,18%	1,9916
3	32,5125	20,1971	0,1216				96,05%	1,3324
4	60,5301	3,9800	0,0445				95,74%	1,3852
5	22,6903	66795444,00	0,6327	7,4847			96,55%	1,2474
6	3,6202	-88,1610	42,8432	-0,9649			95,95%	1,3493
7	1315,4783	1318,2275	0,9994				94,03%	1,6391
8	-13,0105	-12,9766	-0,0324				95,31%	1,4512
9	615,8698	-6,4276	0,0013				93,98%	1,6529
10	2394,0062	0,0003					90,77%	2,0382
11	6,6296	759,9719	0,9990				94,00%	1,6451
12	2,7254	1,0716					93,43%	1,7205
13	2,7254	0,0692					93,43%	1,7205
14	1,0388*	0,2354*	0,0148*				95,50%	1,4219
15	4,9234	0,0601					95,55%	1,4162
16	24,4511	0,5723	0,0040				95,55%	1,4164
17	14,8679	-554,6858					51,86%	4,6574
18	18,7990	-2071,1596					74,96%	2,6488
19	0,2009	1,3681					95,26%	1,4619
20	-19,9189*	11,2508*					85,24%	2,5775
21	55,8871	32,5388					93,73%	1,6813
22	53,7950	30,9194					93,51%	1,7096
23	0,0503	-0,0823	0,0643				95,46%	1,4305
24	0,2027	0,0156					95,49%	1,4305
25	2,0146	-0,0772					92,43%	1,8470
26	4,8577	0,2082					95,23%	1,4651
27	-0,1162	0,3265	0,1786				95,48%	1,4279
28	0,6467	-5,5840	-5,6300	5,0437			98,98%	0,6783
29	-0,6201 *	1,0709 *	0,1077 *	-0,0011	0,0073 *	-0,0115 *	99,01%	0,6639
30	-0,6049 *	1,0680 *	0,1065 *	0,0076 *	-0,0125 *		99,01%	0,6638
31	0,4285 *	0,1018 *	0,0900 *	-0,0007 *	-0,0023 *		99,23%	1,0603
32	0,0040	0,5752	24,4245				95,56%	1,4141
33	0,0601	4,9241					95,56%	1,4138
34	0,2026	0,0156					95,51%	1,4225
35	6,0162	-0,8230	0,0779	-0,0011			96,09%	1,3279
36	0,0040	0,5752	24,4245				95,56%	1,4141
37	3,9850	-30,9167					93,53%	1,7076
38	-2,6025	1,7175	-0,0211				95,58%	1,4119
39	4,0232	32,5367					93,74%	1,6793
40	4,0545	-18,8904	-9,1041	53,4572			98,94%	0,6920

* Coeficientes obtenidos por regresión lineal múltiple estadísticamente significativos.

Tabla 5: Alturas medias (m) predichas por el modelo 30
Table 5: Predicted average height by model 30

E (Años)	DM (cm)							
	5	10	15	20	25	30	35	40
3	3,13	4,05						
6		6,88	7,99	9,48				
9			10,63	11,93	13,61	15,68		
12				14,38	15,88	17,75	20,01	
15					18,14	19,83	21,90	24,35
18					20,40	21,90	23,79	26,05

BIBLIOGRAFIA

- ALDER, D. 1980. Estimación del Volumen Forestal y Predicción del Rendimiento. Vol 2. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. Roma. 198pp.
- AVERY, T. E. and Burkhart, H. E. 1994. Forest Measurement. Fourth Edition. McGraw-Hill. New York. 408pp.
- BARRET, W. H. 1974. Variación Geográfica en *Pinus elliottii* ENGL. y *P. taeda* L. II. Cinco años de crecimiento en el nordeste argentino. IDIA - Suplemento Forestal. Buenos Aires.
- CRECHI, E. H.; Fassola, H. E. y Friedl, R. A. 1998. Simulador Forestal *Pinus Elliottii* V1.0. Programa Cooperativo Simulador de Crecimiento F.C.F. - I.N.T.A. Montecarlo, Misiones.
- FRIEDL, R.A. 1988. Dasometría. Parte I. Secretaría de Impresiones C.E.F.E. "A. Roth". F.C.F.-U.Na.M. Eldorado, Misiones. 120pp.
- HUSCH, B.; Miller, C. I. and Beers, T. W. 1982. Forest Mensuration. Krieger Publishing Company. Malabar, Florida. 402pp.
- INVENTARIO FLORESTAL NACIONAL. Reforestamento Rio Grande do Sul. 1983. Ministerio da Agricultura. Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal. Brasilia. 182pp.
- MYERS, R. H. 1990. Classical and Modern Regression with Applications. Second Edition. PWS-KENT Publishing Company. Boston.
- PRODAN, M.; Peters, R.; Cox, F. y Real, P. 1997. Mensura Forestal. IICA-BMZ/GTZ. San José. Costa Rica. 561pp.
- STEEL, R.G.D. and Torrie, J.H. 1980. Principles and Procedures of Statistics. A Biometrical Approach. McGraw-Hill Book Company. New York. 633pp.
- THREN, M. 1993. Dasometría. Apuntes de Clase. Serie Técnica Forestal. Volumen 1. Proyecto UNSE/GTZ. Universidad Nacional de Santiago del Estero. Facultad de Ciencias Forestales. 182 pp.