



APRECIACIONES ACERCA DE UNA BREVE EXPERIENCIA DE TRABAJO CON MODELOS MATEMÁTICOS

León Natalia^{1,2}, Fernández von Metzen Gretel², Salinas Alejandro³, Sánchez David³, Zang Claudia¹, Vila Torres Patricia⁴

¹ Cátedras de Análisis IV y Optimización. Profesorados en Matemática y Física. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

² Cátedra de Análisis II. Ingeniería Química e Ingeniería en Alimentos. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

³ Investigadores en formación del Proyecto de Investigación "Obstáculos en el aprendizaje de integrales múltiples". FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

⁴ Cátedras de Estadística I y II. Profesorados en Matemática y Física. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

nleon@campus.unam.edu.ar

Palabras Claves: Modelos Matemáticos, Enseñanza, Aprendizaje.

En el presente resumen se socializa una breve síntesis acerca de una experiencia realizada en la cátedra Análisis IV de los Profesorados en Matemática y en Física, durante el primer cuatrimestre del presente ciclo lectivo, más precisamente, sobre la implementación de una propuesta de enseñanza llevada a cabo en una clase de dos horas reloj, en la que se trabajó con la reelaboración de un modelo matemático vinculado a sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, inmerso en un contexto extra - matemático.

La propuesta nace por un lado, a partir de las diversas observaciones realizadas en el marco de las prácticas docentes de la profesora a cargo de la asignatura, en las que se detectó que los estudiantes suelen presentar ciertas dificultades para interpretar y extraer información de modelos matemáticos ya estudiados, sin recurrir a técnicas de resolución correspondientes, ni requerir la intervención explícita del docente para emprender la manipulación del modelo. Por otro lado, en función de las sugerencias realizadas en las investigaciones educativas actuales, acerca de la potencialidad de incorporar la modelación matemática en los espacios de aprendizaje de los estudiantes como estrategia propicia para la enseñanza de la matemática (Salett Biembengut y Hein, 2004). Se decidió implementar una propuesta didáctica que les permita a los estudiantes familiarizarse con las prácticas de construcción de un modelo matemático, y que a su vez, puedan resignificar objetos matemáticos ya estudiados en otros espacios de formación académica.

Cabe mencionar que la actividad fue implementada luego de que la docente desarrollara los contenidos propios de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de manera análoga a lo realizado en años anteriores, por lo se esperaba que en principio los objetos matemáticos en cuestión, no resultaran desconocidos para los estudiantes; no obstante, dado que la situación problemática seleccionada se enmarca en un contexto extra matemático vinculado a la mezcla de sustancias, se preveía que el armado del modelo podría resultar novedoso para los alumnos, ya que su abordaje implicaba tener disponibles conceptos extra - matemáticos tales como, caudal de un fluido y concentración de sustancias.

De acuerdo a lo que comúnmente se define como modelización de situaciones extra matemáticas, dentro de la literatura académica, se encuentran autores como Cristante, Esteley, Marguet y Mina, quienes conciben que "la modelización matemática consiste en el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos y resolverlos interpretando sus soluciones en un lenguaje real" (como se cita en Rodríguez y Barreiro, 2018). Desde esta concepción se distinguen diferentes etapas que constituyen el proceso de modelización matemática, tal como se muestra en la figura 1. En lo que respecta a la propuesta analizada en este trabajo, cabe señalar que por razones de tiempo, los estudiantes pudieron ejecutar las etapas 2 y 3, ya que la correspondiente a la delimitación del sistema inicial no fue realizada por los estudiantes.



Fig. 1: Esquema del proceso de Modelización Matemática (Rodríguez y Barrero, 2018)

Los objetivos pretendidos estuvieron orientados a generar un espacio favorable para la interiorización de las prácticas de modelización matemática en el marco de la asignatura, y además en la recopilación de información relevante que permita a los docentes a cargo de este trabajo, problematizar las prácticas de enseñanzas llevadas a cabo hasta el momento, y en consecuencia generar nuevas propuestas didácticas.

Inicialmente, se planificaron y diseñaron tres consignas relacionadas al mismo fenómeno en estudio, sin embargo, por cuestiones de tiempo solo fue factible el abordaje de la primera y segunda consignas. En esta presentación, se recuperará lo referido a la primera de ellas, presentada en la figura 2.

Consigna N° 1: En una cierta provincia del país Z existen dos lagos que se encuentran comunicados por un río, tal como se muestra en la siguiente figura. Los mismos siempre fueron reconocidos por la belleza y pureza de sus aguas cristalinas, hasta que en un determinado momento una empresa extranjera decidió desechar 2000 kilogramos de productos tóxicos (contaminantes) en el lago superior. El lago superior contiene 700.000 litros de agua, el lago inferior contiene 400.000 litros, y el río circula a razón de 1.500 litros por hora. Se supone que el contaminante se dispersa con rapidez suficiente para que la mezcla del mismo y el agua sea homogénea en todo momento.

Sugerencia: Tener presente que la tasa de variación de contaminante con respecto al tiempo, en cada lago, deberá ser igual a la tasa de entrada menos la de salida.

- Plantea un modelo matemático que describa el comportamiento de la cantidad de contaminante $P_1(t)$ en el lago superior en el momento t .
- Si $P_2(t)$ es la cantidad de contaminante en el lago inferior en el momento t , ¿Cómo será el modelo matemático que permite caracterizar la situación del lago inferior?
- ¿Podría determinar qué sucede con la cantidad de contaminante en cada uno de los lagos a largo plazo?

Fig. 2: Primera consigna trabajada por lo estudiantes en forma grupal



Tal como se había previsto en un análisis a priori de la consigna, y que por razones de extensión no se esbozan en este apartado, se detectó que para el ítem a) las mayores dificultades se presentaron al momento de armar y expresar simbólicamente la tasa de salida, dado que ésta implica el producto de la concentración de contaminante en el flujo de salida y la rapidez de salida del agua con contaminante. El pasaje hacia el registro simbólico generó cierto bloqueo inicial en la resolución de los estudiantes, por lo que la docente intervino con algunos interrogantes que permitieran vislumbrar qué se entiende por tasa de variación en el contexto del problema, y distinguir cuáles eran las magnitudes físicas involucradas. En cuanto al ítem b) el armado del modelo matemático generó menos inconvenientes para aquellos estudiantes que ya habían construido lo solicitado en el ítem a). Asimismo, se destaca que la mayoría de los estudiantes resolvió el sistema a partir de los métodos de resolución analítica para ecuaciones diferenciales de primer orden, a pesar de que esto no había sido solicitado en ninguna de las consignas, ni tampoco era necesario para dar respuesta a las preguntas dadas, ya que incluso el ítem c) se podía responder apelando al sentido común. Cabe destacar que en aquellos grupos que apelaron a hallar la solución analítica, ésta no fue utilizada a posteriori.

Se considera que en general, esta intervención fue de agrado para el grupo de alumnos, pues si bien manifestaron que este tipo de actividad en sus inicios les genera ciertas dificultades, también reconocieron que los motiva a resignificar los objetos matemáticos aprendidos hasta el momento, a partir del estudio de las aplicaciones extra matemáticas. También mencionaron que este tipo de actividades los estimula salir de su zona de confort, a interactuar con sus pares, a elaborar conjeturas.

De igual manera, de parte del equipo docente, se asume que las situaciones problemáticas de modelización de contextos conocidos, favorece la producción de espacios de creación y reflexión conjunta, que permite enriquecer tanto las prácticas de enseñanza como las de aprendizaje.

Bibliografía:

- Rodríguez, M. y Barreiro P. (2018). *Modelización y resolución de problemas*. En M. Pochulu (Ed.). *La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones* (pp. 17 – 26). Villa María, Argentina: GIDED – UNVM.
- Salett Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105 – 125. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>