

# LIBRO DE RESÚMENES



## III JORNADAS DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales

Universidad Nacional de Misiones

13 al 16 de agosto del 2019, Posadas, Misiones

**Compilación**      **Mario R. Rosenberger**  
**Jorge O. Manzur**  
**Alejandro D. Moreno**  
**Carlos A. Schvezov**

**Edición**            **Carlos A. Schvezov**

**ISBN 978-950-766-181-5**

ISBN 978-950-766-181-5



9 789507 661815

## Índice de Resúmenes

<b>Optimgraf,</b> M.E. Matiauda, C.A. Kornuta.....	1
<b>La Resolución de Problemas y el Cuidado del Medio Ambiente,</b> R.V. Operuk .....	2
<b>Trabajando con infografías en geometría proyectiva,</b> R.V. Operuk .....	5
<b>Análisis de Eficiencias Técnicas y de Escala en la Economía Silvopastoril de Misiones,</b> A. De Luca, J.M. De Luca .....	7
<b>Apreciaciones acerca de una Breve Experiencia de Trabajo con Modelos Matemáticos,</b> N. León, G. Fernández von Metzen, A. Salinas, D. Sámchez, C. Zang, P. Vila Torres.....	9
<b>Detección de Especímenes de Capa Emergente en la Selva Atlántica mediante el Procesamiento Homomórfico de Imágenes Satelitales,</b> C. Bernhardt, S. Moya, J. Kolodziej, M.R. Rosenberger .....	12
<b>La Configuración Cognitiva de Ingresantes al Profesorado de Matemática. El Caso de un Estudiante,</b> R.V. Operuk, E. Abildgaard, N. Martyniuk, S. Caronía .....	14
<b>El Concepto de Diferencial: Origen, Controversias y Concepciones Actuales,</b> A.D. Moreno, M.A. Verón, G. Nascimento, M.del C. Benítez.....	17
<b>Ecuaciones Matemáticas de Hertz Aplicadas a la Validación del Método de Elementos Finitos,</b> C.M. Rodríguez, M.R. Rosenberger, C.E. Schvezov .....	20
<b>Modelización de Microestructuras de Solidificación mediante el Método de Elementos Finitos,</b> A.D. Moreno, C.E. Schvezov, M.R. Rosenberger .....	23
<b>Sistema Embebido para Calibración de Humedad del Suelo utilizado en la Experimentación,</b> F. Garcete, M. Marinelli, E. Zamudio, C. Bernhardt, J.O. Manzur .....	26
<b>Ajuste Polinómico de la Ecuación de Estado de Neumann para la Determinación de Energía Libre Superficial en Sólidos,</b> J.M. Schuster, C.E. Schvezov, M.R. Rosenberger.....	28
<b>Análisis de la Estabilidad del Método de Lifshitz-van der Waals/Ácido-Base para Determinar la Energía Superficial en Sólidos,</b> J.M. Schuster, A.D. Moreno, J.O. Manzur, C.E. Schvezov, M.R. Rosenberger.....	31
<b>El Método Bayesiano en Ciencias de la Salud,</b> M.O. Rivero, D.G.A. Wisner .....	33
<b>Análisis del Proceso de Resolución de Problemas de Ecología Evolutiva para el Estudio de Competencias Matemáticas,</b> A.G. Duarte, C.D. Lagraña .....	36
<b>Determinación de la Cinética de Transformación de Cromo (VI) por Fotocatálisis Heterogénea con Dióxido de Titanio Inmovilizado,</b> M.L. Vera, H.D. Traid, M.I. Litter .....	37
<b>Procesamiento de Imágenes sobre Microestructuras Globulares del Material ZA27,</b> V. Santos, F. Favret, J. de D. Benítez, M.R. Rosenberger.....	40
<b>Aplicación de las Transformadas Rápidas de Fourier para la Evaluación del Ordenamiento de Recubrimientos Nanoestructurados de Óxido de Aluminio,</b> F.A. Bruera, G.R. Kramer, M.L. Vera, A.E. Ares .....	42
<b>Desarrollo y Empleo de Videojuegos como Estrategia Didáctica para la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Enteros, la Suma y el Producto”,</b> E.E. Rolón, C. Biale .....	45
<b>Modelización de la Transferencia de Calor dentro de un Pasteurizador de Alimentos a Pequeña Escala,</b> C.A. Schvezov, A.R. Lespinard, M.R. Rosenberger .....	49
<b>Análisis de Sensibilidad de Tamaño de Poro por Modificación de Brillo en Imágenes de Microscopio Electrónico de Barrido,</b> H.D. Traid, M.L. Vera, A.N. Dwojak, M.I. Litter.....	52
<b>Modelo de la Evaporación de una Gota Sésil sobre una Superficie Sólida,</b> A.D. Moreno, J.M. Schuster, J.O. Manzur, M.R. Rosenberger, C.E. Schvezov.....	55

<b>Modelado y Estrategias para el Control de Temperatura en un Tanque de Mezcla,</b> A.M. Martínez, M.R. Rosenberger .....	<b>59</b>
---	-----------

## Índice de Onomástico

### A

Abildgaard, E. 14  
Ares, A.E. 42

### B

Benítez, J. de D. 40  
Benítez, M. del C. 17  
Bernhardt, C. 12, 26  
Biale, C. 45  
Bruera, F. A. 42

### C

Caronía, S. 14

### D

De Luca, A. 7  
De Luca, J.M. 7  
Duarte, A.G. 36  
Dwojak, A.N. 52

### F

Favret, F. 40  
Fernández von Metzen, G. 9

### G

Garcete, F. 26

### K

Kramer, G.R. 42  
Kolodziej, J. 26  
Kornuta, C.A. 1

### L

Lagraña, C.D. 36  
León, N. 9  
Lespinard, A.R. 49  
Litter, M.I. 52

### M

Manzur, J.O. 26, 31, 55  
Marinelli, M. 26  
Martínez, A.M. 59

Martyniuk, N. 14  
Matiauda, M.E. 1  
Moreno, A.D. 17, 23, 31, 55  
Moya, S. 12

### N

Nacimiento, G. 17

### O

Operuk, R.V. 2, 5, 14

### R

Rivero, M.O. 33  
Rodríguez, C.M. 20  
Rolón, E.E. 45  
Rosenberger, M.R. 12, 20, 23, 28,  
31, 40, 49, 55, 59

### S

Salinas, A. 9  
Sánchez, D. 9  
Santos, V. 40  
Schuster, J.M. 28, 31, 55  
Schvezov, C.A. 49  
Schvezov, C.E. 20, 23, 28, 31, 55

### T

Traid, H.D. 37, 52

### V

Vera, M.L. 37, 42, 52  
Verón, M.A. 17  
Vila Torres, P. 9

### W

Wisner, D.G.A. 33

### Z

Zamudio, E. 26  
Zang, C. 9



## OPTIMGRAF

Matiauda, Mario E. <sup>1</sup>, Kornuta, Cristian A. <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento Matemática. FCEQyN. UNaM. Apóstoles, Misiones.

<sup>2</sup> Cátedra de Semiótica. FHyCS. Posadas, Misiones.

[mario.matiauda@gmail.com](mailto:mario.matiauda@gmail.com)

Palabras Claves: Investigación Operativa, Optimización, Graficación

### RESUMEN

En el estudio de los problemas de minimización o maximización de funciones de variable vectorial (en  $R^2$ ), condicionadas por restricciones en ecuaciones o inecuaciones, más allá de la técnica numérica adoptada para su resolución, resulta de interés disponer la visualización gráfica de la solución del problema.

### Objetivos

*Optimgraf* es una herramienta, en el entorno Matlab R15 en adelante, para este tipo de situaciones y con sencillez para su manejo y operatoria por cualquier usuario sin necesidad de profundidad en sus conocimientos sobre el software base, con alcances y limitaciones condensadas en:

Resolución numérica de problemas de maximización o minimización funciones de dos variables (lineales o no lineales) restringida hasta tres funciones lineales o no lineales o combinación de ellas.

Generación de curvas de nivel de las funciones y restricciones y ubicación del vector solución, con la limitación de conocer el dominio numérico de resolución.

### Resultados

Sea el problema

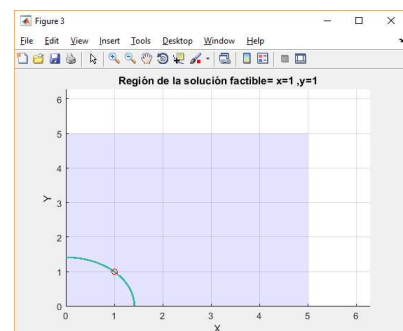
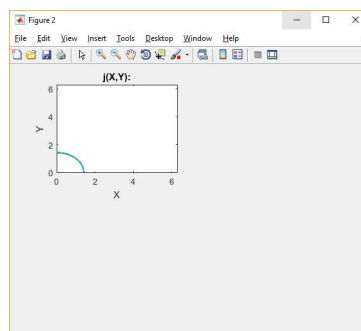
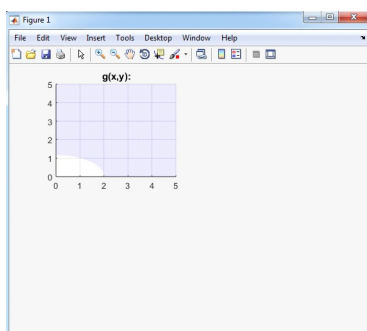
$$\text{Minimizar } f(x_1, x_2) = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$$

Sujeta a

$$j(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 2 = 0 \quad (\text{i})$$

$$g(x_1, x_2) = 0,25x_1^2 + 0,75x_2^2 - 1 \leq 0 \quad (\text{ii})$$

$$0 \leq x_1 \leq 5, 0 \leq x_2 \leq 5 \quad (\text{iii})$$



### Conclusiones

Optimgraf se considera como una herramienta útil para resolver situaciones que admitan modelos dentro de sus alcances e incluso acompañar la enseñanza del área de Optimización matemática, de hecho, implementada en asignaturas de la institución que la contemplan.

## LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EL CUIDADO DEL MEDIO AMBIENTE

Operuk, Roxana V.

Cátedra: Seminario II. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

[roxsoperuk@gmail.com](mailto:roxsoperuk@gmail.com)

Palabras Claves: Seminario –Problemas - Evaluación

**Resumen.** El presente trabajo se refiere a una experiencia realizada en la cátedra Seminario II del Profesorado en Matemática. La materia se encuentra en el segundo año de la carrera y su régimen de aprobación es promocional, por lo tanto, se realizan distintas actividades respecto de la resolución de problemas, que permiten la realización de diferentes formas de evaluación.

**Desarrollo.** En las actividades que se presentan en las clases se intenta poner en juego distintas posturas de acción por parte de los estudiantes, buscar información, interpretar, experimentar, leer, analizar, etc.

Se constituye en sí mismo en un camino de búsqueda donde el principal aspecto metodológico es la resolución de problemas matemáticos. Entendiendo como tal, lo planteado desde la postura de la escuela anglosajona, según Camacho, M y Santos Trigo, M (2015)

La resolución de problemas debe basarse en el desarrollo de empleo de un método de búsqueda y cuestionamiento donde el estudiante pregunta, cuestiona, indaga, representa y explora el comportamiento de objetos matemáticos a partir del uso de recursos, estrategias y formas de razonar que son consistentes con el quehacer y la evolución de la disciplina. (p.116)

Además del desarrollo de las clases presenciales donde se aborda el tema funciones recurriendo a los conocimientos ya aprendidos, y luego de realizar una indagación histórica, se les solicita la presentación en forma grupal y por escrito de una experiencia domiciliaria, donde la consigna es dada por el docente, por medio del aula virtual.

La consigna, en parte, dada a los estudiantes fue la siguiente:

### **Cuidado del agua en Argentina**

“El cuidado de plantea y principalmente del agua es uno de los temas más importantes de la agenda a nivel mundial. ¿Cuál es el día del cuidado de agua?, En base a esta situación se puede leer”

<https://www.infobae.com/2016/03/22/1798826-cuidar-el-agua-un-compromiso-que-gana-adeptos-la-argentina/>”



En el trabajo se solicitó que por medio de páginas web se vean dos campañas de concientización del cuidado de medio ambiente, como así también se insta a pensar “En relación con todo esto, ¿Cuál es nuestra postura? ¿Hacemos algo para el cuidado del agua? ¿Tenemos un consumo responsable? ¿Qué significa tener un consumo responsable?”



“Veamos...”

¿Cuánta agua usan ustedes para bañarse?



1. Analicen el desafío planteado
2. Experimenten: busquen la forma de probar el desafío que consideran mejor.
3. Utilicen para experimentar los elementos que crean necesarios, en lo posible elementos caseros y sencillos. Documenten fotográficamente el proceso realizado con no más de dos o tres imágenes.
4. Recopilen los datos necesarios para responder al interrogante.
5. Establecer la forma matemática más apropiada para poder, utilizando los datos obtenidos, representar la solución del desafío.

Algunos de los resultados obtenidos fueron los siguientes

Grupo 1

➤ ¿Cuánta agua utilizo para bañarme?

Para saber cuánta agua utilizo para bañarme hice un experimento el cual coloqué un balde debajo de la ducha y habilité la misma, donde cronometré cuánta agua cae en un minuto. De forma que al cargar el balde en un minuto cerré la ducha y para poder calcular los litros utilice la unidad de medida de una licuadora.



Al realizar el experimento y cargar luego el agua que cayó en un minuto en dicho recipiente, cargue por litros en la medida de un licuadora y me dio como resultado que en un minuto cae cinco litros y medio de agua.

Grupo 2

Trabajo practico sobre el cuidado del agua.

2) el experimento que me planteé utilizar es el de lavar los platos, es algo cotidiano y que lo puedo probar sin gastar agua innecesariamente. Al mismo tiempo lavar los platos es algo muy cotidiano en la vida de muchas personas.

En este experimento probé de dos maneras lavar los platos, una de ellas es cerrando y abriendo la canilla y la otra es dejar corriendo el agua, en ambos casos cronometre el tiempo que le llevaba lavar los platos con similares objetos y deje calcular aproximadamente los lts de agua que se utilizan.

Para este experimento utilice un balde de 5lts aproximadamente, platos, ollas y cubiertos, la esponja y el detergente.

**1° Experimento:** En este caso, lave lo que cotidianamente utilizo para cocinar y comer para 1 persona, dejando correr el agua.

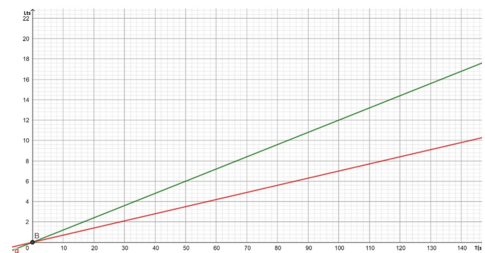


Dejando correr el agua, tarde 1'40" en lavar estos platos y utilice 2 baldes  
 Y un poco más en este tiempo.  
 Si consideramos que el balde tiene 5 litros, podemos decir que se utilizaron 12lts para lavar estos platos.

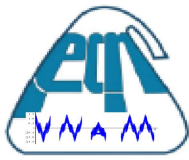


platos.

Considerando el tiempo y los litros de agua que me llevaron lavar los platos, diseñe una gráfica, para que veamos la comparación del consumo de mejor manera.



La grafica verde representa el gasto de agua con respecto al tiempo que nos lleva si dejamos correr el agua. Utilizamos la siguiente función  $f(t)=0,12lts.t$  donde t=tiempo medido en s.  
 La grafica roja representa el gasto de agua con respecto al tiempo que nos lleva abriendo y



13 - 16 de agosto de 2019

**III Jornadas del Departamento de Matemáticas**

Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales  
Universidad Nacional de Misiones

---

Respecto de esta forma de trabajo es la primera vez que se realiza en la cátedra, desde luego que hay cuestiones a modificar, pero se considera que es una instancia de poder "ver" la matemática desde otro punto de vista.

**Referencias**

Camacho, M; Santos Trigos, M. (2015). Aportes sobre resolución de problemas, tecnología y formación de profesores de matemáticas. Avances y realidades de la educación matemática. Editorial Grao. Barcelona España.  
Producciones de los estudiantes de Seminario II. (2019). Aula virtual de la FCEQyN.

## TRABAJANDO CON INFOGRAFÍAS EN GEOMETRÍA PROYECTIVA

Operuk, Roxana V.

Cátedra de Geometría III (proyectiva). FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

[roxsoperuk@gmail.com](mailto:roxsoperuk@gmail.com)

Palabras Claves: .Geometría –evaluación- infografías

**Resumen.** El presente trabajo se refiere a una experiencia realizada en la cátedra Geometría III (proyectiva) del Profesorado en Matemática. La materia se encuentra en el tercer año de la carrera y su régimen de aprobación es promocional, por lo tanto, se realizan distintas actividades que permiten distintas formas de evaluación. En este caso particular se describe el uso de las infografías, respecto de una unidad de la materia antes mencionada. Con esta actividad se intenta poner en juego distintas posturas de acción por parte de los estudiantes, es decir, buscar información, leer, analizar, resumir.

### Desarrollo.

Con el trascurso de las clases de teoría - práctica se llevan a cabo además distintos trabajos de producción de los estudiantes, dentro de lo estipulado para la promoción. Uno de ellos, es la presentación por medio de infografías de una de las unidades del programa. Luego de abordar la unidad tres "Escala Armónica" con definiciones teoremas y actividades de aplicación se les solicita que en un tiempo determinado realicen la confección de la misma.



Se les explicita que será en forma de exposición ante sus compañeros de curso en forma oral, por medio de la proyección del mismo. Se sugiere una página web donde se brinda información para la realización de las infografías, pero no obligatoria para la elaboración.

Se menciona también que van a evaluar a sus compañeros en la presentación, respecto de ítems en formato de tabla para una mayor facilidad en la notación, el objetivo es que aprendan también evaluar otros trabajos con mirada crítica y ser respetuosos de sus opiniones.

Los ítems, de la tabla antes mencionada se dividían en tres bloques el principal respecto del contenido matemático y luego aspectos generales: respeta los aspectos formales de la escritura, posee los datos de identificación de los autores, trabaja en orden y sigue los pasos de la infografía. Y con los contenidos en la infografía: el título es llamativo, está centrado en la lámina, está acompañado de una imagen principal, formato de texto legible, utiliza imágenes relacionadas con el contenido, Bibliografía.

Algunos de los trabajos presentados son los siguientes

## ESCALA ARMÓNICA

¿QUE ES?  
 ¿COMO SE HACE?  
 ¿QUE TIPOS EXISTEN?

*Considerando una recta dividida en segmentos (no necesariamente iguales) obtenemos varios grupos armónicos, al conjunto de estos grupos armónicos, llamaremos escala armónica.*

### CONSTRUCCIÓN

*Para la construcción, se dan tres puntos:  $A_{inf}$ ,  $A_0$ ,  $A_1$ , de una recta "U", que constituyen la "terna fundamental", donde el primer punto es un punto propio de la escala, el segundo punto es el punto origen y el tercer punto es el punto unidad.*

**SEGÚN SEAN IGUALES O NO LOS SEGMENTOS, PUEDEN SER:**

- MÉTRICAS
- PROYECTIVAS

**CORRESPONDENCIA**

A cualquier número racional siempre se le puede hacer corresponder un punto en la escala armónica.

http://blog.hubspot.com/marketing/visual-content-marketing-strategy

## ESCALA ARMÓNICA

¿QUE ES?

CONSIDERANDO UNA RECTA DIVIDIDA EN SEGMENTOS (NO NECESARIAMENTE IGUALES) OBTENEMOS VARIOS GRUPOS ARMÓNICOS, A LOS QUE LLAMAREMOS ESCALA ARMÓNICA.

### PARA LA CONSTRUCCIÓN

Preciso tres puntos de una recta U, que constituyen la "terna fundamental"

$A_{\infty}$  que es un punto propio de la escala.

$A_0$  que es el punto origen

$A_1$  que es el punto unidad

**SEGÚN SEAN IGUALES O NO LOS SEGMENTOS, PUEDEN SER:**

- MÉTRICOS
- PROYECTIVOS

**CORRESPONDENCIA:**

A CUALQUIER NÚMERO RACIONAL SIEMPRE SE LE PUEDE HACER CORRESPONDER UN PUNTO EN LA ESCALA ARMÓNICA

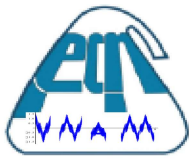
www.societyclinics.org - geometría proyectiva. Pascali, Justo (1935) - Cantero Rodrigo, Fernández Ludmila, Gazan Ayelén

Las presentaciones se realizaron en tiempo y forma, los estudiantes expusieron sus trabajos y la evaluación entre pares fue beneficiosa según sus opiniones la cual se trabajó al terminar la clase, manifestaron que les resulta un poco "complicado" ya que se conocen demasiado, ya que comparten muchas horas juntos y materias. Pero respecto del trabajo opinaron que fue "algo diferente" pero "muy trabajoso" ya que demandaba mucha lectura y poder de síntesis para ver que se escribía en la infografía.

Esta forma de evaluación es la primera vez que se realiza en la cátedra, desde luego hay cuestiones a modificar, pero se considera que es una instancia de evaluación positiva donde se puede evaluar en forma oral y un poco más distendida ya que se forma un diálogo entre el docente con los estudiantes y entre ellos

### Bibliografía.

Pascali, Justo (1935) Geometría proyectiva.  
<https://www.lolup.es/como-crear-una-infografia-en-6-pasos/>



## **ANÁLISIS DE EFICIENCIAS TÉCNICAS Y DE ESCALA EN LA ECONOMÍA SILVOPASTORIL DE MISIONES**

Anabella De Luca <sup>1</sup>, José María De Luca <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Cátedra de Administración. FHyCS. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup>Programa de Postgrado. FCE.UNaM, Posadas, Misiones.

[anydeluca86@gmail.com](mailto:anydeluca86@gmail.com), [deluca@fce.unam.edu.ar](mailto:deluca@fce.unam.edu.ar)

**Palabras Claves:** Recursos Controlables y No controlables - Herramientas No Paramétricas – Proceso Analítico Jerárquico

La silvopastura misionera es de importancia en las regiones Noroeste y Centro Este que serán las estudiadas en esta investigación.

Considerando la actividad ganadera en Misiones en el 2002, ésta representaba menos del 1% del total nacional, con aproximadamente 350.000 cabezas, manejadas por 18.500 establecimientos ganaderos en más de 300.000 ha donde la mayoría de ellos son de economía mixta, donde la actividad ganadera es complementada con cultivos industriales o bosques implantados y nativos.

Colcombet y otros(2010) identificaron en ellos, una serie de valiosos recursos que podrían abrir un incipiente escenario de agronegocios en el Noreste Argentino (NEA), apuntado a incursionar en actividades complementarias e integradas apoyados en un enfoque de negocios.

No menos importantes en la consolidación de los nuevos negocios ha sido la continua reducción de costos por aumento de la productividad, la mejor calidad lograda del ganado de los rodeos, el nacimiento de una demanda de carne diversificada y nuevas estrategias de marketing.

La sustentabilidad económica, social y ambiental de las actividades agrícolas y forestales de la región del NEA son analizadas por estos autores y logran demostrar en este trabajo la primacía de la actividad silvopastoril frente a la ganadería de campo abierto, la actividad forestal tradicional y los cultivos anuales.

Estos investigadores han también analizado los resultados económicos financieros esperados por un productor que se inicie en esta actividad.

La importancia de la genética animal adaptada a la región, de la capacidad gerencial del productor, y de orientar la actividad silvopastoril al engorde y no a la invernada fueron las conclusiones principales logradas de los factores de éxito extraídos de las entrevistas.

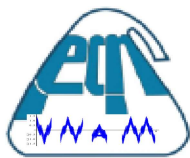
Frey y otros (2008) han realizado un relevamiento de datos de los productores silvopastoriles de Misiones y Corrientes y como no existían productores cuyas forestaciones hayan llegado a la edad de rotación y, es por ello que la investigación se completó con información teórica de una regresión temporal, utilizando el simulador forestal construido por la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Nacional de Misiones (U.Na.M) y el INTA.

La medición de eficiencias en unidades económicas como las explotaciones silvopastoriles ha sido estudiada desde los años cincuenta por Farrell (1957), quien desarrolló las funciones de producción sujetas a los recursos consumido y que son particulares a cada tipo de sector económico analizado.

Existen características comunes de la función de producción que corresponden a las etapas en que se dividen ellas durante su evolución (inicio, maduración y declinación).

Estas etapas han sido medidas en el corto y largo plazo, fundamentalmente por los valores promedios y marginales de sus volúmenes de producción, costos variables y fijos que ellas muestran.

Inicialmente, los trabajos de Farrell (1957) se referían a recursos y producciones medidos en cantidades físicas, sin considerar costos de los recursos y precios de los productos elaborados.



Bajo esta restricción se ha definido la eficiencia técnica, que mide una relación de medidas físicas entre entradas y salidas, pero en economía no se puede obviar o ignorar el valor de los elementos puestos en juego.

Ello queda de manifiesto cuando existan alternativas de usar determinado insumo o recurso o proceso, en vez de otro, todos con costos diferentes.

Los ejemplos en la actividad rural son innumerables, siendo los más comunes las tareas manuales o las mecanizadas o el uso de productos químicos, etc.

La necesidad de analizar en detalle el impacto de los recursos en la medición de la eficiencia global, también obliga a enfocar el estudio de ellos desde el punto de vista de si son controlables o no por el gerente o propietario de la explotación.

En este artículo se ha analizado al recurso especie forestal implantada considerada como una variable no controlada por el productor que desea incorporar la actividad silvopastoril en una parcela que ya cuenta con una forestación en edad de poda.

Las investigaciones de Frey (2008) han permitido evaluar eficiencias técnicas en diferentes sistemas de cría de ganado vacuno, pero los modelos elaborados por estos investigadores no incorporaron variables no controlables como las especies arbóreas u otras.

El presente estudio aprovecha la base de datos utilizada por Frey (2008) y analiza el uso de herramientas no paramétricas a los fines de evaluar eficiencias técnicas y de escala, como ayuda a la toma de decisiones de la actividad foresto ganadera en las pequeñas y medianas explotaciones de Misiones.

Permite clasificar a los recursos como controlables por el gerente o propietario, y no controlables, que son aquellos de difícil modificación en el corto plazo.

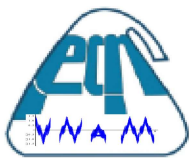
El recurso no controlable incorporado a los modelos elaborados en este estudio, como una variable categórica, es la especie arbórea implantada en las parcelas destinadas a la actividad silvopastoril y se estudia su impacto sobre el nivel de eficiencia.

Para determinar la importancia relativa de la variable categórica se la ha modelado en una escala continua, a diferencia de trabajos anteriores en este tema, que lo realizan en una escala discreta.

Se ha aplicado el Proceso Analítico Jerárquico a los fines de asignar un valor en escala continua a su contribución a la actividad silvopastoril.

La hipótesis nula planteada sostiene que en un modelo de economía silvopastoril los valores de las eficiencias técnicas de las explotaciones agrícolas calculados con variables conjuntas son iguales o mayores a los calculados con variables separadas, tanto para eficiencia técnica como para eficiencia agregada técnica y de escala.

Se ha demostrado la validez de las hipótesis nulas y también se ha comprobado la existencia de similares valores porcentuales de ineficiencia en el uso de la mano de obra y del capital. Al menos un correo electrónico debe ser indicado, en palabras claves al menos 3 deben ser incluidas, si se incluyen más se podrá clasificar mejor el resumen antes de leerlo.



## APRECIACIONES ACERCA DE UNA BREVE EXPERIENCIA DE TRABAJO CON MODELOS MATEMÁTICOS

León Natalia <sup>1,2</sup>, Fernández von Metzen Gretel<sup>2</sup>, Salinas Alejandro<sup>3</sup>, Sánchez David<sup>3</sup>, Zang Claudia<sup>1</sup>, Vila Torres Patricia<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Cátedras de Análisis IV y Optimización. Profesorados en Matemática y Física. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> Cátedra de Análisis II. Ingeniería Química e Ingeniería en Alimentos. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>3</sup> Investigadores en formación del Proyecto de Investigación "Obstáculos en el aprendizaje de integrales múltiples". FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>4</sup> Cátedras de Estadística I y II. Profesorados en Matemática y Física. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

[nleon@campus.unam.edu.ar](mailto:nleon@campus.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Modelos Matemáticos, Enseñanza, Aprendizaje.

En el presente resumen se socializa una breve síntesis acerca de una experiencia realizada en la cátedra Análisis IV de los Profesorados en Matemática y en Física, durante el primer cuatrimestre del presente ciclo lectivo, más precisamente, sobre la implementación de una propuesta de enseñanza llevada a cabo en una clase de dos horas reloj, en la que se trabajó con la reelaboración de un modelo matemático vinculado a sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, inmerso en un contexto extra - matemático.

La propuesta nace por un lado, a partir de las diversas observaciones realizadas en el marco de las prácticas docentes de la profesora a cargo de la asignatura, en las que se detectó que los estudiantes suelen presentar ciertas dificultades para interpretar y extraer información de modelos matemáticos ya estudiados, sin recurrir a técnicas de resolución correspondientes, ni requerir la intervención explícita del docente para emprender la manipulación del modelo. Por otro lado, en función de las sugerencias realizadas en las investigaciones educativas actuales, acerca de la potencialidad de incorporar la modelación matemática en los espacios de aprendizaje de los estudiantes como estrategia propicia para la enseñanza de la matemática (Salett Biembengut y Hein, 2004). Se decidió implementar una propuesta didáctica que les permita a los estudiantes familiarizarse con las prácticas de construcción de un modelo matemático, y que a su vez, puedan resignificar objetos matemáticos ya estudiados en otros espacios de formación académica.

Cabe mencionar que la actividad fue implementada luego de que la docente desarrollara los contenidos propios de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de manera análoga a lo realizado en años anteriores, por lo se esperaba que en principio los objetos matemáticos en cuestión, no resultaran desconocidos para los estudiantes; no obstante, dado que la situación problemática seleccionada se enmarca en un contexto extra matemático vinculado a la mezcla de sustancias, se preveía que el armado del modelo podría resultar novedoso para los alumnos, ya que su abordaje implicaba tener disponibles conceptos extra - matemáticos tales como, caudal de un fluido y concentración de sustancias.

De acuerdo a lo que comúnmente se define como modelización de situaciones extra matemáticas, dentro de la literatura académica, se encuentran autores como Cristante, Esteley, Marguet y Mina, quienes conciben que "la modelización matemática consiste en el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos y resolverlos interpretando sus soluciones en un lenguaje real" (como se cita en Rodríguez y Barreiro, 2018). Desde esta concepción se distinguen diferentes etapas que constituyen el proceso de modelización matemática, tal como se muestra en la figura 1. En lo que respecta a la propuesta

analizada en este trabajo, cabe señalar que por razones de tiempo, los estudiantes pudieron ejecutar las etapas 2 y 3, ya que la correspondiente a la delimitación del sistema inicial no fue realizada por los estudiantes.



Fig. 1: Esquema del proceso de Modelización Matemática (Rodríguez y Barrerero, 2018)

Los objetivos pretendidos estuvieron orientados a generar un espacio favorable para la interiorización de las prácticas de modelización matemática en el marco de la asignatura, y además en la recopilación de información relevante que permita a los docentes a cargo de este trabajo, problematizar las prácticas de enseñanzas llevadas a cabo hasta el momento, y en consecuencia generar nuevas propuestas didácticas.

Inicialmente, se planificaron y diseñaron tres consignas relacionadas al mismo fenómeno en estudio, sin embargo, por cuestiones de tiempo solo fue factible el abordaje de la primera y segunda consignas. En esta presentación, se recuperará lo referido a la primera de ellas, presentada en la Figura 2.

**Consigna Nº 1:** En una cierta provincia del país Z existen dos lagos que se encuentran comunicados por un río, tal como se muestra en la siguiente figura. Los mismos siempre fueron reconocidos por la belleza y pureza de sus aguas cristalinas, hasta que en un determinado momento una empresa extranjera decidió desechar 2000 kilogramos de productos tóxicos (contaminantes) en el lago superior. El lago superior contiene 700.000 litros de agua, el lago inferior contiene 400.000 litros, y el río circula a razón de 1.500 litros por hora. Se supone que el contaminante se dispersa con rapidez suficiente para que la mezcla del mismo y el agua sea homogénea en todo momento.

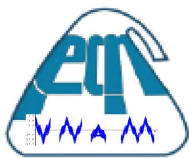
**Sugerencia:** Tener presente que la tasa de variación de contaminante con respecto al tiempo, en cada lago, deberá ser igual a la tasa de entrada menos la de salida.

- Plantea un modelo matemático que describa el comportamiento de la cantidad de contaminante  $P_1(t)$  en el lago superior en el momento  $t$ .
- Si  $P_2(t)$  es la cantidad de contaminante en el lago inferior en el momento  $t$ , ¿cómo será el modelo matemático que permite caracterizar la situación del lago inferior?
- ¿Podría determinar qué sucede con la cantidad de contaminante en cada uno de los lagos a largo plazo?

Fig. 2: Primera consigna trabajada por los estudiantes en forma grupal.

Tal como se había previsto en un análisis a priori de la consigna, y que por razones de extensión no se esbozan en este apartado, se detectó que para el ítem a) las mayores dificultades se presentaron al momento de armar y expresar simbólicamente la tasa de salida, dado que ésta implica el producto de la concentración de contaminante en el flujo de salida y la rapidez de salida del agua con contaminante. El pasaje hacia el registro simbólico generó cierto bloqueo inicial en la resolución de los estudiantes, por lo que la docente intervino con algunos interrogantes que permitieran vislumbrar qué se entiende por tasa de variación en





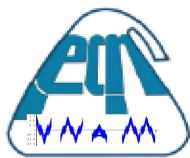
el contexto del problema, y distinguir cuáles eran las magnitudes físicas involucradas. En cuanto al ítem b) el armado del modelo matemático generó menos inconvenientes para aquellos estudiantes que ya habían construido lo solicitado en el ítem a). Asimismo, se destaca que la mayoría de los estudiantes resolvió el sistema a partir de los métodos de resolución analítica para ecuaciones diferenciales de primer orden, a pesar de que esto no había sido solicitado en ninguna de las consignas, ni tampoco era necesario para dar respuesta a las preguntas dadas, ya que incluso el ítem c) se podía responder apelando al sentido común. Cabe destacar que en aquellos grupos que apelaron a hallar la solución analítica, ésta no fue utilizada a posteriori.

Se considera que en general, esta intervención fue de agrado para el grupo de alumnos, pues si bien manifestaron que este tipo de actividad en sus inicios les genera ciertas dificultades, también reconocieron que los motiva a resignificar los objetos matemáticos aprendidos hasta el momento, a partir del estudio de las aplicaciones extra matemáticas. También mencionaron que este tipo de actividades los estimula salir de su zona de confort, a interactuar con sus pares, a elaborar conjeturas.

De igual manera, de parte del equipo docente, se asume que las situaciones problemáticas de modelización de contextos conocidos, favorece la producción de espacios de creación y reflexión conjunta, que permite enriquecer tanto las prácticas de enseñanza como las de aprendizaje.

### **Bibliografía:**

- Rodríguez, M. y Barreiro P. (2018). *Modelización y resolución de problemas*. En M. Pochulu (Ed.). *La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones* (pp. 17 – 26). Villa María, Argentina: GIDED – UNVM.
- Salett Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105 – 125. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>.



## DETECCIÓN DE ESPECÍMENES DE CAPA EMERGENTE EN LA SELVA ATLÁNTICA MEDIANTE EL PROCESAMIENTO HOMOMÓRFICO DE IMÁGENES SATELITALES

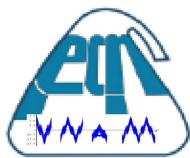
Christian Bernhardt, Sergio Moya, Javier Kolodziej, Mario Rosenberger

[chrstn.bernhardt@gmail.com](mailto:chrstn.bernhardt@gmail.com)

Palabras Claves: Procesamiento de imágenes, filtrado homomórfico, sensado remoto, segmentación, Selva Atlántica

Este trabajo presenta una metodología para la detección de especies arbóreas en la capa emergente de selvas tropicales por medio del procesamiento de imágenes satelitales, usando una forma innovadora de detección, basada en el modelo Stockham, que aproxima la imagen como una composición multiplicativa de iluminación y reflexión. El presente trabajo se centra en dos especies emblemáticas de la Selva Atlántica que están en peligro de extinción, a saber, la peroba roja (*Aspidosperma polyneuron*) y el pino Paraná (*Araucaria angustifolia*), cuyas copas se sitúan en la capa emergente. La primera etapa de procesamiento comprende un filtrado homomórfico para acentuar las sombras, para luego clasificarlas según su tamaño, sin tener en cuenta las sombras demasiado pequeñas. Finalmente, se cuentan las sombras resultantes, obteniendo una estimación de la cantidad de especímenes buscados en un área específica. Se proponen parámetros convenientes para el filtro homomórfico y se analizan estrategias de conteo, con resultados aceptables en orden de tiempo de procesamiento, lo que hace de esta metodología una opción adecuada para el relevamiento de especies forestales. Adicionalmente se exhiben algunas pruebas de segmentación basados en filtrado por entropía, para mostrar la importancia de la etapa de filtrado homomórfico.

En el sensado remoto, cuando deben relevarse grandes áreas, las imágenes aéreas y en particular las imágenes satelitales, ofrecen varias ventajas para recolectar información específica, con suficiente resolución espacial y espectral. Además, la utilización de esas imágenes se torna esencial cuando las condiciones de acceso a las áreas de interés son difíciles. Éste es el caso del relevamiento de especies arbóreas en las selvas como la Mata Atlántica, la segunda en extensión en América luego de la Amazonia, y una de las más amenazadas del mundo. Este ecosistema alberga especies arbóreas de importancia ambiental crítica, como ser Palo Rosa (*Aspidosperma Polyneuron*) y Pino Paraná (*Araucaria Angustifolia*), ambas especies declaradas monumento natural de la provincia de Misiones, Argentina. El Palo Rosa se encuentra en peligro de extinción, cuyos especímenes remanentes se encuentran localizados en el norte de la provincia de Misiones. La importancia de la conservación de aquellas especies yace no sólo en la preservación, sino que además, al ser árboles extraordinariamente altos, constituyen un hábitat único de varias especies de animales como aves o primates entre otros. Las copas de ambas especies se sitúan en lo que se conoce como capa emergente de la selva, la cual existe por encima de los 40 metros desde el suelo, sobrepasando así la capa inmediatamente inferior, conocida como dosel, definida entre 30 y 40 metros sobre el suelo. Junto al Pino Paraná y al Palo Rosa hay otras especies emblemáticas amenazadas, de modo que el relevamiento y conteo de los especímenes se vuelve crucial para la preservación y protección. Por ejemplo la creación del Parque Provincial Puerto Península se basa en la existencia de Palo Rosa y Yucará (*Euterpe Edulis*), aunque su distribución precisa se desconoce, fue hecha una estimación en torno a caminos internos de la selva en cuatro campañas de relevamiento. Esto demuestra que en un área tan extensa y de difícil acceso como lo es la Selva Atlántica, el registro y clasificación de flora y fauna es una ardua tarea que requiere conocimientos específicos y sobre todo presupuesto y tiempo. Sin embargo podría facilitarse en el caso de especímenes longevos que alcanzan la capa emergente. En



particular especies como el Palo Rosa y el Pino Paraná entre otras tienen sus copas en la capa emergente, y por esta razón proyectan sus sombras directamente sobre el dosel. La detección de sombras por medio del procesamiento de imágenes permitiría la identificación de especímenes de capa emergente sin la necesidad de ingresar a la selva.

### **Metodología**

La metodología se resume en una serie de pasos:

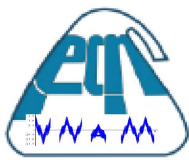
1. Conversión desde espacio RGB a HSV
2. Logaritmo de componente de intensidad
3. Transformada de Fourier
4. Filtrado de imagen en dominio frecuencial
5. Transformada inversa de Fourier
6. Remoción de fase
7. Binarización de imagen filtrada
8. Identificación de sombras

### **Resultados**

Con los resultados hallados se comprueba la importancia que tiene la etapa de filtrado homomórfico de la imagen a los efectos de resaltar la presencia de sombras. Por otro lado, en la etapa de binarización, según el valor de umbral que se seleccione incidirá notablemente en la selección de sombras, por lo que ese valor debe adecuarse previamente según las características que son buscadas, es decir, no puede ser un valor fijo para todas las imágenes, sino que debe adaptarse a cada situación. Finalmente es de cierta importancia para una adecuada selección de sombras la elección del tamaño de las sombras, que estén dentro del rango de tamaños de las copas de árboles. En las imágenes con las que se estuvo trabajando eso representa una aproximación a una ventana cuadrada de 20 por 20 píxeles.

### **Referencias**

- M. B. Otegui, D. S. Ojeda, M. E. Totaro, B. I. Eibl, M. B. Valdes y G. Y. Mallozzi, "Comportamiento y longevidad de *Aspidosperma polyneuron* MA&ll. Arg. frente al Ultrasecado", Revista de Ciencia y Tecnología, no. 25, Junio 2016.
- Stockham, Thomas G., "Image Processing in the Context of a Visual Mode", Proceedings of the IEEE, vol. 60, pp 828-842, July 1972.
- Etemadnia and M. R. Alsharif, "Automatic Image Shadow Identification using LPF in Homomorphic Processing System", Proc. VIIth Digital Image Computing: Techniques and Applications, December 2003, Sydney.



## LA CONFIGURACIÓN COGNITIVA DE INGRESANTES AL PROFESORADO DE MATEMÁTICA. EL CASO DE UN ESTUDIANTE

Operuk Roxana; Abildgaard Edith; Martyniuk Norma; Caronía Silvia

[roxsoperuk@gmail.com](mailto:roxsoperuk@gmail.com)

Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales.  
Universidad Nacional de Misiones. Argentina

**Palabras claves:** configuración cognitiva, razonamientos algebraicos

### Resumen

El álgebra es un área de la matemática que presenta dificultades en su comprensión, es por eso que, desde hace unos años, nuestras investigaciones vienen abordando esta importante problemática.

El presente trabajo tiene como objetivo analizar una práctica de resolución de problema a través de la configuración cognitiva que se observa en los estudiantes que ingresaron al Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales (FCEQyN) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM), teniendo en cuenta las características de los razonamientos algebraicos puestos en juego.

El marco teórico de referencia es el Enfoque Ontosemiótico (EOS) y la metodología de investigación utilizada es de tipo cualitativa. Las técnicas utilizadas fueron la observación y el análisis.

### Introducción

El presente trabajo es parte de una investigación que tiene como objetivo analizar los razonamientos algebraicos que poseen los alumnos al inicio de la educación universitaria, e identificar sus configuraciones cognitivas.

El álgebra es un área de la matemática que presenta dificultades en su comprensión por lo cual consideramos importante abordar esta problemática, y a tal fin se han presentado y trabajado distintas actividades con alumnos que ingresaron al Profesorado en Matemática de la FCEQyN de la UNaM.

La metodología de investigación es de tipo cualitativa, se utilizaron técnicas de observación y análisis enmarcadas en el EOS.

El EOS reconoce objetos matemáticos primarios con diferentes tipologías como ser: lenguaje, situación-problema, concepto-definición, proposiciones, procedimientos y argumentos. Estos objetos se organizan en entidades más complejas para conformar sistemas conceptuales y teorías. Se relacionan entre sí formando configuraciones, que son redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y relaciones que se dan entre los mismos, lo que constituye los elementos del significado de un objeto matemático.

Se implementó una prueba diagnóstica en los años 2016-2017, fue resuelta por 122 alumnos, en la misma se utilizó como instrumento de análisis de los razonamientos de los estudiantes. En esta oportunidad se presenta lo obtenido del análisis de las prácticas de resolución de un estudiante.

### **Análisis de los resultados obtenidos**

Situación problema: Para ir a la escuela los alumnos utilizan dos medios de locomoción. Por cada alumno que va en coche hay 3 que van caminando. Si hay 212 alumnos en la escuela, ¿Cuántos alumnos utilizan cada medio de locomoción?

#### **Configuración cognitiva del alumno 1**

Lenguaje: inicia haciendo uso de lenguajes numérico y coloquial, a los cuales relaciona por medio de flechas. Luego utiliza lenguaje simbólico para escribir la expresión:  $1x + 3x = 212$ .

Conceptos: Expresiones algebraicas expresada por medio de una ecuación.

Procedimientos: Plantea una ecuación con una incógnita  $1x + 3x = 212$  que representa la cantidad total de alumnos respecto de los dos medios de locomoción, resuelve la misma por medio de transformaciones a ecuaciones equivalentes. Una vez que obtiene el valor numérico  $x = 53$  escoge en forma separada cada uno de los términos y reemplaza el valor hallado. De manera implícita relaciona el cálculo que realiza con las condiciones iniciales del problema, concluyendo que 53 van en coche, así también deja por escrito que  $3 \cdot 53 = 159$  en "camioneta".

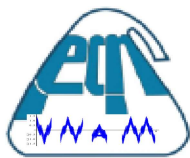
Proposiciones: Se evidencia el uso de las ecuaciones al poder plasmar la expresión  $x + 3x = 212$ , donde el primer término de la misma simboliza los estudiantes que van en auto y el segundo término los que van caminando. La resolución la obtiene transponiendo términos y obteniendo el valor  $x = 53$ , reemplazando en la ecuación obtiene lo solicitado por el problema.

#### Argumentaciones:

①  $1 - 3$  ; son 212 alumnos  
↓ ↓  
coche camioneta  
↑ ↑  
 $1x + 3x = 212$   
 $4x = 212$   
 $x = \frac{212}{4}$   
 $x = 53 \Rightarrow 1 \times 53 = 53$  alumnos que van en coche  
 $3 \times 53 = 159$  alumnos que van en camioneta

• Pta: puedo decir que 53 alumnos utilizan el coche como medio de locomoción y los restantes (159 alumnos) en camioneta.

A partir de los objetos tipológicos de la configuración cognitiva, se puede observar que, aunque el estudiante utiliza la "x", no expresa de manera explícita qué significa la misma en el contexto del problema. Si bien, halla un valor para x y lo



reemplaza en cada uno de los términos de la ecuación planteada, no verifica la suma total propuesta en el enunciado.

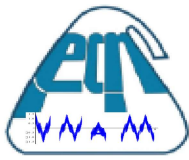
### **Conclusiones**

Si bien en esta presentación se muestra la respuesta de un estudiante, la mayoría de ellos (70%), presentaron el mismo tipo de razonamiento, evidenciándose un lenguaje tanto numérico como coloquial, primando lo aritmético, es decir no se manifestaron razonamientos algebraicos.

Pensamos que a partir de este tipo de estudio y profundización en todo lo referente a la modelización y problemática algebraica, dentro de la formación de profesores, es fundamental, porque es el espacio en el cual se debe tomar conciencia de las implicancias que puede tener una actividad o una serie de actividades propuestas a los alumnos, en cuanto a la formación de razonamiento algebraico y al progreso en el desarrollo de este pensamiento.

### **Bibliografía**

Pochulu, M. y Rodriguez, M.(Ed.). (2012). *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Buenos Aires, Argentina. Editorial Universitaria Villa María.



## EL CONCEPTO DE DIFERENCIAL: ORÍGEN, CONTROVERSIAS Y CONCEPCIONES ACTUALES

Alejandro D. Moreno<sup>1</sup>, Manuel A. Verón<sup>1,2</sup>, Griselda Nascimento<sup>2</sup>, Margarita del C. Benítez<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> ISFD "Cecilia Braslavsky". Aristóbulo del Valle, Misiones.

\*[benitez.marga@gmail.com](mailto:benitez.marga@gmail.com)

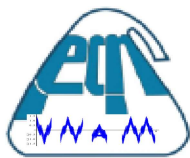
Palabras Claves: Diferencial, Cálculo, Historia.

El estudio del cálculo (o Análisis Matemático) ocupa un lugar importante en la currícula de cualquier carrera universitaria en ciencias exactas, en general, en el primer año del plan de estudio en el desarrollo del cálculo en una variable (Análisis Real). En estas disciplinas, uno de los temas claves a ser abordado es el concepto de "diferencial de una función", que consiste en analizar la dependencia entre dos magnitudes estudiando el comportamiento de una al variar o diferenciar levemente la otra y cuya comprensión es fundamental para el estudio del cálculo diferencial e integral, pues permite establecer relaciones entre la derivada, la integral y las ecuaciones diferenciales que corresponden a conceptos de múltiples aplicaciones.

En la historia de la matemática, las nociones referidas a lo infinitesimal se remontan a tiempos de la época de los matemáticos griegos. Como antecedente científico más importante destaca la teoría de las proporciones y el método de exhaustión de Eudoxo, que junto con los aportes de Arquímedes lograron plasmarlo en un método capaz de obtener resultados que hoy se logran con el cálculo infinitesimal pero los sucesos históricos hicieron que se mantenga olvidado y fuera redescubierto en 1906<sup>[1]</sup>.

El cálculo diferencial fue motivado por diversos problemas que surgieron tanto de la matemática como de la astronomía o la mecánica. Estos problemas se pueden agrupar en dos grandes grupos<sup>[2]</sup>. En el primer grupo se encuentran aquellos que se resolvían con el método de derivación, como por ejemplo, la determinación de la recta tangente a una curva o determinar cantidades óptimas para resolver problemas de maximización o minimización; en el segundo grupo se encuentran los problemas que se resuelven mediante el método de integración, como por ejemplo, obtener la longitud de una curva o hallar el centro de gravedad de una figura plana. Lo que tenían en común ambos métodos es que involucraban la utilización de cantidades muy pequeñas, infinitamente pequeñas, y de ahí proviene el nombre de cálculo infinitesimal.

Además de los problemas que motivaron la invención del cálculo, también se tuvo que utilizar un lenguaje matemático adecuado que permitiera plasmar las ideas de ese momento. En este sentido, Fermat y Descartes posibilitaron la unificación del



álgebra y la geometría, al traducir un problema planteado en la geometría en un problema que involucra expresiones algebraicas.

La invención del cálculo infinitesimal se atribuye a Newton (en 1664 – 1666) y a Leibniz (en 1675) quienes de forma independiente lograron unificar y resumir los conceptos de derivada e integral, que hasta ese momento eran conocidos como un conjunto de técnicas utilizadas para resolver problemas puntuales. Estos científicos desarrollaron un lenguaje propio para el cálculo infinitesimal que permitía expresar las reglas formales en forma sistemática para resolver problemas mediante el álgebra, independientes del significado geométrico que podían tener. La clave estuvo en darse cuenta de que los métodos de derivación y de integración eran inversos, relación principal que constituye el teorema fundamental del cálculo<sup>[3]</sup>.

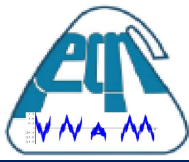
Lo que hoy en día conocemos como derivada, Newton lo llamó "fluxión", haciendo referencia a una razón de cambio o flujo de una cantidad en el tiempo. En cambio, Leibniz trataba a la derivada como una razón de diferencias infinitesimales y la llamó "cociente diferencial". Los historiadores coinciden en que Newton hizo sus primeros descubrimientos diez años antes que Leibniz pero estos no fueron publicados. Se generó así una gran controversia sobre la autoría de la invención del cálculo, con acusaciones de plagio desde las dos partes y enemistando por más de un siglo a los matemáticos ingleses con aquellos que adhirieron a las concepciones leibnizianas<sup>[1]</sup>.

Para fines del siglo XIX, el concepto de límite introducido por Cauchy, le dio una base lógica al problema de la continuidad de los números reales, sin recurrir a las infinitudes. Se logra recontextualizar el cálculo diferencial e integral mostrando una solución radicalmente distinta a la diferencial y a la integral leibniziana, definiendo a la derivada como límite de un cociente y a la integral como límite de unas sumas parciales.

Por muchos años se insistió en abandonar las cantidades infinitesimales, pero ciertos conceptos continuaron usándose en el cálculo diferencial e integral. Por ejemplo, la palabra diferencial no desapareció del nombre de la disciplina, como tampoco el concepto diferencial y las notaciones leibnizianas  $dx$ ,  $dy$ . También el cociente  $dy/dx=f'(x)$  aún hoy se mantiene, con la salvedad que algunos autores indican que la parte izquierda es solo simbólica, ya que la verdadera entidad matemática es la derivada, que está a la derecha<sup>[4]</sup>.

Fueron muy importantes los resultados que se obtenían al utilizar los infinitesimos pero carecían de un fundamento riguroso, es decir, se requería de una metodología matemática que lograra construirlos axiomáticamente. A finales de los 60, Abraham Robinson afirmó que es posible formalizar el cálculo diferencial definiendo las derivadas como cocientes de incrementos infinitesimales ya que, como en  $\mathbb{R}$  no hay





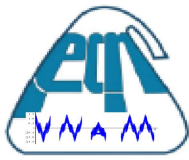
infinitésimos, entonces es posible extender  $\mathbb{R}$  a un cuerpo que los tenga, de la misma manera en que puede extenderse  $\mathbb{R}$  a  $\mathbb{C}$ , donde los números negativos si tienen raíces cuadradas (Ivorra, s. f.). Esta extensión constituyó lo que se conoce como la teoría del "Análisis no estándar", que no es una teoría "nueva" que proporciona nuevos resultados, sino que es una teoría alternativa que permite probar los mismos resultados que la teoría clásica pero de forma distinta. De esta manera, Robinson "descubrió y desarrolló el análisis no estándar como una teoría rigurosa de los infinitesimales que une la lógica matemática con el gran cuerpo de la historia y la matemática moderna" [4].

La evolución histórica del concepto "diferencial" fue cambiando con el paso del tiempo, con las primeras nociones y definiciones introducidas por Newton y Leibniz y con los aportes de otros matemáticos. Desde entonces y hasta la actualidad, la definición formal del concepto de diferencial como también su simbología o notación y representación gráfica fueron modificándose hasta llegar a las que actualmente se observan en los libros de texto de Cálculo (o se utilizan en el aula).

Este resumen se encuadra dentro del proyecto de investigación denominado: "El objeto matemático diferencial de una función real de variable real y su presentación como objeto de enseñanza, análisis de su tratamiento en libros de texto de uso corriente en la Universidad Nacional de Misiones", en el cual nos planteamos como problema de investigación realizar un estudio matemático y didáctico del concepto de diferencial de una función real de variable real, caracterizando las propuestas de enseñanza de los libros de textos.

### Referencias

- [1] J. Pastor and J. Babini, *Historia de la Matemática*, vol. 2. 2000.
- [2] M. . Muñoz-Lecanda and N. Román-Roy, "Origen Y Desarrollo Historico Del Calculo Infinitesimal," *Barcelona, España Univ. Politécnica Cataluña*, p. 28, 1999.
- [3] E. T. Bell, *Historia de las matemáticas*. FCE - Fondo de Cultura Económica, 2016.
- [4] K. G. Gonz, "Origen, Destierro y Renacimiento de los Infinitesimales," *Educ. y Pedagog.*, vol. 15, no. 35, pp. 27 – 36, 2003.



## ECUACIONES MATEMÁTICAS DE HERTZ APLICADAS A LA VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Carlos María Rodríguez <sup>1,2</sup>, Mario Roberto Rosenberger <sup>2</sup>, Carlos Enrique Schvezov <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratorio de Simulación Numérica y Ensayos Mecánicos. FI. UNaM. Oberá, Misiones.

<sup>2</sup> Instituto de Materiales de Misiones (IMAM), UNaM, CONICET, FCEQyN, Posadas, Misiones.

[crodriguez@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:crodriguez@fceqyn.unam.edu.ar), [rrmario@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:rrmario@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Método de elementos finitos, Contacto mecánico, Ecuaciones de Hertz.

La mecánica estudia el contacto entre cuerpos elásticos, viscoelásticos o plásticos. Además, este contacto puede ser dinámicos o estático. En ingeniería mecánica es de vital importancia analizar el contacto de las partes de máquinas para el diseño de sistemas mecánicos seguros y eficientes. Por eso, la mecánica del contacto tiene una gran cantidad de aplicaciones en la ingeniería como ser: sistemas de engranajes, ruedas de tren sobre un riel, rodamientos, sistema de frenos, articulaciones, juntas, entre otras.

En este trabajo se calculan los esfuerzos resultantes en la región de contacto de dos materiales elásticos, a través del método de elementos finitos. Estos resultados se comparan con las ecuaciones analíticas del modelo propuesto por Hertz, que hace las siguientes suposiciones (1,2):

- Los materiales en contacto son homogéneos y no se excede el límite elástico.
- La tensión de contacto es causada por la carga que es normal al plano tangente de contacto, lo que efectivamente significa que no hay fuerzas tangenciales que actúen entre los sólidos.
- El área de contacto es muy pequeña en comparación con las dimensiones de los sólidos en contacto.
- Los sólidos en contacto están en reposo y en equilibrio.
- El efecto de la rugosidad de la superficie es insignificante.

Las ecuaciones matemáticas que rigen el fenómeno de contacto elástico son las siguientes:

$$R^* = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$$

$R^*$  - Radio equivalente (mm).

$r_i$  - radio de la pieza (mm).

$$E^* = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_2 \cdot (1 - \nu_1) + E_1 \cdot (1 - \nu_2)}$$

$E^*$  - Módulo de elasticidad equivalente (MPa).

$E_i$  - Módulo de elasticidad de la parte  $i$  (MPa).

$\nu_1$  - Coeficiente de Poisson de la parte  $i$ .

$$a = \sqrt{\frac{8 \cdot F \cdot R^*}{\pi \cdot B \cdot E^*}}$$

$a$  - Semiancho de contacto (mm).

$F$  – Fuerza normal aplicada (N).  
 $B$  – Longitud del cilindro (mm).

$$p_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{F_n \cdot E^*}{2 \cdot \pi \cdot B \cdot R^*}}$$

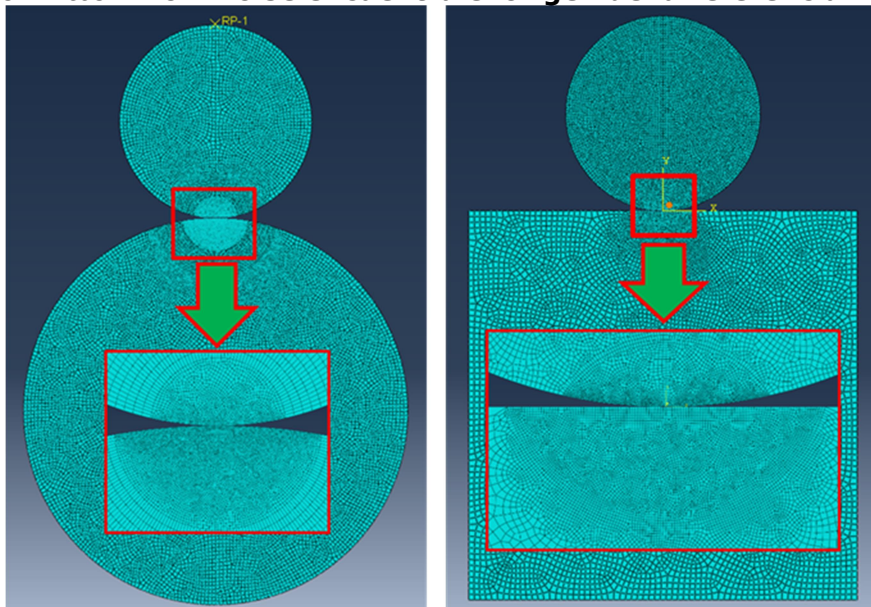
$p_{m\acute{a}x}$  – Presi3n de contacto m3xima (MPa).

$$p = p_{m\acute{a}x} \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$$

$p$  – Presi3n de contacto en funci3n de  $\xi$  (MPa).

$\xi$  – Coordenada normalizada (adimensional).

Se analizan dos sistemas de contacto no conformes: cilindro contra cilindro y cilindro contra plano, como los que se observa en la **Figura 1**. Para definir estos sistemas se realizan modelos en dos dimensiones utilizando el m3todo de elementos finitos. **Error! No se encuentra el origen de la referencia..**



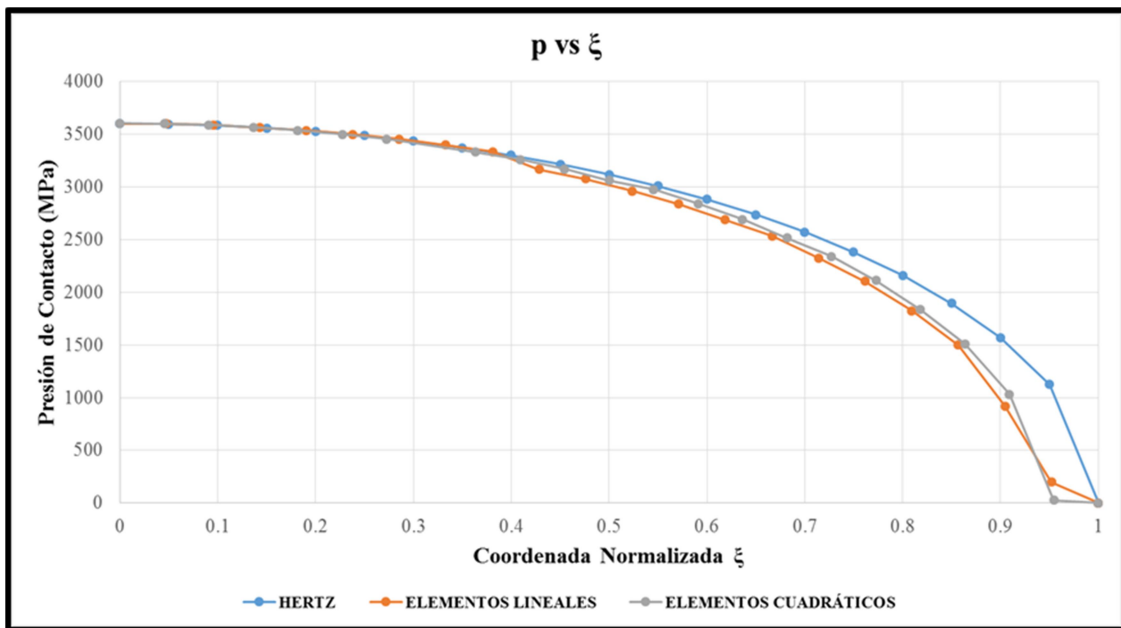
**Figura 1** – Modelos de contacto, cilindro contra cilindro y cilindro contra plano. Se puede observar el detalle de la malla en las regiones de contacto.

Los materiales que se utilizaron en los modelos de contacto son los que se indican en la Tabla 1.

**Tabla 1** – Propiedades de los Materiales.

Par3metro	Acero AISI 1045	Aluminio AA6082
M3dulo de elasticidad "E" (MPa)	206000	70000
Coefficiente de Poisson "v"	0,29	0,33
Coefficiente de fricci3n	0,1	

Para cada modelo se realiz3 el an3lisis con mallas diferentes, un modelo con elementos lineales y otro con elementos cuadr3ticos, los resultados del c3lculo de la presi3n de contacto se grafican en la Figura 2.



**Figura 2** – Distribución de presiones de contacto en función de la coordenada normalizada.

Se puede concluir que utilizando el MEF se validaron las ecuaciones de contacto de Hertz de manera consistente para dos modelos básicos, cilindro contra cilindro y cilindro contra plano. Los errores relativos en las medidas de las presiones de contacto máximas no superan el 1%, mientras que el error relativo máximo en la medida del semiancho de contacto es menor al 2%.

#### **Bibliografía:**

- 1- G. W. Stachowiak, A. W. Batchelor; "Engineering Tribology"; Segunda Edición, ISBN 10: 0750673044/ISBN 13: 9780750673044; Capitulo 7, 281-304.
- 2- K. L. Johnson; "Contact Mechanics"; Segunda edición; ISBN 10: 0521347963 / ISBN 13: 9780521347969; 2008; Capitulo 4.

## MODELIZACIÓN DE MICROESTRUCTURAS DE SOLIDIFICACIÓN MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Alejandro D. Moreno<sup>1,2\*</sup>, Carlos E. Schvezov<sup>2</sup>, Mario R. Rosenberger<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> IMAM. UNaM – CONICET. Posadas, Misiones.

\*[alejandromoreno@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:alejandromoreno@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Microestructura, Propiedades Mecánicas, MEF.

La solidificación es una de las técnicas de manufactura más utilizada para la fabricación de piezas metálicas. En algunos casos la rapidez de enfriamiento es tan alta que no permite la solidificación en equilibrio y se produce un defecto en la microestructura conocido como segregación química. Este caso es común observar en una pieza colada, donde las características de la micro o macroestructura que se forma al finalizar el proceso determina las propiedades del producto final. Estas características se pueden observar a nivel macroscópico como una estructura compuesta por granos equiaxiales o columnares pero que, a nivel microscópico, cada grano puede presentar una morfología ramificada denominada "dendrita".

La microestructura de una aleación está determinada por la composición química de los elementos aleantes y por las condiciones del proceso de solidificación. En este sentido, se han propuesto muchos modelos de solidificación tanto determinísticos como probabilísticos, que toman en cuenta los dos estados iniciales de la teoría de solidificación: la nucleación y el crecimiento.

Determinados parámetros geométricos de la metalografía de una aleación, como por ejemplo el espaciado entre dendritas ( $\lambda_1$ ) o entre los brazos dendríticos secundarios ( $\lambda_2$ ), están asociados con la resistencia mecánica y la ductilidad del material y son cuantificados especialmente cuando la estructura de solidificación dendrítica es predominante. Estas relaciones nos permiten conjeturar la existencia de un mecanismo de endurecimiento del tipo Hall-Petch que esté relacionado con los parámetros geométricos microestructurales.

Existen modelos empíricos que respaldan la conjetura planteada y permiten estimar determinadas propiedades mecánicas en función de los espaciamientos dendríticos de la microestructura. Particularmente, estos modelos incluyen ecuaciones del tipo Hall-Petch que describen la variación de la tensión de fluencia en función del cambio de  $\lambda_2$ , para la fase primaria (dendrita), y del espacio laminar eutéctico  $\lambda$ , para la fase eutéctica<sup>[1]</sup>, cuya expresión es:

$$\sigma = f_p \left( \sigma_0 + \frac{k_p}{\lambda_2^{1/2}} \right) + f_e \frac{k_e}{\lambda^{1/2}} + \sigma_p \quad (1)$$

donde  $f_p$  y  $f_e$  son las fracciones volumétricas de las fases primarias y eutéctica;  $\sigma_0$ ,  $k_p$  y  $k_e$  corresponden a la tensión de la solución sólida y los coeficientes de Hall - Petch para la fase primaria y la eutéctica; y el término  $\sigma_p$  tiene en cuenta el endurecimiento debido a precipitados.

El modelo anterior calcula una tensión global en la microestructura pero no permite conocer cómo se distribuye esta tensión en la geometría. En este sentido, según los supuestos y el nivel de detalle en que se analice, se requiere desarrollar modelos que consideren la geometría de una microestructura en 1D, 2D y 3D. Se han reportado modelos unidimensionales que mejoran a la ecuación (1) a través de

expresiones que incorporan la dependencia sobre las variables del proceso de solidificación, indicando que las tensiones se calculan en función de la distancia desde la interfaz metal/molde<sup>[2]</sup>.

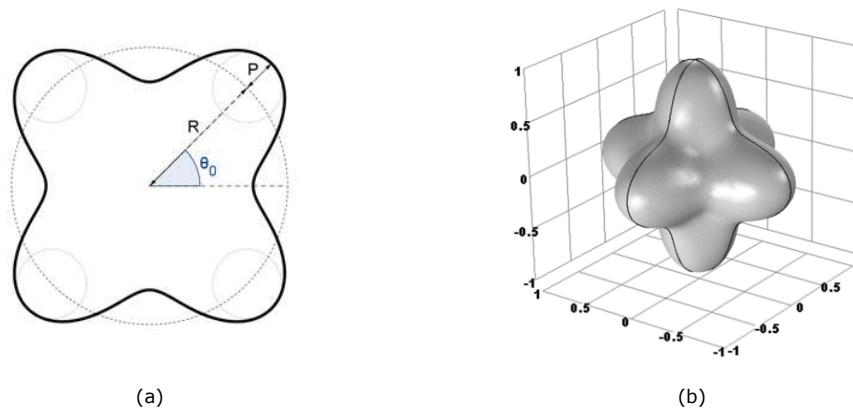
Analizar las tensiones en una microestructura para geometrías en 2D y 3D requiere plantear el problema mecánico, cuyo modelo se rige por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2(\rho\vec{u})}{\partial t^2} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= \vec{f}_v V & x \in \Omega \\ \vec{f}_s &= \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} & x \in \Gamma_t \\ \vec{u} &= \vec{u}_0 & x \in \Gamma_u\end{aligned}$$

donde  $\boldsymbol{\sigma}$  es el tensor de tensiones;  $\vec{u}$  es el campo de desplazamientos del sólido  $\Omega$  de densidad  $\rho$ ;  $\vec{f}_v$  y  $\vec{f}_s$  corresponden a las cargas volumétricas y superficiales respectivamente. Las últimas dos ecuaciones corresponden a las condiciones de contorno del problema. Además, para resolver el sistema se requiere de ecuaciones de compatibilidad, que relacionan desplazamientos con deformaciones, y de ecuaciones constitutivas que relacionan tensiones con deformaciones según el comportamiento mecánico del material. La solución analítica para estas ecuaciones sólo existe para problemas muy puntuales debido a múltiples factores, entre ellos la complejidad de las condiciones de contorno y la linealidad de las ecuaciones constitutivas para el material. Por todo esto, se utiliza el método de los elementos finitos que es un método numérico que permite aproximar la solución del problema a través de una discretización del sólido continuo.

La modelización de una microestructura dendrítica de una aleación metálica solidificada sin tratamiento térmico posterior, parte de la suposición de que el material se ajusta al comportamiento de un material compuesto en el cual existe una fase primaria, correspondiente a la dendrita, y que está rodeada por otra fase matriz o fase interdendrítica que es originada por el líquido fundido que solidifica en último momento (generalmente un eutéctico) de composiciones, morfologías y de propiedades mecánicas diferentes a la dendrita. Las propiedades mecánicas del material compuesto dependerán no sólo de las propiedades de cada componente sino también del arreglo geométrico de cada fase en la microestructura. De esta manera, es posible construir un arreglo bidimensional o tridimensional entre las dos fases para representar localmente a la geometría de la microestructura global y utilizar el análisis por elementos finitos (AEF) con el fin de conocer la distribución de tensiones y deformaciones cuando actúan cargas externas.

Para parametrizar la geometría de una dendrita se han propuesto dos modelos. El primero representa a una curva cerrada en el plano cuya morfología presenta dos curvaturas extremas de tamaño y orientación controlables, similar al borde de fase que se observa en una microestructura dendrítica equiaxial (ver figura 1.a). Una vez discretizada la geometría, un AEF de la fase dendrítica embebida en una matriz elastoplástica determinó que a medida que las ramas se alinean en la dirección de la carga, la forma dendrítica distribuye mayor deformación plástica provocando zonas de concentración de tensiones en las puntas de las ramas alineadas. Esto provoca un efecto importante en la resistencia y la elongación de la dendrita<sup>[3]</sup>.



**Figura 1.** Geometría del borde de la fase dendrítica: (a) Curva polar representada en un sistema de coordenadas ortogonal 2D; (b) superficie polar representada en un sistema de coordenadas ortogonal 3D.

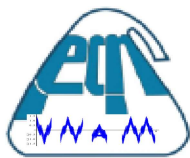
El segundo modelo corresponde a una representación tridimensional de una microestructura dendrítica periódica. La separación de las fases corresponde a una superficie cerrada cuya expresión matemática permite definir un factor de tamaño y forma (ver figura 1.b). Este modelo permite parametrizar fácilmente la geometría en términos de los factores de tamaño y curvatura que son los más importantes para determinar la forma de la fase dendrítica. Los resultados de la simulación determinaron que la forma de la fase dendrítica influye significativamente en la distribución de tensiones y deformaciones sobre la microestructura considerada debido a que existe una relación directa entre el factor de forma y las zonas de concentración de tensiones.

#### Referencia

[1] A. S. Sabau, "Modeling of Casting Defects in an Integrated Computational Materials Engineering Approach," *Adv. Sci. Eng. Cast. Solidif.*, pp. 231–240, 2016.

[2] W. Osório and A. Garcia, "Modeling dendritic structure and mechanical properties of Zn – Al alloys as a function of solidification conditions Wislei Riuper Oso," *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 325, pp. 103–111, 2002.

[3] A. D. Moreno, M. R. Rosenberger, and C. E. Schvezov, "Análisis de la Resistencia de una Microestructura de Solidificación Dendrítica Equiaxial," *Mecánica Comput.*, vol. 35, no. 33, pp. 1905–1916, 2017.



## SISTEMA EMBEBIDO PARA CALIBRACIÓN DE HUMEDAD DEL SUELO UTILIZADO EN LA EXPERIMENTACIÓN

Fausto Garcete <sup>1</sup>, Marcelo Marinelli <sup>2</sup>, Eduardo Zamudio <sup>3</sup>, Christian Bernhardt <sup>4</sup>,  
Jorge O. Manzur <sup>4</sup>

<sup>1</sup> Trabajo final de Maestría. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

[faustofabian@gmail.com](mailto:faustofabian@gmail.com)

Palabras Claves: Sistemas Embebidos, Transporte de agua, Ecuación de Richards, Diferencias finitas.

Resumen: El presente trabajo propone diseñar y desarrollar un mecanismo técnico que permita la normalización, calibración y precisión de humedad en diferentes perfiles de suelo con tubos de ensayo, utilizando sistema embebido para medición de humedad en suelo a través del desarrollo de un software específico, ajustándose al modelo matemático unidimensional que simule el flujo vertical del agua en suelo. El modelo se basa en la ecuación diferencial parcial de Richards que maneja el movimiento del agua en suelo.

Se pretende desarrollar un sistema computacional utilizando la tecnología de los sistemas embebidos, para validar un modelo matemático unidimensional que simule el flujo vertical del agua en suelo. El modelo se basa en la ecuación diferencial parcial de Richards que maneja el movimiento del agua en suelo.

Expresada en términos del potencial matricial (capacidad de absorción de agua) como función de la profundidad y el tiempo. Debido a la dificultad de obtener solución analítica de esta ecuación, los métodos numéricos aparecen como la herramienta más eficiente.

### Objetivo General:

Brindar soluciones a investigadores del Instituto de Materiales de Misiones respecto de mediciones automáticas en laboratorios y trabajos de campo.

El presente trabajo propone diseñar y desarrollar un mecanismo técnico que permita la normalización, calibración y precisión de humedad en diferentes perfiles de suelo con tubos de ensayo, utilizando sistema embebido para medición de humedad en suelo a través del desarrollo de un software específico. conveniente que presente una breve introducción del tema, cuente los objetivos, los resultados y las conclusiones. La idea es saber de que se trata antes de ir a presenciar la exposición.

### Objetivos Específicos

- Desarrollar un software de uso específico, para la medición de humedad en suelo.
- Lograr mediciones estándar de humedad simultáneamente en diferentes alturas de suelo con probetas de laboratorio.
- Lograr un producto para medición de fases experimentales en diferentes tipos de suelo en la región.
- Evaluar curvas de calibración en el producto desarrollado según el tipo de suelo.
- Evaluar los mecanismos estándar de recolección de datos de Humedad si se ajusta al modelo matemático unidimensional para predecir el transporte de agua en el suelo, resolviendo numéricamente la ecuación de Richards (la cual describe el movimiento del agua).
- Realizar un estudio de factibilidad del producto desarrollado.
- Evaluar los resultados obtenidos de las diferentes mediciones.

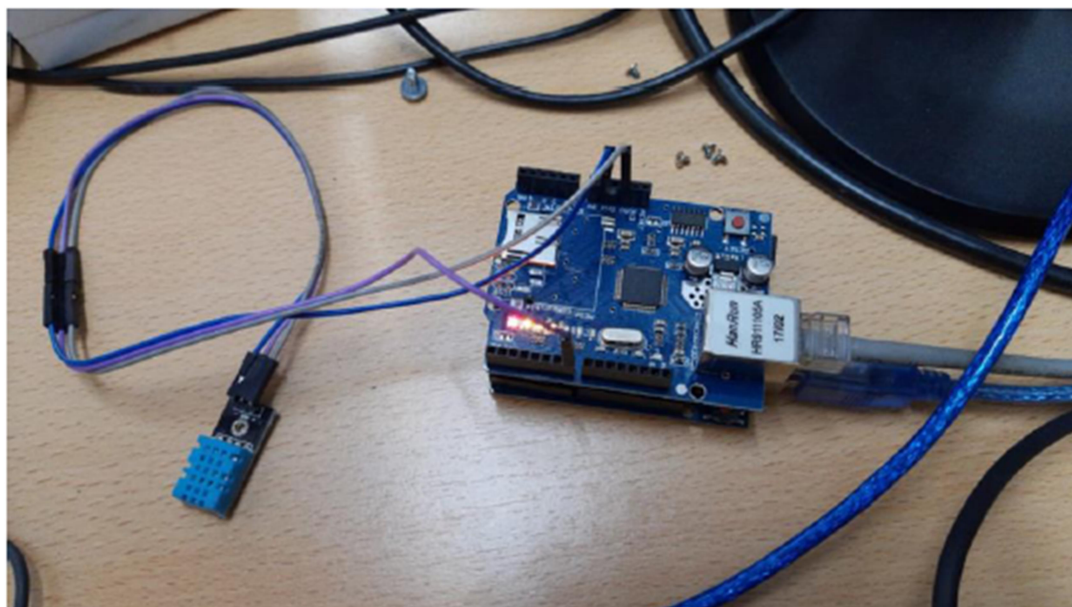


### Fase experimental (trabajo de campo )

## Indicador del Sensor de temperatura en Tiempo Real:

Probetas segun perfiles	Temperatura Hambiente	Humedad del suelo
perfil 1 en Probeta de Laboratorio	23°C	57%

**Fig.1** : 1ºPágina web donde puede observarse el estado de los sensores de temperatura.



**Fig.2** : Arduino uno con Ethernet shield, mas sensor de temperatura y humedad como fase experimental.

## AJUSTE POLINÓMICO DE LA ECUACIÓN DE ESTADO DE NEUMANN PARA LA DETERMINACIÓN DE ENERGÍA LIBRE SUPERFICIAL EN SÓLIDOS

Jonathan M. Schuster<sup>1,2</sup>, Carlos E. Schvezov<sup>2</sup>, Mario R. Rosenberger<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Cátedra de Métodos Numéricos y Análisis Numérico. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> Instituto de Materiales de Misiones (IMAM), UNaM, CONICET, FCEQyN, Félix de Azara 1552, Posadas, Misiones, Argentina.

[jschuster@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:jschuster@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Ajuste Polinómico, Energía Libre Superficial, Modelo de Neumann.

### Introducción.

La Energía Libre Superficial (ELS) es una de las magnitudes termodinámicas que describen el estado de equilibrio de los átomos en la capa superficial de los materiales. Esta cantidad es característica para cada sustancia y estado de agregación. La ELS se define como el trabajo necesario para la creación de una nueva unidad de superficie, se mide en unidades energía/área, generalmente  $\text{mJ}/\text{m}^2$  [1]. La ELS de un material juega un papel importante en la determinación de sus propiedades y aplicaciones particularmente en aquellos procesos relacionados con la superficie, tales como, la adsorción, la humectación y la adhesión; por lo tanto, es importante su correcta determinación [1]–[3].

La determinación directa de la ELS es inaccesible experimentalmente en sólidos, por lo tanto, se debe calcular a través de modelos teóricos, aunque en el caso de las superficies lisas existe mucha controversia sobre cuál de los tantos modelos existentes debe utilizarse para el cálculo. En general se reconoce que la medición del ángulo de contacto sobre una superficie sólida es la forma más práctica para obtener la ELS. La base para los métodos de cálculo de ELS a partir de las mediciones del ángulo de contacto es la ecuación de Young (Figura 1) [4], [5]:

$$\gamma_S = \gamma_{SL} + \gamma_L \cos \theta \quad (1)$$

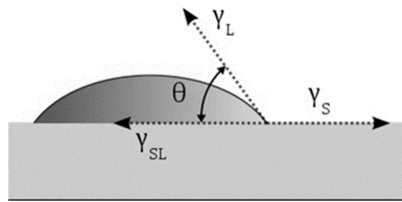


Figura 3. Ángulo de contacto de una gota de líquido sobre una superficie sólida.

Donde  $\gamma_L$  es la tensión superficial del líquido,  $\gamma_S$  es la energía libre superficial del sólido,  $\gamma_{LS}$  es la energía interfacial líquido-sólido y  $\theta$  es el ángulo de contacto. Las cantidades  $\gamma_L$  y  $\theta$ , que aparece en la ecuación 1, se pueden medir fácilmente. Sin embargo, la cantidad  $\gamma_{LS}$  se desconoce, por lo tanto, con el fin de obtener la energía libre superficial sólido ( $\gamma_S$ ) se debe obtener una estimación de  $\gamma_{SL}$  [4], [5].

Entre los diferentes modelos teóricos para determinar  $\gamma_S$  y  $\gamma_{SL}$ , uno de los más utilizados es el modelo de la Ecuación de Estado de Neumann (EEN). Este modelo elimina  $\gamma_{SL}$  de la ecuación de Young invocando consideraciones moleculares y teorías de fuerzas intermoleculares. Para calcular la  $\gamma_S$  de una superficie sólida determinada con la EEN es necesario determinar el ángulo de contacto de un

líquido con  $\gamma_L$  conocida y resolver la ecuación resultante mediante métodos numéricos para búsqueda de raíces [6].

El objetivo del presente trabajo es obtener una función polinómica de ajuste para calcular  $\gamma_S$  mediante el modelo de la EEN de manera directa, es decir se recurrir a métodos numéricos.

### Metodología:

Neumann et. al [6] proponen que  $\gamma_{SL}$  esta dada por la siguiente ecuación:

$$\gamma_{SL} = \gamma_L + \gamma_S - 2\sqrt{\gamma_S\gamma_L}(1 - \beta_2(\gamma_L - \gamma_S)^2) \quad (2)$$

Donde  $\beta_2$  es una constante y toma el valor de  $0.0001057 \text{ m}^4/\text{mJ}^2$ .

Combinando la ecuación 2 con la ecuación 1 se obtiene la EEN:

$$2\sqrt{\gamma_S\gamma_L}(1 - \beta_2(\gamma_L - \gamma_S)^2) - 1 = \cos \theta \quad (3)$$

Esta ecuación permite obtener  $\gamma_S$  a partir de mediciones de  $\theta$  de un líquido determinado.

Se obtuvieron valores de  $\gamma_S$  resolviendo numéricamente la ecuación 3 mediante el método de Newton para 18 líquidos hipotéticos cuya  $\gamma_L$  fue de  $30 \text{ mJ/m}^2$  hasta  $72,5 \text{ mJ/m}^2$  con incrementos de  $2,5 \text{ mJ/m}^2$  en el rango de  $\theta$  desde  $1^\circ$  hasta  $130^\circ$  con incrementos de  $1^\circ$ . Para cada uno de los líquidos hipotéticos se obtuvieron 130 valores de  $\gamma_S$ , uno para cada valor de  $\theta$ . Sobre dichos datos se realizó un ajuste polinómico de tercer grado mediante el método de los mínimos cuadrados, se obtuvieron así 18 polinomios de ajuste  $\gamma_S(\theta)$ .

A partir de la relación de los coeficientes de los polinomios  $\gamma_S(\theta)$  con el líquido utilizado ( $\gamma_L$ ) se obtuvieron cuatro polinomios adicionales mediante el método de ajuste por mínimos cuadrados, combinando a estos con el polinomio  $\gamma_S(\theta)$  se obtuvo el polinomio general  $\gamma_S(\theta, \gamma_S)$  donde es posible calcular  $\gamma_S$  a apartir de  $\gamma_L$  y  $\theta$  directamente.

### Resultados:

El polinomio general encontrado está dado por la siguiente expresión (Ver Figura 2):

$$\gamma_{SV}(\theta, \gamma_{LV}) = a \theta^3 + b \theta^2 + c \theta + d \quad (4)$$

Donde:

$$a = -9.893 \times 10^{-9} \gamma_{LV}^2 + 1.130 \times 10^{-6} \gamma_{LV} - 1.467 \times 10^{-6}$$

$$b = 1.852 \times 10^{-6} \gamma_{LV}^2 - 2.321 \times 10^{-4} \gamma_{LV} + 7.095 \times 10^{-4}$$

$$c = -4.812 \times 10^{-5} \gamma_{LV}^2 + 1.741 \times 10^{-3} \gamma_{LV} - 2.947 \times 10^{-2}$$

$$d = 1.019 \gamma_{LV} - 0.4585$$

En comparación con la solución numérica de la ecuación 3, el polinomio general nunca supera un error absoluto de  $0,8 \text{ mJ/m}^2$  mientras que el error relativo no supera el 2% en el rango de  $10 \text{ mJ/m}^2$  a  $70 \text{ mJ/m}^2$  de la  $\gamma_S$ .

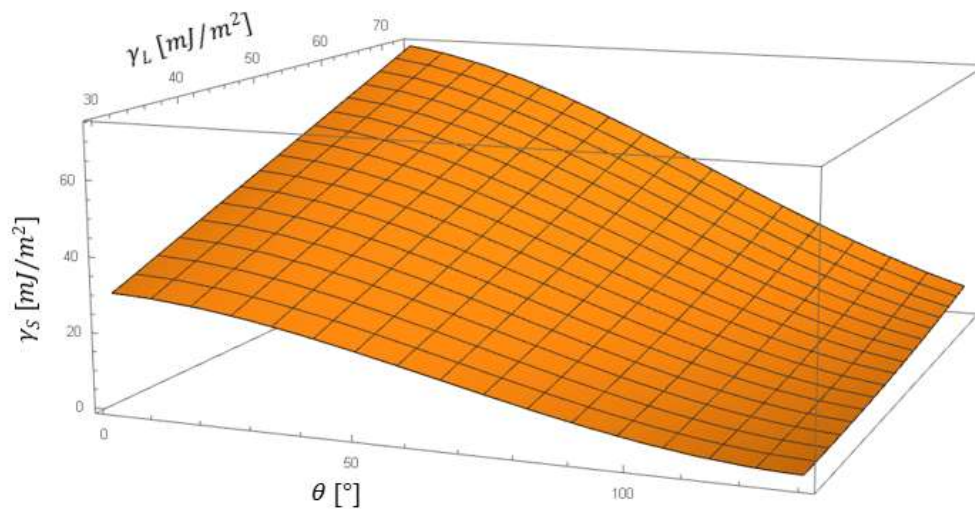


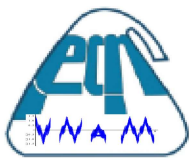
Figura 4. Polinomio general de ajuste.

### Conclusiones:

- Se logró un polinomio de ajuste general para la ecuación de estado de Neumann con bajo error tanto absoluto como relativo.
- El polinomio general encontrado permitirá el análisis exhaustivo del modelo de la EEN en cuanto a la sensibilidad a los errores experimentales en la determinación de  $\gamma_L$  y  $\theta$ .

### Bibliografía:

- [1] M. Żenkiewicz, "Methods for the calculation of surface free energy of solids", *J. Achiev. Mater. Manuf. Eng.*, vol. 24, núm. 1, pp. 137–145, 2007.
- [2] C. J. Van Oss, *Interfacial Forces in Aqueous Media*. Boca Raton: CRC Taylor & Francis, 2006.
- [3] D. Y. Kwok y A. W. Neumann, "Contact angle interpretation in terms of solid surface tension", *Colloids Surfaces A Physicochem. Eng. Asp.*, vol. 161, núm. 1, pp. 31–48, 2000.
- [4] J. M. Schuster, C. E. Schvezov, y M. R. Rosenberger, "Construction and calibration of a goniometer to measure contact angles and calculate the surface free energy in solids with uncertainty analysis", *Int. J. Adhes. Adhes.*, oct. 2018.
- [5] J. M. Schuster, C. E. Schvezov, y M. R. Rosenberger, "Analysis of the Results of Surface Free Energy Measurement of Ti6Al4V by Different Methods", *Procedia Mater. Sci.*, 2015.
- [6] D. Y. Kwok y A. W. U. Neumann, "Contact angle measurement & contact angle interpretation", *Adv. Colloid Interface Sci.*, vol. 81, pp. 167–249, 1999.



## ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DEL MÉTODO DE LIFSHITZ-VAN DER WAALS/ÁCIDO-BASE PARA DETERMINAR LA ENERGÍA SUPERFICIAL EN SÓLIDOS

Jonathan M. Schuster<sup>1,2</sup>, Alejandro D. Moreno<sup>1,2</sup>, Jorge O. Manzur<sup>1,2</sup>, Carlos E. Schvezov<sup>2</sup>, Mario R. Rosenberger<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Cátedra de Métodos Numéricos y Análisis Numérico. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> Instituto de Materiales de Misiones (IMAM), UNaM, CONICET, FCEQyN, Félix de Azara 1552, Posadas, Misiones, Argentina.

[jschuster@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:jschuster@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Estabilidad, Energía Libre Superficial, Numero de Condición.

### Introducción y Metodología.

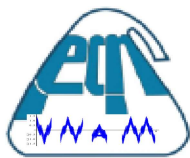
La determinación directa de la energía libre superficial (ELS) de un sólido es inaccesible experimentalmente, por lo tanto, se debe estimar a través de diferentes modelos teóricos [1]–[3]. En general se reconoce que la medición del ángulo de contacto (AC) por el método de la gota sésil es la forma más práctica para estimar la ELS. Entre los modelos teóricos más usados en la actualidad se encuentra el de Lifshitz-van der Waals/Ácido-Base, en este modelo la ELS se considera como la suma de una componente apolar Lifshitz van der Waals ( $\gamma_i^{LW}$ ) y una componente polar ácido-base de Lewis ( $\gamma_i^{AB}$ ), esta última se subdivide en una componente donante de electrones ( $\gamma_i^-$ ) y un componente aceptora de electrones ( $\gamma_i^+$ ) según la relación[2], [4]:

$$\gamma_i^{AB} = 2\sqrt{\gamma_i^- \gamma_i^+}$$

Con el fin de determinar la ELS y sus componentes ( $\gamma_s^{LW}$ ,  $\gamma_s^-$ ,  $\gamma_s^+$ ) de un determinado sólido se deben medir los AC de al menos tres líquidos con componentes conocidas de la tensión superficial ( $\gamma_L^{LW}$ ,  $\gamma_L^-$ ,  $\gamma_L^+$ ) y se resuelve un sistema de tres ecuaciones linealizado obteniéndose los valores de las variables que corresponden a  $\sqrt{\gamma_s^{LW}}$ ,  $\sqrt{\gamma_s^-}$ ,  $\sqrt{\gamma_s^+}$ .

Se ha reportado en la bibliografía que los valores hallados dependen fuertemente de los líquidos que se utilizan y son muy sensibles a los errores experimentales en la determinación del AC de estos, obteniéndose casos extremos como por ejemplo valores negativos [2], [5], [6].

Para evaluar la inestabilidad matemática del sistema se calcularon los números de condición de las matrices que contienen como coeficientes a los valores de tensión superficial y componentes de cada uno de los líquidos del triplete de líquidos elegido. Los líquidos que se utilizaron (en tripletes) fueron: agua, diyodometano, etilenglicol, glicerol, formamida y dimetilsulfóxido. Los números de condición para cada triplete se calcularon a partir de la utilización de diferentes normas inducidas por producto interior en particular: euclidiana, columna, fila y traza. Un numero de condición grande implica una alta inestabilidad del sistema de ecuaciones. La importancia de apelar a las diferentes normas radica en que cada una de ellas utiliza la información de los coeficientes del sistema de manera diferente. También, para cada triplete en particular se calculó la ELS y sus componentes en superficies de politetrafluoroetileno (Teflón).



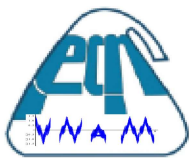
### **Resultados y Conclusión:**

Se encontró una buena correlación entre el aumento del número de condición para un triplete dado y la aparición de resultados sin sentido físico en el cálculo de la ELS en el Teflon.

Se concluye que el cálculo del número de condición es un buen método para determinar a priori que triplete de líquido (de los que dispongo) es el mejor para estimar la ELS de un sólido determinado.

### **Bibliografía:**

- [1] M. Żenkiewicz, "Methods for the calculation of surface free energy of solids", *J. Achiev. Mater. Manuf. Eng.*, vol. 24, núm. 1, pp. 137–145, 2007.
- [2] J. M. Schuster, C. E. Schvezov, y M. R. Rosenberger, "Analysis of the Results of Surface Free Energy Measurement of Ti6Al4V by Different Methods", *Procedia Mater. Sci.*, 2015.
- [3] J. M. Schuster, C. E. Schvezov, y M. R. Rosenberger, "Construction and calibration of a goniometer to measure contact angles and calculate the surface free energy in solids with uncertainty analysis", *Int. J. Adhes. Adhes.*, oct. 2018.
- [4] M. Morra, "Some Reflection on the Evaluation of the Lewis Acid – Base Properties The letter underlines the need for a reflection and a debate on "" Modern Approach to Wettability : Theory and Application """, *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 314, núm. 182, pp. 312–314, 1996.
- [5] C. Della Volpe y S. Siboni, "Some Reflections on Acid – Base Solid Surface Free Energy Theories", *J. Colloid Interface Sci.*, vol. 136, núm. 195, pp. 121–136, 1997.
- [6] C. Della Volpe, S. Siboni, y M. Morra, "Comments on Some Recent Papers on Interfacial Tension and Contact Angles", *Langmuir*, vol. 18, núm. 4, pp. 1441–1444, feb. 2002.



## EL MÉTODO BAYESIANO EN CIENCIAS DE LA SALUD

Marta Ofelia Rivero<sup>1</sup>, Diego Gabriel A. Wisner<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Cátedra de Bioestadística. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

[morivero.rivero982@gmail.com](mailto:morivero.rivero982@gmail.com)

Palabras Claves: Método bayesiano- ciencias de la salud.

### Introducción

Los métodos bayesianos, es otra interpretación del concepto de probabilidad, constituyen una alternativa a la estadística tradicional centrada en el contraste de hipótesis, denominada por contraposición estadística frecuentista, y están siendo motivo actual de debate. En esencia se diferencian en que incorporan información externa al estudio para con ella y los propios datos observados estimar una distribución de probabilidad para la magnitud –efecto– que se está investigando.

En el presente trabajo se propone y fundamenta una nueva metodología, basada en el teorema de Bayes para decidir a partir de la prevalencia de la enfermedad o una probabilidad a priori establecida y de los resultados de la prueba de laboratorio, cual es la probabilidad de que un paciente determinado tenga una enfermedad, lo cual contribuiría a identificar mejor a los pacientes con posibilidad de estar realmente enfermos.

### Metodología

Thomas Bayes desarrolló el siguiente teorema, que fue conocido después de su muerte, para el cálculo de probabilidades condicionales:

Sea  $\{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n\}$  un conjunto de sucesos mutuamente excluyentes y cuya unión es el total o sea 1, y tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero. Sea B un suceso cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales  $P(B/A_i)$ . Entonces la probabilidad  $P(A_i/B)$  viene dada por la expresión:

$$P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i)P(A_i)}{P(B)}$$

Donde:  $P(A_i)$  son las probabilidades a priori.  $P(B / A_i)$  es la probabilidad de B en la hipótesis  $A_i$ .  $P(A_i / B)$  son las probabilidades a posteriori. Esto se cumple siempre que  $\forall i = 1 \dots n$

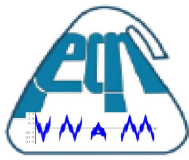
El teorema, que ha resurgido con gran popularidad desde hace ya algunos años, puede servir entonces para indicar cómo debemos modificar nuestras probabilidades subjetivas cuando recibimos información adicional de un experimento. Este enfoque que propugna la estadística bayesiana está demostrando su utilidad en ciertas estimaciones basadas en el conocimiento subjetivo a priori y permitir revisar esas estimaciones en función de la evidencia, lo que está abriendo nuevas formas de hacer conocimiento.

Supóngase una prueba diagnóstica, por ejemplo nivel de glucosa en sangre, en ayunas, para diagnosticar la diabetes. Se considera que la prueba es positiva si se encuentra un nivel por encima de un cierto valor, digamos 120 mg/l.

Para evaluar la prueba, para distintos puntos de corte, se somete a la misma a una serie de individuos diabéticos diagnosticados por otro procedimiento y a una serie de individuos no diabéticos. Los resultados se pueden representar en una tabla de doble entrada.

Tabla. Resultado de la doble

	Sano(s)	Enfermo(E)	Total
T(-)	a	b	R
T(+)	c	d	s
total	t	u	



Si la prueba fuera perfecta  $b=c=0$ , desgraciadamente nunca ocurre. Se denomina falso-positivo (FP) al cociente  $c/t$ , y es una estimación de la probabilidad condicionada  $p(T+|S)$ ; se denomina falso-negativo (FN) al cociente  $b/u$ , y es una estimación de la probabilidad condicionada  $p(T-|E)$ . Estos dos valores cuantifican los dos errores que la prueba puede cometer y caracterizan a la misma. Simétricamente, los coeficientes que cuantifican los aciertos son la sensibilidad,  $p(T+|E)$ , y la especificidad  $p(T-|S)$ .

Cuando la prueba se usa con fines diagnósticos (o de "screening") interesa calcular  $p(E|T+)$  (o valor Predictivo Positivo VPP) y/o  $p(S|T-)$  (o Valor Predictivo Negativo VPN), que aplicando el teorema de Bayes y considerando los suceso Enfermedad (E) y No Enfermedad (S) como una partición de A, tendremos la siguiente expresión:

$$P(E/T+) = \frac{P(T+/E)P(E)}{P(T+/E)P(E)+P(T+/S)P(S)} \text{ lo podemos expresar como}$$

$$VPP = \frac{\text{sensibilidad} \times \text{Prevalencia}}{\text{sensibilidad} \times \text{Prevalencia} + (1 - \text{Especificidad})(1 - \text{prevalencia})}$$

Por ejemplo calculemos el VPP si se tratara de un paciente de 25 años, con dolor precordial, fumador y con una elevación en suero de una enzima útil en el diagnóstico de infarto del miocardio, suponiendo un 1 % de prevalencia para esta edad, y con un 90 % de sensibilidad y especificidad de la prueba un resultado positivo de la prueba se corresponde con un VPP de 8,3 %.

$$VPP = \frac{0,90 \times 0,01}{0,90 \times 0,01 + (1 - 0,90)(1 - 0,01)} = 0,083$$

Sin embargo una prueba positiva en un paciente adulto de 68 años con dolor anginoso, fumador, dolor precordial y estimando un 90 % de prevalencia del infarto para este grupo poblacional, entonces el VPP será de 99 %. Es decir el paciente de 68 años y el joven de 25 tienen ambos positiva la misma prueba diagnóstica, sin embargo el de 68 años tiene una probabilidad más de 10 veces mayor (99 vs. 8 %) de tener la enfermedad.

El VPP es un indicador útil pero no tanto para pacientes individuales. Un paciente llega a la consulta del médico con una determinada enfermedad que tiene una prevalencia o probabilidad de manifestarse en la población. Pero también llega con su historia personal, con variados antecedentes que predisponen o no a esa enfermedad. En un paciente individual, la "prevalencia" de la enfermedad puede orientar y ser considerada como la probabilidad a priori. También el médico, en base a un valor de prevalencia en la población en general pudiera asumir para aquel paciente un valor mayor o menor de probabilidad de contraer esa enfermedad, teniendo en cuenta su edad, antecedentes, factores genéticos, etc que conoce con precisión. Desde luego, existe un componente subjetivo en todas estas estimaciones. Habitualmente los clínicos han expresado esta probabilidad a priori como "tengo la impresión de que este paciente tiene tal enfermedad". Por eso otro indicador útil puede ser el Odd o razón de probabilidades entre tener y no tener la enfermedad

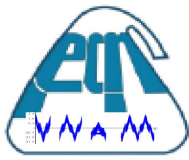
También utilizando el Teorema de Bayes es posible calcular los Odds finales a partir del conocimiento de la prevalencia de la enfermedad (Odds iniciales) y de la calidad de la prueba diagnóstica según la siguiente demostración sencilla:

$$\text{ODDS ANTES} = P(E)/P(S) \quad \text{ODDS DESPUES} = P(E/T+)/P(S/T+)$$

$$P(E)\text{Odds finales} = \frac{P(T+/E)P(E) \cdot [P(T+/S)P(S) + P(T+/E)]}{P(T+/S) \cdot P(S) \cdot [P(T+/S)P(S) + P(T+/E)P(E)]}$$

$$\text{Odds finales} = \frac{\text{Sensibilidad}}{(1 - \text{Especificidad})} \cdot \text{odd inicial}$$





Al cociente Sensibilidad/(1 - Especificidad) se le conoce como razón de verosimilitud y para un punto de corte determinado para considerar la prueba positiva, tiene un valor que se relaciona con la calidad de la prueba.

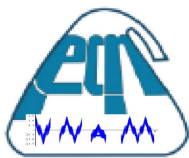
Según la anterior expresión conociendo o estimando la prevalencia inicial, o probabilidad previa asignada según la experiencia del médico y la información que posee acerca de la enfermedad en particular de su paciente, de otros estudios realizados, etc, es posible asignar un valor de odd inicial, y conociendo entonces la razón de verosimilitud (o sea el cociente sensibilidad/1-especificidad) cuando la prueba da positiva para un punto determinado, es factible entonces calcular entonces los odd finales.

### **CONCLUSIONES**

Se propone una metodología basada en el enfoque estadístico bayesiano para estimar la probabilidad de enfermedad en un paciente determinado con una prueba diagnóstica de laboratorio positiva, y a partir también del conocimiento de la prevalencia de la enfermedad, o asignando una probabilidad a priori para un determinado paciente.

### **BIBLIOGRAFIA**

1. Fescina RH, Simini F, Belitzky R. Evaluación de los procedimientos diagnósticos. Aspectos metodológicos. Salud Perinatal PP 1985; 2: 39-43.
2. Silva LC. Métodos estadísticos para la investigación epidemiológica. Seminario internacional de estadísticas en Euskadi. Instituto Vasco de Estadística; 1987.
3. Kassirer JP. Diagnostic Reasoning. Ann Intern Med 1989; 110: 893-5.
4. Fabián Jaimes. Pruebas diagnósticas: uso e interpretación Diagnostic tests: use and interpretation Acta Med Colomb vol.32 no.1 Bogotá Jan./Mar. 2007
5. Silva LC, Benavides A. El enfoque bayesiano: otra manera de inferir. Gac Sanit 2001; 15: 341-6.
6. Silva LC. Métodos estadísticos para la investigación epidemiológica. Seminario internacional de estadísticas en Euskadi. Instituto Vasco de Estadística; 1987.
7. D.E. Shapiro The interpretation of diagnostic tests. New England J. Medicine Stat Methods Med Res, June 1, 1999; 8(2): 113-34



## ANÁLISIS DEL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ECOLOGÍA EVOLUTIVA PARA EL ESTUDIO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

Adriana Gabriela Duarte <sup>1</sup>, Claudia Dolores Lagraña <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Cátedra de Didáctica de la Matemática. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> Cátedra de Álgebra. FCEQyN. Posadas, Misiones.

[duaradriana@gmail.com](mailto:duaradriana@gmail.com), [claudialagrana@gmail.com](mailto:claudialagrana@gmail.com)

Palabras Clave: Resolución de problemas, diseño metodológico, competencias matemáticas, ecología evolutiva.

La Ecología Evolutiva hace uso de conceptos y modelos matemáticos para estudiar la evolución en poblaciones de organismos actuales, estos son una herramienta de la que se vale para realizar hipótesis e interpretar la evolución de las poblaciones. En una investigación, que tiene como objetivo estudiar las competencias matemáticas que debe disponer un resolutor a la hora de resolver problemas que provienen de ese campo disciplinar, fue necesario realizar el análisis e interpretación de sus actuaciones.

Se ha diseñado un esquema propio, conformado por tres momentos consecutivos, tomando como referencia los trabajos realizados por Polya, Mason, Bransford y Stein sobre la resolución de problemas matemáticos. Se parte de una situación concreta, que es un problema en el campo de la ecología evolutiva, y se inicia el proceso de análisis de resolución:

1) *Fase de formulación*: es la etapa entre la *situación concreta* y la formulación del *modelo matemático*, donde el resolutor realiza una lectura comprensiva del tema, la cual, permite el reconocimiento de la información y de la relación de ésta con sus saberes previos. En esta fase el resolutor interpreta el problema, lo entiende, y este acto lo remite a: a) la elección de un método de resolución, en aquellos casos donde los pasos a seguir ya estuviesen establecidos y conduce a la selección de un *modelo matemático*, o bien, b) la elaboración de un nuevo método.

2) *Fase de resolución matemática*: seleccionado el o los modelos matemáticos a emplear, se procede a realizar los cálculos en las fórmulas, las construcciones de tablas y de gráficos, etc. Esta fase está descontextualizada de la situación concreta de la que se parte y los resultados que se obtienen son meros resultados en el campo matemático. Para definir la potencialidad del modelo utilizado, se analiza "lo que el resolutor debe saber"; y para poder operar con él, para obtener resultados correctos, se analiza "lo que el resolutor debe saber hacer"

A continuación, se pasa a la siguiente:

3) *Fase de interpretación*: se produce la contextualización de los resultados obtenidos relacionándolos con la información que ya se poseía. Estos dejan de ser exclusivamente matemáticos, se interpretan en el contexto, adoptando significados dentro del marco teórico de la disciplina, permitiendo que sean soluciones del problema. Se analiza la actuación del resolutor para darle sentido a lo hallado en el campo matemático y respuestas al problema tratado. También como medio de control de los resultados, en cuanto a que si lo que ha obtenido es factible o pertinente en el campo de aplicación en el que está trabajando.

Así, el análisis de las actuaciones de un resolutor en cada una de las fases permite explicar y predecir el conjunto de actuaciones posibles en un dominio de saber y la elaboración de un modelo de competencias matemáticas adaptado al mismo.

## DETERMINACIÓN DE LA CINÉTICA DE TRANSFORMACIÓN DE CROMO (VI) POR FOTOCATÁLISIS HETEROGÉNEA CON DIÓXIDO DE TITANIO INMOVILIZADO

María Laura Vera <sup>1</sup>, Hernán Darío Traid <sup>1</sup>, Marta Irene Litter <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Materiales de Misiones (IMAM), UNaM, CONICET, FCEQyN, Félix de Azara 1552, Posadas, Misiones, Argentina.

<sup>2</sup> Instituto de Investigación e Ingeniería Ambiental, CONICET, Universidad de San Martín, Campus Miguelete, Av. 25 de Mayo y Francia, 1650 San Martín, Prov. de Buenos Aires, Argentina.

[lauravera@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:lauravera@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Cinética de reacción, Fotocatálisis Heterogénea, Cromo (VI).

El dióxido de titanio (TiO<sub>2</sub>) es un conocido fotocatalizador para la desinfección y descontaminación de aguas y aire, que al ser irradiado con luz UV da lugar a especies reactivas que transforman los contaminantes mediante un proceso denominado fotocatalisis heterogénea. Generalmente, se utiliza el TiO<sub>2</sub> suspendido en el fluido contaminado. Sin embargo, el uso de TiO<sub>2</sub> suspendido implica la necesidad de incorporar una costosa etapa de separación y recuperación del catalizador. Esta etapa puede eliminarse inmovilizando TiO<sub>2</sub> sobre soportes. La actividad fotocatalítica de estos materiales ha sido evaluada apropiadamente mediante la reducción de Cr(VI) a Cr(III) utilizando el sistema Cr(VI)/ácido etilendiaminotetracético (EDTA) [1-4].

En el presente trabajo se comparan las cinéticas de transformación del Cr(VI) a Cr(III) empleando como fotocatalizadores recubrimientos de TiO<sub>2</sub> sintetizados por diversas técnicas: **(A)** fijación de nanopartículas de TiO<sub>2</sub> (P25) [2], **(B)** arcos catódicos [1], **(C)** sol-gel [2], **(D)** sol-gel combinado con el agregado de partículas comerciales [2], **(E)** oxidación electrolítica por plasma [3], **(F)** oxidación anódica en solución acuosa de ácido fluorhídrico (primera generación de nanotubos) [4], **(G)** oxidación anódica en solución orgánica de fluoruro de amonio (tercera generación de nanotubos) [4].

En todos los casos la evaluación de la actividad fotocatalítica de los recubrimientos se realizó utilizando como contaminante modelo una solución de dicromato de potasio con ácido etilendiaminotetracético (EDTA), en una relación de concentraciones molares [EDTA]/[Cr(VI)] de 1,25 a pH 2. El sistema (solución contaminante/fotocatalizador) se irradió con luz UV ( $\lambda_{\text{máx}} = 365 \text{ nm}$ ) durante 300 min, tiempo durante el cual se tomaron muestras periódicas y se midió la transformación del Cr(VI) por espectrofotometría. En cada ensayo se realizó un blanco de la reacción con irradiación UV de la solución contaminante en ausencia de fotocatalizador (fotorreducción homogénea o fotólisis).

Los puntos experimentales de la concentración de Cr(VI) (C) relativa a la concentración inicial (C<sub>0</sub>) en función del tiempo de irradiación (t) se ajustaron mediante dos modelos cinéticos, descritos a continuación mediante las ecuaciones (1) y (2), seleccionándose en cada caso la más adecuada de acuerdo al mejor ajuste, determinado por un mayor valor de R<sup>2</sup>.

Modelo I:

$$\frac{-\partial \left( \frac{C}{C_0} \right)}{\partial t} = \frac{k_1 C}{C_0} \rightarrow \frac{C}{C_0} = e^{-k_1 t} \quad \text{Ecuación (1)}$$

Donde  $k_1$  es una constante cinética de primer orden, correspondiente a un decaimiento exponencial en función del tiempo.

Modelo II:

$$\frac{-\partial(C/C_0)}{\partial t} = \frac{k_1 C}{C_0} + k_0 \rightarrow \frac{C}{C_0} = \left(1 + \frac{k_0}{k_1}\right) e^{-k_1 t} - \frac{k_0}{k_1} \quad \text{Ecuación (2)}$$

Este modelo, propuesto por Kleiman y col. [1], incluye un término con una constante cinética de primer orden ( $k_1$ ) y otro con una constante cinética de orden cero ( $k_0$ ) independiente de la concentración.

Entre los resultados, en primer lugar se destaca que la totalidad de los recubrimientos de  $\text{TiO}_2$  evaluados presentaron actividad fotocatalítica, evidenciada por una transformación mayor a la del blanco de fotólisis.

En todos los casos analizados las reacciones homogéneas de fotólisis fueron ajustadas por el modelo I, correspondiente a reacciones de primer orden. Mientras que en el caso de las reacciones de fotocatalisis heterogénea con los catalizadores inmovilizados (**A**, **B**, **C**, **D** y **F**) los mejores ajustes se lograron con el modelo II que incluye una constante cinética de primer orden ( $k_1$ ) asociada a la fotorreducción homogénea del Cr(VI) (valor característico de cada ensayo y obtenido a partir de la Ecuación (1)) y una constante cinética de orden cero ( $k_0$ ) asociada al proceso de fotocatalisis heterogénea producido en el catalizador soportado. Este modelo considera que la superficie del fotocatalizador está saturada por Cr(VI) adsorbido durante todo el ensayo, haciendo que la velocidad de reducción sea independiente de la concentración de Cr(VI) en la solución.

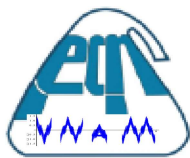
Los valores de  $k_0$  permitieron comparar la actividad fotocatalítica de los recubrimientos: a mayor valor de  $k_0$ , mayor es la actividad del recubrimiento para la transformación de Cr(VI).

Sin embargo, en el caso de los fotocatalizadores **G** (nanotubos de  $\sim 10 \mu\text{m}$  de longitud), se observó que el modelo II no ajustaba adecuadamente, frecuentemente con valores de  $R^2$  por debajo de 0,9. Por lo tanto, se optó por la aplicación del modelo I con una única constante cinética de pseudoprimer orden ( $k_1'$ ), que represente la cinética conjunta de la transformación homogénea y la transformación heterogénea en la superficie de los nanotubos. De este modo se obtuvieron mejores ajustes, con valores de  $R^2 \geq 0,96$  en todos los casos. Los resultados se resumen en la Tabla 1.

La diferencia en el régimen cinético entre los recubrimientos **A** a **F** y los **G** puede ser atribuida a la elevada área superficial de los nanotubos sintetizados por anodización en medio orgánico, que no permite que la superficie esté permanentemente saturada de Cr(VI), de modo tal que la velocidad de transformación de Cr(VI) dependería de su concentración en solución.

Tabla 1. Constantes cinéticas y  $R^2$  de los correspondientes modelos de ajuste de los datos experimentales de transformación de Cr(VI) por fotocatalisis heterogénea con cada tipo de recubrimiento de  $\text{TiO}_2$ .

Tipo de recubrimiento	Modelo	$k_1$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$k_0$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$R^2$	Referencia
<b>A</b>	II	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	0,98	[2]
<b>B</b>	II	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	0,96	[1]
<b>C</b>	II	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-3}$	0,97	[2]
<b>D</b>	II	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	0,99	[2]
<b>E</b>	II	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	0,97	[3]
<b>F</b>	II	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	0,99	[4]
<b>G</b>	I	$2,4 \cdot 10^{-2}$ ( $k_1'$ )	-	0,99	[4]



## Referencias

- [1] A. Kleiman, A. Márquez, M.L. Vera, J.M. Meichtry, M.I. Litter, *Appl. Catal., B: Environ.* 101 (3) (2011) 676–681.
- [2] M.L. Vera, G. Leyva, M.I. Litter, *J. Nanosc. Nanotech.* 17 (7) (2017) 4946–4954.
- [3] H.D. Traid, M.L. Vera, A.E. Ares, M.I. Litter, *Mater. Chem. Phys.* 191 (2017) 106–113.
- [4] M.L. Vera, H.D. Traid, E.R. Henrikson, A.E. Ares, M.I. Litter, *Mater. Res. Bull.* 97 (2018) 150–157.

## PROCESAMIENTO DE IMÁGENES SOBRE MICROESTRUCTURAS GLOBULARES DEL MATERIAL ZA27

Santos Vanesa <sup>1</sup>, Fabian Favret <sup>1,2</sup>, Juan de Dios Benitez<sup>1,2</sup>, Mario Rosenberger <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería y Ciencias de la Producción-  
Universidad Gastón Dachary

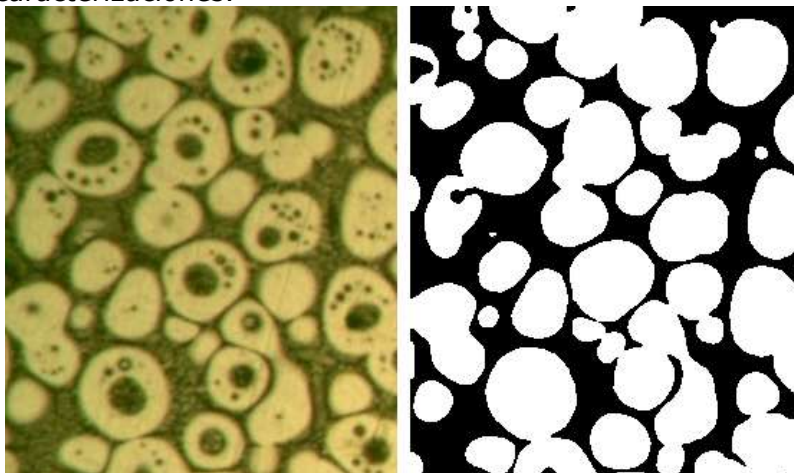
<sup>2</sup> Centro de Investigación en Tecnologías de la Información y Comunicaciones  
(C.I.T.I.C.)

<sup>3</sup> Instituto de Materiales de Misiones ( IMAM) , CONICET – UNaM

[efabianfavret@citic.ugd.edu.ar](mailto:efabianfavret@citic.ugd.edu.ar), [ejuan.benitez@citic.ugd.edu.ar](mailto:ejuan.benitez@citic.ugd.edu.ar), [rrmario@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:rrmario@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Procesamiento de imágenes, Microestructuras de materiales,  
Filtros de imágenes

En este trabajo se realizó el procesamiento de imágenes correspondientes a la microestructura globular del material ZA27 con el fin de obtener una imagen que permita la correcta distinción entre las fases del material y, además, elimine la fase oscura contenida dentro de grandes aglomeraciones de fase clara. La obtención de esta imagen comprende el primer paso para la caracterización de la microestructura del material en cuestión, permitiendo realizarse posteriormente, por ejemplo, la medición de cada una de las estructuras de fase blanca, obtener su factor de forma, entre otras caracterizaciones.



**Figura 1. Resultado obtenido del procesamiento de imágenes sobre la microestructura globular del material ZA27.**

Como puede verse en la figura 1 los filtros secuencialmente aplicados sobre la imagen dan como resultado una imagen con las características deseadas, exceptuando aquellas aglomeraciones de fase blanca que se encuentran sobre los bordes de la imagen, a los cuales no se les elimina las manchas de fase oscura dado que no es necesario porque estas no se tendrán en cuenta en la caracterización, por esta razón no son de importancia en el pre-procesamiento de la imagen.

El proceso general consistió en la aplicación de filtros y algoritmos adaptados para el correcto procesamiento de la imagen en cuestión. Se desarrolló el proceso en lenguaje de programación Python dentro del framework PyCharm, haciendo uso de la librería OpenCv, la cual brinda una amplia gama de filtros y funciones para el procesamiento de imágenes. En la figura 2 puede observarse el proceso completo realizado.

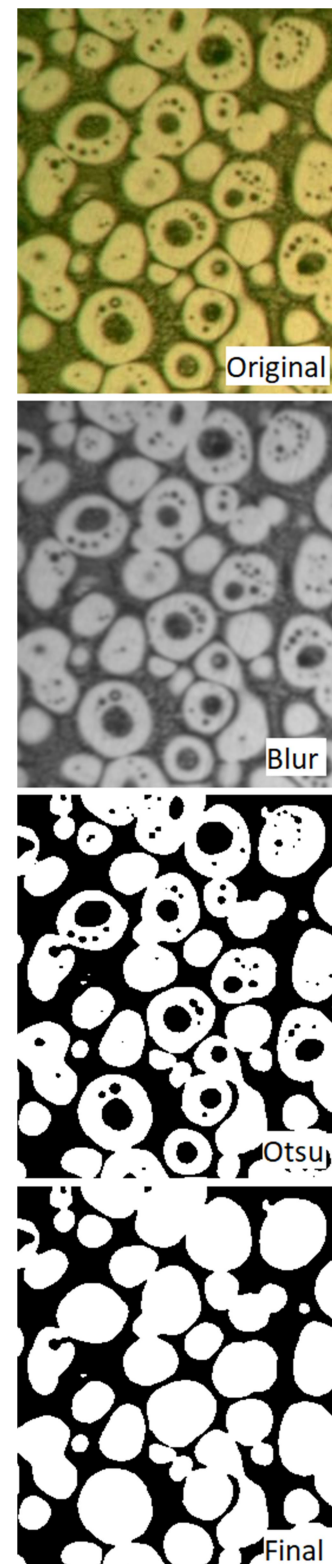
Dentro de la figura 2 la primera es la imagen original, la cual es un recorte de una imagen completa del material ZA27 en su forma globular. Se utilizó un recorte para poder visibilizar de forma más directa los pasos realizados sobre la imagen. Como puede verse, esta imagen puede tratarse dentro del espectro RGB ya que contiene distintos tonos de verde (no es monocromática).

La segunda imagen dentro de la figura 2 muestra la aplicación de un filtro gaussiano Blur que mejora la imagen de forma que disminuye el ruido que esta pudiera presentar. La elección de este filtro está dada por una mejora en los resultados al aplicar el mismo. Como puede observarse este filtro permite la transformación de la imagen a escala de grises.

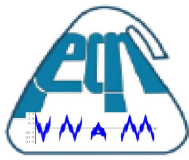
En la siguiente imagen, etiquetada como "Otsu", se visualiza la aplicación de una binarización de la imagen. El método elegido para esta binarización fue el método Otsu, el cual es un método adaptativo que no posee un umbral fijo para la binarización. Este método obtiene el histograma de la imagen y encuentra el punto medio entre los picos de valores que representan el color de la imagen. Al ser una imagen bimodal, en donde se tienen dos colores distintivos (fase clara vs fase oscura), este método obtiene mejores resultados que al aplicar otros métodos de binarización.

La imagen final de la figura 2 presenta la imagen en donde la fase oscura contenida dentro de las aglomeraciones de fase clara fue removida, excepto de aquellas aglomeraciones que se encuentran sobre el borde de la imagen. Para la realización de este último paso se realizó la siguiente secuencia de pasos: se obtuvo los centroides de cada conjunto de pixeles que tuvieran el mismo color, se calculó el área de cada conjunto, se rellenó de color blanco aquellos conjuntos de pixeles cuyo centroide sea de color negro y cuya área sea menor a un umbral definido por el usuario. De esta forma se identificó exitosamente las pequeñas manchas de fase oscura y se las eliminó.

Como conclusión puede verse que el proceso planteado da como resultado una imagen con las características deseadas para poder realizar una posterior caracterización del material. En futuros avances se procederá con la separación de las aglomeraciones de fase clara para lograr la identificación individual de cada aglomeración, para que la caracterización del material no se vea afectada por la superposición de las mismas.



**Figura 2.**  
**Procesamiento de**  
**imagen realizado.**



## APLICACIÓN DE LAS TRANSFORMADAS RÁPIDAS DE FOURIER PARA LA EVALUACIÓN DEL ORDENAMIENTO DE RECUBRIMIENTOS NANOESTRUCTURADOS DE ÓXIDO DE ALUMINIO

Florencia Alejandra Bruera <sup>1,2</sup>, Gustavo Raúl Kramer <sup>1,2</sup>, María Laura Vera <sup>1,2</sup>, Alicia Esther Ares <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> IMaM. CONICET-UNaM. Posadas, Misiones.

[brueraflorenceia@gmail.com](mailto:brueraflorenceia@gmail.com)

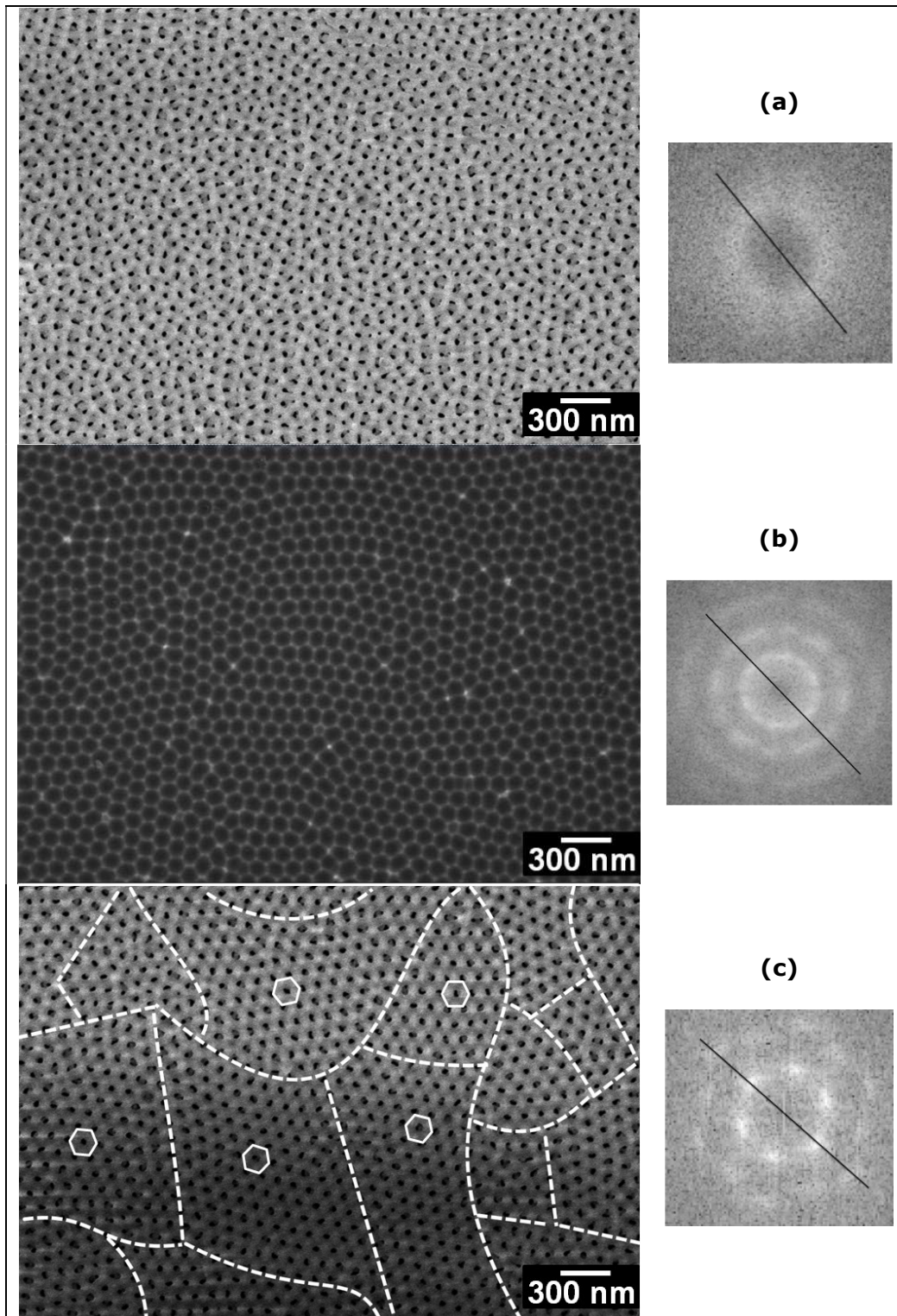
Palabras Claves: Transformada Rápida de Fourier, Oxidación Anódica, Películas Nanoestructuradas.

La oxidación anódica de aluminio es un proceso electroquímico que permite obtener una matriz auto-organizada de conjuntos hexagonales de poros estrechamente empaquetados mediante el método de anodización en dos pasos, en el que la segunda oxidación se inicia a partir de los patrones pretexturados resultantes de la primera oxidación [1]. Variando los parámetros electroquímicos de síntesis como la naturaleza, concentración y la temperatura del electrolito y el voltaje de anodizado, es posible obtener recubrimientos de variadas propiedades morfológicas para su aplicación como plantillas para la síntesis de nanomateriales, soportes catalíticos, sensores y biosensores, nanofiltros, entre otros [2-4]. Particularmente, la aplicación de estos recubrimientos como plantillas requiere de un alto ordenamiento de la matriz de poros, que puede medirse cualitativamente a través de la aplicación de algoritmos matemáticos como la Transformada Rápida de Fourier (TRF). La TRF es una herramienta fundamental en el procesamiento de señales, que aplicada a una imagen digital permite detectar el dominio de frecuencias correspondiente a las intensidades de gris que conforman la matriz de la imagen. Por lo tanto, el análisis de la regularidad del arreglo de poros puede medirse a través del procesamiento de micrografías electrónicas de barrido de los recubrimientos mediante la TRF, teniendo en cuenta la definición de patrones de simetría en el dominio de frecuencias [5].

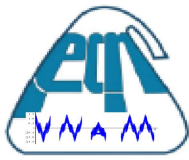
El presente trabajo tiene como objetivo aplicar la TRF para evaluar el ordenamiento de películas de óxido de aluminio anódico (OAA) nanoestructuradas, sintetizadas en un paso y en dos pasos de anodizado a partir de la aleación comercial Al 1050 (min 99,5% de Al).

La preparación superficial del sustrato, previo al anodizado, se llevó a cabo realizando en forma sucesiva las siguientes etapas: desbaste con papeles de CSi hasta # 2500, pulido con pasta de diamante de 6 y 1  $\mu\text{m}$ , electropulido en solución 3,5:4:2,5 v/v de etanol 96%, ácido fosfórico 85% y agua a 60 V y 40 °C, con limitación de la densidad de corriente en 0,25 A/cm<sup>2</sup> y ataque químico en solución de 6% H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>, 1,8 % H<sub>2</sub>CrO<sub>4</sub>, y 92,2 % de H<sub>2</sub>O (porcentajes en peso) a 60 °C [5]. Se realizaron oxidaciones anódicas en solución de ácido oxálico 0,3 M a 20  $\pm$  2 °C, haciendo circular corriente continua a 40 V, en un paso y en dos pasos de anodizado sobre el Al 1050 pretratado. Para remover la capa de óxido producida durante el primer anodizado, se atacó químicamente la superficie con solución de 6% H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>, 1,8% H<sub>2</sub>CrO<sub>4</sub>, y 92,2% de H<sub>2</sub>O (porcentajes en peso), a 60 °C durante 3 h. La identificación de nanoporos en las películas anódicas se realizó mediante microscopía electrónica de barrido (MEB), utilizando un equipo Carl Zeiss NTS - SUPRA 40. Para determinar el ordenamiento de las estructuras nanoporosas obtenidas se utilizó la TRF de las imágenes MEB en un área de 3  $\mu\text{m}^2$  utilizando el software libre ImageJ [6].





**Figura 1.** Micrografías electrónicas de barrido y sus correspondientes Transformada Rápida de Fourier del OAA correspondiente al primer paso de anodizado en ácido oxálico 0,3 M, a 20 °C y 40 V (a), del sustrato posterior a la eliminación de la primera capa de óxido (b) y del OAA producto del segundo paso de anodizado en las mismas condiciones del primer paso (c). En general, una película de óxido de aluminio anódica nanoestructurada se considera completamente ordenada cuando cada poro está hexagonalmente rodeado por seis poros vecinos [5]. De acuerdo a la literatura, para estructuras nanoporosas altamente ordenadas la TRF de la imagen MEB consiste en un conjunto de 6 puntos con forma hexagonal, mientras que para estructuras menos



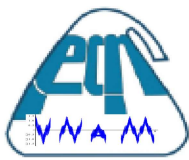
ordenadas se espera la formación de patrones con forma de anillo, y para aquellas desordenadas, la presencia de patrones en forma de disco difuso [3, 5, 7].

En la Figura 1 se presentan las micrografías y sus correspondientes TRF para el anodizado en un paso (a), la superficie del sustrato tras la remoción del OAA (b) y el anodizado en dos pasos (c). En la película de OAA sintetizada en un solo paso (Figura 1-a), se observó un patrón de simetría en forma de disco difuso debido al pobre ordenamiento. La eliminación de esta primera capa de óxido (Figura 1-b), resultó en una superficie caracterizada por un ordenamiento de largo alcance de la red nanoporosa, evidenciada por la presencia de varios patrones de simetría superpuestos en el espacio recíproco que impiden el cerramiento del anillo en la TRF. Por otra parte, en la Figura 1-c, correspondiente al óxido resultante del segundo paso de anodizado, se observa un ordenamiento casi perfecto de la red de poros con la presencia de tres hexágonos concéntricos en el dominio TRF. La identificación de estos tres patrones de simetría en forma hexagonal indicó una periodicidad de largo alcance en la nanoestructura y la presencia de más de un dominio de ordenamiento (las zonas de ordenamiento definidas se delimitaron con línea intermitente blanca, y las orientaciones de cada dominio de ordenamiento están representados por hexágonos ubicados en cada una de las zonas). Esto demuestra que la realización de un segundo anodizado sobre el sustrato pre-texturado generado durante el primer anodizado permite obtener nanoestructuras auto-ordenadas a través de una técnica sencilla y de bajo costo como la oxidación anódica.

A partir de los resultados obtenidos, se concluye que es factible y satisfactoria la aplicación de una herramienta matemática como la Transformada Rápida de Fourier a partir del procesamiento de imágenes para el estudio del ordenamiento en materiales con patrones geométricos periódicos como el óxido de aluminio anódico.

### Referencias

- [1] G.E.J. Poinern, N. Ali, D. Fawcett, *Progress in Nano-Engineered Anodic Aluminum Oxide Membrane Development*, *Materials* **4** (2011) 487-526.
- [2] C. Cheng, *Electro-Chemo-Mechanics of Anodic Porous Alumina Nano-Honeycombs: Self-Ordered Growth and Actuation*, 2015, Springer Theses Recognizing Outstanding Ph.D. Research, Springer.
- [3] G.D. Sulka, *Nanostructured Materials in Electrochemistry*, 2008, Ali Eftekhari (ed.), WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA (ed.).
- [4] A. Jani, D. Losic, N. Voelcker, *Nanoporous anodic aluminium oxide: Advances in surface engineering and emerging applications*, *Progress in Materials Science* **58** (2013) 636-704.
- [5] L. Vojkuvka, L.F. Marsal, J. Ferré-Borrull, P. Formentin, J. Pallarés. *Self-ordered porous alumina membranes with large lattice constant fabricated by hard anodization*. *Superlattices and Microstructures* **44** (2008), 577-582.
- [6] W.S. Rasband, ImageJ, US National Institute of Health, Bethesda, Maryland, USA, 1997e2014. <http://imagej.nih.gov/ij/>.
- [7] L. Zaraska, G.D. Sulka, J. Szeremeta, M. Jaskuła. *Porous anodic alumina formed by anodization of aluminum alloy (AA1050) and high purity aluminum*. *Electrochimica Acta*, **55** (2010) 4377-4386.



## DESARROLLO Y EMPLEO DE VIDEOJUEGOS COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS, LA SUMA Y EL PRODUCTO”

Esp. Esteban E. Rolón <sup>1</sup>, Lic. Claudio Biale<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Cátedra de Estadística, FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> Cátedra de Programación, FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones

<sup>1</sup>[prof.rolon@gmail.com](mailto:prof.rolon@gmail.com), <sup>2</sup>[claudio.biale@gmail.com](mailto:claudio.biale@gmail.com)

**Palabras Claves:** videojuegos para enseñar saberes matemáticos, aprendizaje de los números enteros, videojuego didáctico, innovación educativa

A continuación se desarrollará a modo de síntesis el grado de avance de un trabajo de investigación acreditado (código 16/Q005) por la Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales en el 2017. El mismo actualmente está en pleno proceso de ejecución hasta diciembre de 2019 por docentes y alumnos de las carreras de Licenciatura en Sistema y Profesorado en Computación del Módulo de Apóstoles de la Facultad de Ciencias exactas químicas y Naturales.

El problema central de la investigación se basa en que la enseñanza y el aprendizaje de saberes vinculados al conjunto de los números Enteros (**Z**), la suma (+) y el producto(\*) son sumamente importantes en los primeros años del secundario.

Analizando algunos indicadores obtenidos de una escuela de referencia, secundaria, del departamento Capital de la provincia de Misiones, por ejemplo, la media de la tasa de aprobación en los últimos tres años no supera el 51% (ver grafico 1). Por otra parte tan solo un 6% de los ingresantes de 2º año obtiene un puntaje alto en las pruebas estándares.

Esta problemática repercute indefectiblemente en los docentes de años superiores, quienes se ven limitados y decepcionados a la hora de abordar conceptos más complejos tales: ecuaciones, sistema de ecuaciones, polinomios, funciones, el cuerpo de los reales, derivadas, integrales entre otros, donde un gran porcentaje de alumnos fracasa por la deficiencia del manejo de los números enteros y reglas de los signos.

Para abordar este problema utilizamos un videojuego como estrategia didáctica para ello el marco teórico la *Teoría de Situaciones Didácticas (TSD)* aportada por Guy Brousseau fue clave. Concepto como **situación a-didáctica** entendida como aquella situación que produce un aprendizaje por adaptación, se da una interacción entre un sujeto y un medio para resolver un problema.

En esta figura 1 tenemos la situación didáctica, pues comprende las relaciones entre el profesor, el alumno y el saber. El profesor desea enseñar el saber al alumno, no comunicándoselo directamente, sino planteándole una situación a-didáctica interior de la situación didáctica), planeada para producir un aprendizaje por adaptación.

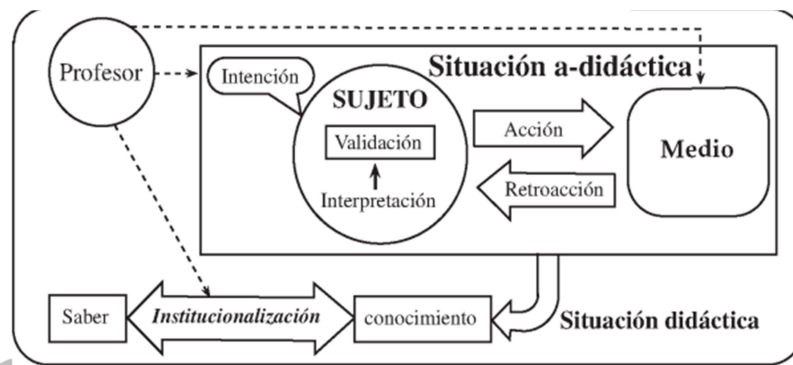


Fig.1: Situación didáctica, situación a-didáctica e Institucionalización cuando se emplea una secuencia, en este caso el videojuego es el videojuego y los diferentes niveles.

Lograr generar una situación a-didáctica con el empleo del videojuego es uno de los pasos ya que es la fase del proceso en la cual se da el aprendizaje (y no la enseñanza), los alumnos deben encontrar por sí mismos relaciones entre sus elecciones y los resultados que obtienen. No es el docente quien le dice si está bien o mal su respuesta, sino que él puede darse cuenta porque le permite o no hacer lo solicitado.

En la **Institucionalización** el docente relaciona los conocimientos construidos libremente por el alumno en la fase a-didáctica con el saber cultural o científico, preserva la producción del alumno y le da estatus científico.

La **metodología de investigación** utilizada es un diseño de investigación de caso y control, por lo cual la población global se divide en dos subpoblaciones. El grupo de alumnos a quienes el docente les presentó el videojuego **Spider Tec**, aplicó secuencias didácticas y evaluó los resultados. Y por otra parte está el grupo control conformado por los alumnos a quienes no se les presentó el videojuego.

El objetivo central es evaluar si existe diferencia significativa entre estos dos grupos, tanto en porcentaje de aprobación como en el rendimiento de las pruebas estandarizadas ( $p > 0,05$ ).

Algunos de los objetivos específicos que se propone la investigación son:

- Caracterizar los principales errores en las evaluaciones regulares prueba estandarizada realizada a segundo año.
- Analizar los diferentes Videojuegos ya desarrollados a nivel local, nacional e internacional, sus ventajas y desventajas para ser aplicados en esta población.
- Desarrollar un videojuego acorde a la realidad y atendiendo a lo anteriormente identificado.
- Evaluar los resultados del empleo del videojuego comparando esta población con un grupo control que no ha tenido contacto con los videos Juegos.

Como **avance del proyecto** podemos mencionar que ya contamos con un videojuego que se denomina "[Spider tec](#)", y está disponibles libremente en el PlayStore de Google Play para móviles, pcs. y tabletas ( Ve figura 2 y 3).

Para el desarrollo del mismo se usó LibGDX, un motor de videojuegos (*game engine*). Desde el punto de vista de un programador, libGDX proporciona un framework para el desarrollo de videojuegos en lenguaje Java, multiplataforma, soportando actualmente Windows, Linux, Mac, Android, OS, IOS y HTML5.

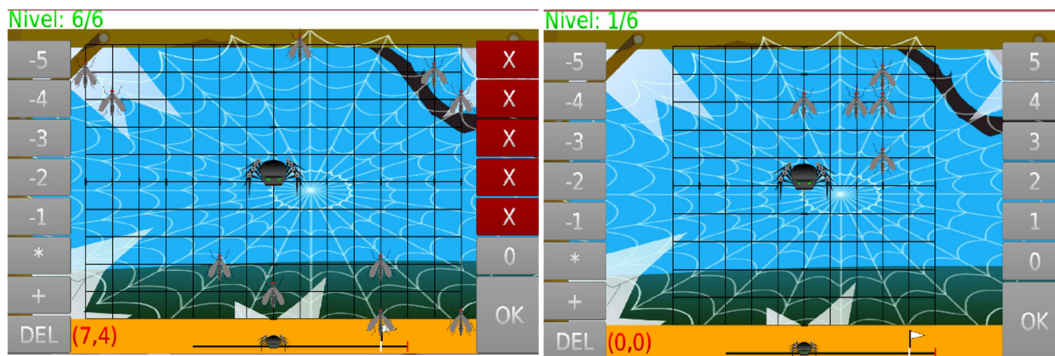
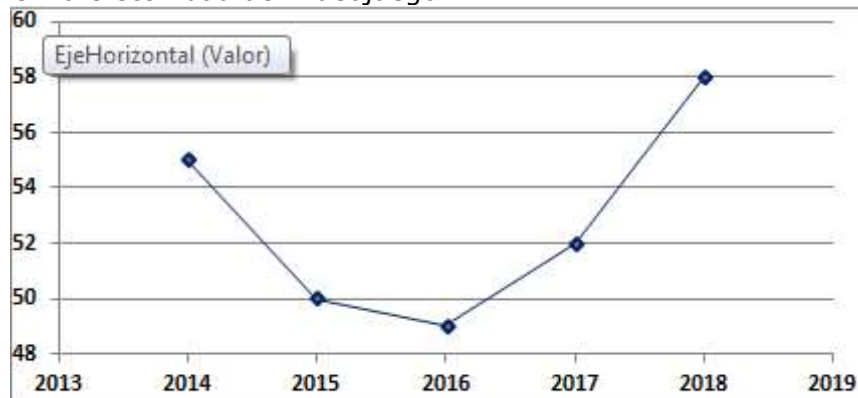


Fig.2 : 1° Nivel . La araña robot debe ser programada para comer los mosquitos en 1° cuadrante

Fig.3: 6° Nivel. Debe ser programada pero solo cuenta con los números negativos , la suma y producto

En cuanto a los resultados finales aún estamos en etapas de entrevista, pruebas estandarizadas y procesamiento de datos, no obstante los resultados obtenidos hasta el momento han sido muy favorables, se logró aumentar el porcentaje de alumnos aprobados en la cohorte 2018 en un 6% respecto al promedio de los tres años anteriores y se está procesando las evaluaciones estandarizadas de los segundos años 2019, comparando con los de segundo año de 2018 para analizar si existe una diferencia significativa ( $p < 0,05$ ) entre las medias de la pruebas estandarizadas entre estas dos poblaciones , las que han jugado el video y los que no lo han utilizado .

Como para la discusión se puede reflexionar que aún no se ha logrado superar el 60% de alumnos que aprueben matemática durante el cursado, en los años anteriores aprobaron 55% ,51% y 49%. Si bien se logró una mejora pero se observa que existen otras variables que intervienen y aún faltaría reducir la tasa ya sea con una mejora en el videojuego, en el la aplicación del videojuego, ya que se lo implementó muy a fin de año o en reconocer otros factores que pueden intervenir en la efectividad del videojuego.



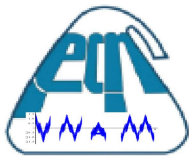
Fuente : Aportados por la Escuela CEP N°6, Garupá Misiones

Gráfico 1 : Resultados porcentuales por año de aprobación de matemática de los alumnos de 1° año C y B DEL Centro educativo polimodal n°6 .

En conclusión hasta el momento los resultados del desarrollo y uso del videojuego **Spider Tec** han sido muy alentadores, si bien aún no hemos llegado a lograr una gran diferencia significativa, la calidad de los aprendizajes y la respuesta de los alumnos tiene una tendencia ascendente (Ver gráfico 1)

Queda una última etapa de aplicación del juego a una nueva cohorte (2019) ,la recolección y análisis de datos para probar nuestras hipótesis las cuales sostienen que el empleo de un videojuego incrementará la tasa de aprobación y la calidad de los aprendizajes en matemática en alumnos del secundario.

**Referencia**



13 - 16 de agosto de 2019

**III Jornadas del Departamento de Matemáticas**

Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales

Universidad Nacional de Misiones

---

- 1] Rosales, M. (2016). Los Videojuegos como recursos didácticos. Unidad 3. Videojuego y Sociedad. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe.
- [2] Vida, T., y Hernández, T. (2008) El juego como estrategia didáctica. Graó, Caracas.
- [3] Brousseau, Guy (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Zorzal.
- [4] Bukingham, D. (2008). Más allá de la tecnología. Aprendizaje infantil en la era de la cultura digital. Manatíal, Buenos Aires.

## MODELIZACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR DENTRO DE UN PASTEURIZADOR DE ALIMENTOS A PEQUEÑA ESCALA

Carlos A. Schvezov<sup>1,2</sup>, Alejandro R. Lespinard<sup>3</sup> y Mario R. Rosenberger<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Cátedra de Modelización y Simulación de Procesos y de Métodos Numéricos.  
FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones, Argentina.

<sup>2</sup>Instituto de Materiales de Misiones (IMaM), UNaM, CONICET, FCEQyN, Félix de Azara 1552, Posadas, Misiones, Argentina.

<sup>3</sup>Centro de Investigaciones y Transferencia de Villa María, CONICET - Instituto de Ciencias Básicas y Aplicadas, Universidad Nacional de Villa María, Villa María, Córdoba, Argentina.

[cschvezov@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:cschvezov@fceqyn.unam.edu.ar), [rrmario@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:rrmario@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Clave: Transferencia de Calor, Tratamiento Térmico, Pasteurización de Leche, Método de Volúmenes Finitos.

La leche es un alimento nutritivo de inestimable valor nutricional, de reducido tiempo de conservación y de cuidadosa manipulación. Es altamente percedero porque es un medio excelente para el crecimiento de microorganismos que pueden provocar su degradación y enfermedades en los consumidores. La pasteurización es uno de los tratamiento térmicos más empleados para prolongar la vida útil de la leche y asegurar la reducción de la carga microbiana del alimento y microorganismos patógenos minimizando los riesgos o peligro que puedan representar para la salud. La producción de leche no entra en el circuito industrial formal es denominada "leche informal", la cual generalmente se comercializa directamente al consumidor como "leche cruda" sin haber sido sometida a ningún tipo de tratamiento. En la provincia de Misiones, los pequeños productores comercializan en las ferias francas, donde venden "leche cruda" y otros productos naturales y artesanales. Sin embargo, la venta al público de la leche cruda, de acuerdo al Art. 556bis del Código Alimentario Argentino (CAA, 2019) debe tener autorización expresa de la autoridad sanitaria competente, de otro modo está prohibida. Por ello, se incentiva la construcción de un equipo para que puedan pasteurizar en forma económica sus productos artesanales, y así mejorar la calidad de los mismos. El equipo debe ser eficaz, de bajo costo, de fácil operación, de mantenimiento simple y versátil, para pequeñas escalas de trabajo, que permita pasteurizar leche cruda y otros productos tales como: jugos, mosto, etc.

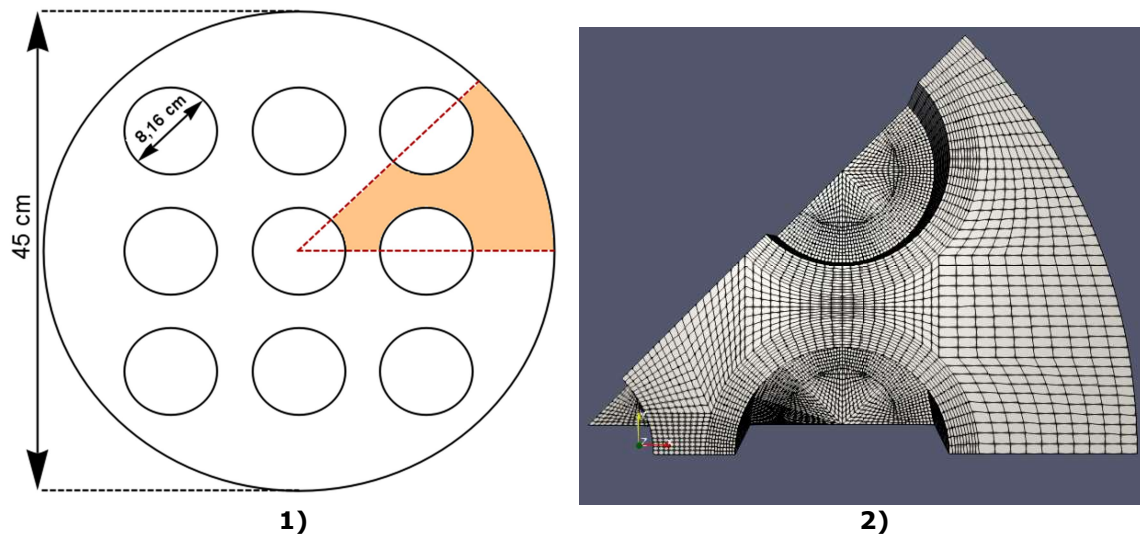
El proceso de pasteurización de leche debe realizarse siguiendo estrictamente la relación tiempo-temperatura recomendada, normalmente las condiciones suelen ser de 72 °C durante 15 o 20 segundos, conocida como pasteurización rápida (HSTS) o a 63 °C por 30 minutos, conocida como pasteurización lenta o prolongada (LTLS). La pasteurización a nivel artesanal a pequeña escala se encontró que un proceso discontinuo en bolsa es una alternativa apropiada a los productores regionales, ya que la misma no requiere de un ambiente estéril en el momento de envase o en manipulación posteriores del envase, evitando la posible contaminación del producto (Fernández et al, 2006). Por otra parte, recientemente la pasteurización por lotes en sachet se encuentra contemplada por la Comisión Nacional de Alimentos (CONAL) (Acta N° 129, 2019), asentando la no secuencialidad de las etapas del proceso de pasteurización enumeradas en el artículo 558 del CAA (2019).

En lo que respecta a procesos térmicos de alimentos, cualquiera sea la técnica o el objetivo de optimización a seguir, será necesario conocer la historia térmica del producto en una o varias posiciones del mismo. Para ello se utilizarán simulaciones numéricas empleando el Método de Volúmenes Finitos (MVF) mediante el software OpenFOAM® (Weller et al. 1998), evaluando la fluido-dinámica y distribución de temperaturas que se desarrollan dentro del pasteurizador, minimizando los procedimientos experimentales de prueba y error (Martens, 2006). El empleo de

esta metodología posibilita la localización de la zona de calentamiento lento en el producto, el cual es un parámetro crítico para la determinación del tiempo de proceso.

En este trabajo se propone como pasteurizador una olla de 71,6 litros con capacidad para 9 sachets de 1 litro (Fig. 1.a) cada uno de polietileno de 0,085 mm de espesor, soportados por una cesta de alambre tejido de trama abierta. Se usa agua como baño térmico para calentar los sachets. El baño a su vez se calienta con una resistencia eléctrica de 2000 W, que se regula para controlar la temperatura del baño. El sachet toma la forma de un cilindro elíptico de baja excentricidad al ser colocado en la canastilla rectangular, aunque para su modelización se realiza una simplificación al considerarlo como un cilindro de 4,08 cm de radio y 21 cm de altura. Por otra parte la olla es de aluminio, cilíndrica de 22,5 cm de radio que contiene agua hasta una altura de 45 cm, aislado térmicamente.

Como primera aproximación al proceso, se propone un modelo en tres dimensiones considerando únicamente la región del flujo externo (baño de agua). Los dominios son discretizados usando una malla estructurada de celdas hexaédricas (Fig. 1.b), considerando como zona crítica la próxima al sachet. Se asume simetría axial, modelando un octavo del cilindro (Fig. 1.a), simplificando el modelo, obteniendo una solución aproximada, sin embargo, permite reducir considerablemente el número de nodos de la malla, disminuyendo así el tiempo de cálculo y la memoria necesaria para el procesamiento.



**Figura 1:** Vista superior del (a) arreglo de sachets dentro de la olla y dominio modelado (región sombreada) y, (b) corte en  $z=18$  cm del dominio discretizado.

Para resolver el problema se plantearon las ecuaciones de conservación de la masa (Ec. 1), conservación del momento (Ec. 2) y conservación de la energía (Ec. 3(3)). Se impuso para el baño térmico un fluido con las propiedades del agua dependientes de la temperatura obtenidas de bibliografía (Yaws, 1999). Se propuso un régimen laminar considerando efectos de flotación. Las ecuaciones se describen a continuación:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (2\mu_{eff} D(\mathbf{u})) - \nabla \cdot \left( \frac{2}{3} \mu_{eff} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} h) + \frac{\partial (\rho K)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} K) - \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha_{eff} \nabla h) + \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{g} \quad (3)$$

Donde  $\mathbf{u}$  es el campo de velocidades,  $\rho$  es el campo de densidades,  $p$  es el campo de presión estática,  $t$  es el tiempo,  $\mathbf{g}$  es la aceleración de la gravedad,  $\mu_{eff}$



es la viscosidad efectiva,  $\mathbf{D}(\mathbf{u})$  es el tensor de deformación,  $\mathbf{K}$  la energía cinética por unidad de masa,  $h$  es la entalpía por unidad de masa, y  $\alpha_{eff}$  es la difusividad térmica efectiva.

Por otra parte, para modelar el intercambio de calor entre el sachet y el fluido calefactor se aproximará mediante la definición de un gradiente de temperatura en la pared del sachet, el que se obtiene a partir de la ecuación de transferencia por conducción y por convección obteniendo la Ecuación 4, donde  $T$  es la temperatura,  $h$  es el coeficiente pelicular estimado,  $k$  es la conductividad del fluido y  $\Delta T$  es la diferencia de temperaturas medias del fluido y del sachet. En este caso como primera aproximación se asume un coeficiente pelicular de  $875 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  (Martínez y Rosenberger, 2013), una temperatura media del agua y sachet de  $77 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  respectivamente, se obtiene un gradiente normal a la superficie del sachet con magnitud igual a  $68942,5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$\nabla T = \frac{h}{k} \Delta T \quad (4)$$

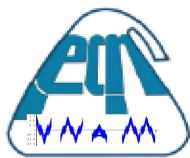
Las condiciones de contorno utilizadas en la simulación computacional para el dominio: contorno superior fluido libre, aislado; inferior y lateral de la olla pared sin deslizamiento aislado; sobre los planos de simetría el flujo de calor es nulo en la dirección normal, las paredes laterales, superior e inferior de los sachet se impuso un gradiente de temperatura igual a  $68942,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ; el contorno de la resistencia se impuso temperatura constante con un rango entre  $72$  y  $82 \text{ }^\circ\text{C}$ ; las condiciones iniciales de temperatura son para el sachet igual a  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  y para el baño térmico se consideraron dos temperaturas,  $72 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $75 \text{ }^\circ\text{C}$ . Para las propiedades fisicoquímicas de los materiales se extrajeron de bibliografía: para el agua.

Para resolver las ecuaciones de conservación se empleó el solver buoyantPimpleFoam el cual es un solver de estado transiente para fluidos laminares y turbulentos considerando efectos de flotación y transferencia de calor de una fase.

Los resultados de las distintas entradas de temperatura de resistencia se comparan el tiempo en alcanzar una temperatura estacionaria y la homogeneidad de las mismas, considerando la máxima diferencia de temperatura e identificando además las zonas estancas y cortocircuitos del proceso.

## REFERENCIAS

- Administración Nacional de Medicamentos, Alimentos y Tecnología Médica, (2019). *Código Alimentario Argentino – Capítulo VIII: Alimentos Lácteos*.
- Comisión Nacional de Alimento – Acta N° 129, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 11 y 12 de junio de 2019.
- Fernández P.; Dumke T.; Saldivar C.; Iurinic M.; Trela V. y Pucciarelli A. Pasteurización de leche para pequeños productores, *Revista Tecnología Láctea Latinoamericana*, 16(68): 34-40, 2011.
- Martens, R.C., Simple finite volumes and finite elements procedures for food quality and safety simulations, *Journal of Food Engineering*, 73(4): 327-338, 2006.
- Martinez Nagy, A.M.; Rosenberger, M. R., Modelado Numérico de Pasteurización Artesanal de Leche y Jugos Naturales, *Mecánica Computacional*, 32: 2485-2501, 2013.
- Weller, H. G., G. Tabor, H. Jasak, and C. Fureby. A Tensorial Approach to Computational Continuum Mechanics Using Object-Oriented Techniques. *Computers in Physics*, 12(6): 620-631, 1998.
- Yaws, Carl L. *Chemical Properties Handbook*, McGraw – Hill, 1999.



## ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE TAMAÑO DE PORO POR MODIFICACION DE BRILLO EN IMÁGENES DE MICROSCOPIO ELECTRÓNICO DE BARRIDO

Hernán Darío Traid<sup>1</sup>, María Laura Vera<sup>1</sup>, Anabela Natalia Dwojak<sup>1</sup>, Marta Irene Litter<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Materiales de Misiones (IMAM), UNaM, CONICET, FCEQyN, Félix de Azara 1552, Posadas, Misiones, Argentina.

<sup>2</sup> Instituto de Investigación e Ingeniería Ambiental, CONICET, Universidad de San Martín, Campus Miguelete, Av. 25 de Mayo y Francia, 1650 San Martín, Prov. de Buenos Aires, Argentina.

[traidherman@gmail.com](mailto:traidherman@gmail.com)

Palabras Claves: Análisis de imágenes, Dióxido de titanio, Recubrimientos porosos

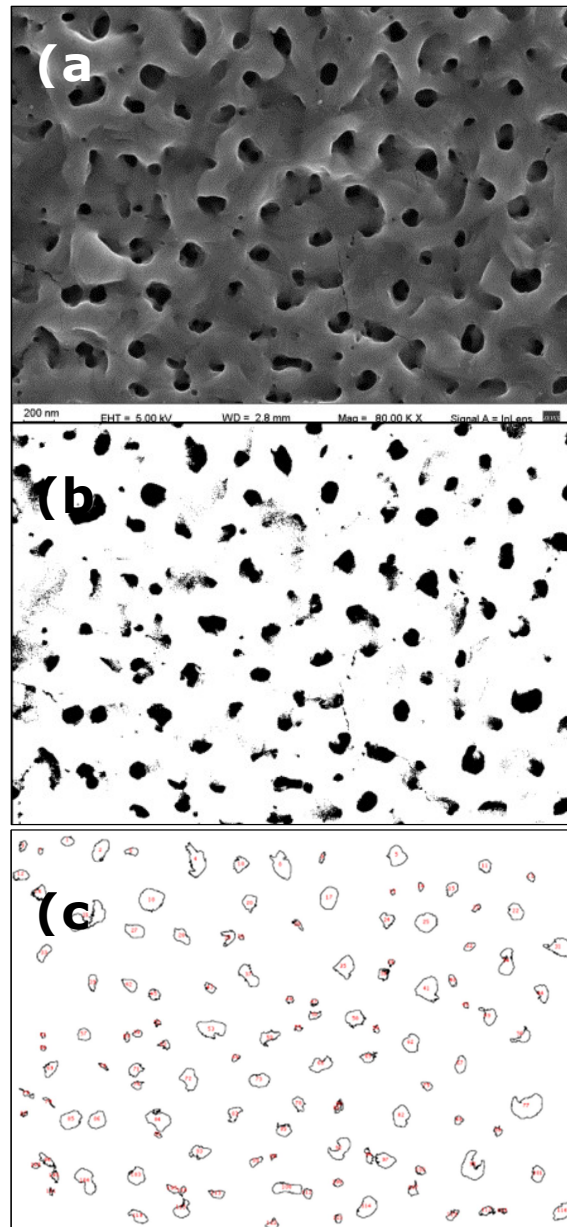
Las aguas contaminadas de origen antrópico pueden, en general, ser procesadas eficientemente mediante la combinación de tratamientos convencionales para reducir su impacto sobre el ambiente [1]. Sin embargo, la actividad humana genera efluentes que contienen metales y/o compuestos orgánicos sintéticos que no pueden ser tratados mediante tecnologías convencionales [2]. La fotocatalisis heterogénea, basada en la irradiación de un semiconductor, se plantea como una alternativa para el tratamiento de estos contaminantes recalcitrantes.

El dióxido de titanio ( $\text{TiO}_2$ ) es el semiconductor más empleado como fotocatalizador debido a sus bajo costo, disponibilidad comercial, elevada estabilidad química y térmica, baja toxicidad y elevada actividad fotocatalítica [3]. Uno de los mayores desafíos es la obtención de recubrimientos de  $\text{TiO}_2$  de elevada área superficial y buena actividad fotocatalítica, combinado con buenas propiedades mecánicas y químicas que permitan su reutilización [5].

Uno de los métodos más sencillos y económicos para obtener recubrimientos de  $\text{TiO}_2$  es la oxidación anódica que consiste en hacer circular corriente continua entre un ánodo (donde se coloca el titanio a oxidar) y un cátodo, inmersos en un electrolito. Cuando este proceso se realiza a elevados voltajes es posible obtener recubrimientos porosos de gran área, lo que resulta de interés visto que la fotocatalisis heterogénea se basa en fenómenos de superficie. Una vez obtenido el recubrimiento, es importante poder correlacionar el área del catalizador con su actividad. Sin embargo, a la fecha no existen técnicas que permitan determinar el área efectiva de un fotocatalizador soportado, de modo que se emplean determinaciones indirectas que permitan asociar la actividad con alguna propiedad del recubrimiento, como el tamaño de poros.

La determinación del tamaño de los poros (en torno a los 150 nm) puede realizarse midiendo en micrografías cada uno de los poros individualmente, lo que resulta una tarea tediosa, de modo que se buscó sistematizar el proceso.

Para ello las micrografías fueron analizadas con el programa ImageJ [5]. El procedimiento se realizó a partir de la micrografía original (Figura 1 (a)), recortando el rótulo de la imagen y procediendo a su binarizado (modificación de los píxeles de la imagen para que adopten color blanco o negro) de modo que quedaran marcados únicamente los poros (Figura 1 (b)) y, finalmente, realizando el análisis de partículas provisto por el programa (Figura 1 (c)), obteniendo los valores del área de cada uno de los poros.



**Figura 1:** Etapas del procesamiento de imágenes realizado en ImageJ. (a) Micrografía original (b) Micrografía sin rótulo y binarizada y (c) Distinción de los poros por análisis de partículas.

El valor del brillo máximo durante el binarizado es definido arbitrariamente por el experto, fijando su valor para que las áreas generadas por binarización representen los poros observables en la imagen original (Fig 1(c) vs. Fig 1(a.)).

Para independizar el proceso de binarizado del ojo experto se buscó sistematizar este proceso. Para seis recubrimientos sintetizados en diferentes condiciones [6], se graficó el tamaño de poro vs. brillo máximo (Figura 2). En todos los casos se observó que las curvas podían ser ajustadas satisfactoriamente ( $R2 \geq 0,99$ ) con una ecuación de tercer grado (Ecuación 1)

$$y = a_0 + a_1*x + a_2*x^2 + a_3*x^3 \quad (1)$$

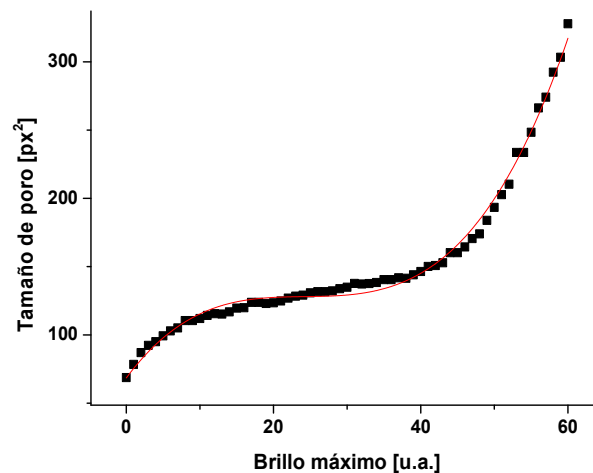


Figura 2: Tamaño de poro vs. brillo máximo durante binarizado.

El brillo máximo definido por el experto se ubicó en torno al punto de inflexión de la curva. Esto sugiere que el valor del tamaño de poro frente a la definición arbitraria del brillo máximo tiene la menor sensibilidad posible, lo resulta favorable frente a criterios que pueden diferir entre expertos. Adicionalmente, se buscó hallar una correlación entre el valor de brillo para el punto de inflexión de la curva con el valor definido por el experto, sin hallar correlación satisfactoria (Figura 3).

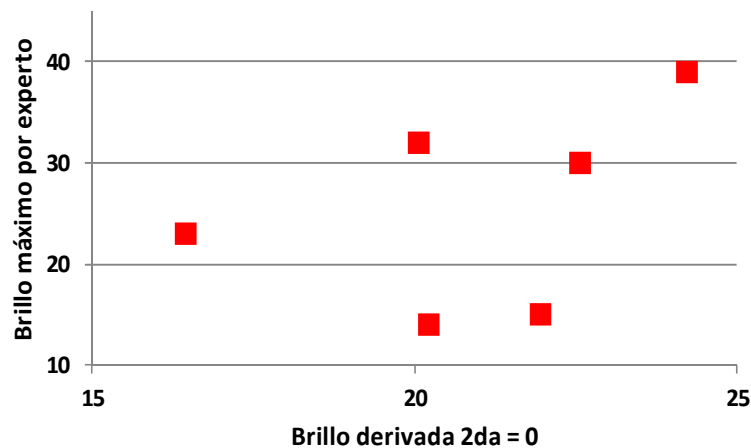


Figura 3: Tamaño de poro experto vs. valor derivada segunda nula.

## Referencias

- [1] Degremont, S.A. (1979). Manual técnico del agua. Grafo S.A., España. ISBN: 84-300-1651-1. Páginas 57-108.
- [2] Litter, M. I., Candal, R. J., Meichtry, J. M. (2014). Advanced oxidation technologies: Sustainable solutions for environmental treatments. CRC Press. ISSN: 2164-0645. Páginas 217- 234.
- [3] Fujishima, A., Zhang, X. (2006). Titanium dioxide photocatalysis: present situation and future approaches. *Comptes Rendus Chimie*, 9(5), 750-760
- [4] Vera, M. L., Traid, H. D., Henrikson, E. R., Ares, A. E., Litter, M. I. (2018). Heterogeneous photocatalytic Cr(VI) reduction with short and long nanotubular TiO<sub>2</sub> coatings prepared by anodic oxidation. *Materials Research Bulletin*, 97, 150-157
- [5] Schneider, C. A., Rasband, W. S., Eliceiri, K. W. (2012). NIH Image to ImageJ: 25 years of image analysis. *Nature methods*, 9(7), 671-675.
- [6] Traid, H D. (2018). Síntesis de recubrimientos porosos y nanotubulares de TiO<sub>2</sub> anódico aplicados a fotocatalisis heterogénea. Tesis Doctoral en Ciencias Aplicadas. Universidad Nacional de Misiones.

## MODELO DE LA EVAPORACIÓN DE UNA GOTA SÉSIL SOBRE UNA SUPERFICIE SÓLIDA

Moreno, Alejandro D.<sup>1,2</sup>; Schuster, Jonathan M.<sup>1,2</sup>; Manzur, Jorge O.<sup>1</sup>; Rosenberger, Mario R.<sup>1,2</sup>; Schvezov, Carlos E.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Programa de Materiales Modelización y Metrología – Instituto de Materiales de Misiones

<sup>2</sup> Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales. UNaM CONICET.

[morenoalejandro@conicet.gov.ar](mailto:morenoalejandro@conicet.gov.ar)

**Palabras Clave:** Ángulo de contacto; Gota sésil; Evaporación; Modelo Numérico.

Una gota sésil es una gota apoyada sobre la superficie de un sólido, es un sistema formado por tres fases, el sólido sobre el que se deposita la gota, el líquido que forma la gota y su vapor. Estos tres medios forman a su vez tres interfaces: la superficie externa de la gota (interfaz líquido-vapor), la superficie del sólido mojada (interfaz sólido-líquido) y la superficie del sólido sin mojar (interfaz sólido-vapor). La intersección de estas tres interfaces da lugar a una línea conocida como línea de tres fases o línea de contacto. Se define como el ángulo de contacto al ángulo que forma la tangente a la interfaz líquido-vapor con la superficie del sólido en el punto de contacto de las tres fases hacia el lado de la fase líquida.<sup>[11]</sup> Idealmente, una gota de líquido sobre una superficie sólida (plana, homogénea, lisa, rígida e isotrópica) debe tener un valor único de ángulo de contacto en equilibrio, cuyo valor está determinado por las tensiones interfaciales entre el líquido y el sólido; el líquido y el vapor; y el sólido y el vapor. La ecuación básica de mojabilidad (ecuación de Young) se expresa como:  $\cos \theta = \frac{\gamma^{SV} - \gamma^{SL}}{\gamma^{LV}}$  (1)

Donde  $\gamma^{SV}, \gamma^{SL}, \gamma^{LV}$  son las tensiones interfaciales sólido-vapor, sólido-líquido y líquido-vapor y  $\theta$  el ángulo de contacto<sup>[11]</sup>. Resulta muy difícil determinar el ángulo de contacto en equilibrio utilizando la ecuación (1), y mucho menos su evolución, ya que  $\gamma^{SV}$  y  $\gamma^{SL}$  no son accesibles experimentalmente. El valor del ángulo de contacto es utilizado en la caracterización superficial de metales ya que define la mojabilidad de dicha superficie por el líquido y en el caso de usar agua permite clasificar al material como hidrófobo o hidrófilo<sup>[9]</sup>; también es usado para el cálculo de la energía libre superficial del sólido utilizando modelos matemáticos<sup>[16]</sup>.

Existen pocos estudios relativos al modelado de la evaporación de una gota sésil sobre superficie sólida y en su gran mayoría son realizados sobre polímeros<sup>[2][3][4][5][6][7][8][10][12][13][15]</sup>. La evaporación de una gota sésil puede dividirse en dos fases: la fase I (*pinned mode*) donde el área de contacto permanece constante y disminuye el ángulo de contacto y la fase II (*unpinned mode*) donde el área de contacto y ángulo de contacto disminuyen con el tiempo<sup>[14]</sup>.

En este trabajo se implementa un modelo matemático que predice la evolución del ángulo de contacto con respecto al tiempo durante la fase I de una gota sésil sobre una superficie de acero inoxidable.

Se asume que la gota sésil se ajusta al modelo de casquete esférico durante la Fase I de la evaporación<sup>[14]</sup>. Se utilizan una combinación de parámetros para definir la forma de la gota: el radio de contacto del área mojada ( $r$ ), la altura de la gota ( $h$ ) y el ángulo de contacto ( $\theta$ ). En este trabajo los parámetros del modelo son el radio de contacto y el ángulo de contacto. Es posible determinar el volumen de la gota y el área del casquete esférico en función de los parámetros seleccionados<sup>[12]</sup>, cuyas ecuaciones se detallan a continuación:  $V = \frac{\pi r^3 (2 + \cos \theta)}{3 (1 + \cos \theta)} \tan \frac{\theta}{2}$  (2)  $A = \frac{2\pi r^2}{\sin \theta} \tan \frac{\theta}{2}$  (3)

Se deduce un modelo numérico que considera el proceso de evaporación como dependiente de la variación del ángulo de contacto respecto al tiempo y considerar el radio de contacto constante. La ecuación diferencial que describe la razón de evaporación y la aplicación de la regla de cadena, asumiendo que el radio de

contacto es constante en todo el proceso de evaporación, se obtiene:  $\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial V}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}$  (4)

Luego de la ecuación del volumen se obtiene:  $\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\pi r^3}{(1 + \cos \theta)^2}$  (5)

Si el radio es constante, la tasa de evaporación de la gota se considera constante y se produce por un proceso de difusión de vapor en el aire. En consecuencia, la tasa de evaporación puede calcularse usando la primera ley de Fick y está dada por:  $\frac{dV}{dt} = -\frac{D}{\rho} \int_S \vec{\nabla} c \cdot d\vec{A} = -\frac{D}{\rho} \int_S \frac{\partial c}{\partial n} dA$  (6)

Donde  $D$  es el coeficiente de difusión del vapor de agua,  $c$  es la concentración,  $\rho$  la densidad del agua y la integral se realiza sobre la superficie  $S$  del casquete esférico. Para evaluar la integral Alsan et al.<sup>[12]</sup>, propone aproximar el gradiente de concentración en la superficie de la gota utilizando un método de diferencias, que es adoptado en este trabajo:  $\frac{\partial c}{\partial n} = -\frac{c_\infty - c_{sat}}{r} \sin \theta = -c_{sat} \frac{\phi - 1}{r} \sin \theta$  (7)

Donde  $\phi$  la humedad relativa del ambiente y  $c_{sat}$  es la concentración de saturación. Al evaluar la integral (6) se obtiene:  $\frac{dV}{dt} = \frac{2\pi D r}{\rho} c_{sat} (\phi - 1) \tan \frac{\theta}{2}$  (8)

Se ha utilizado para los cálculos del modelo de Alsan et al.<sup>[12]</sup>, sin embargo otros autores han reportado que la transferencia de vapor desde la gota al aire permanece invariable en el tiempo<sup>[1][14]</sup>. Es posible introducir una simplificación al planteo considerado que la evaporación se produce a una tasa constante para un ángulo de contacto dado. El caso más práctico es considerar el flujo en una gota perfectamente hemisférica, es decir, con un ángulo de contacto de  $\theta = 90^\circ$ , con lo cual  $\tan \frac{\theta}{2} = 1$ . De las ecuaciones (4), (5) y (8) se obtiene la ecuación diferencial que se utiliza en este trabajo para predecir la variación del ángulo de contacto con respecto al tiempo en el proceso de evaporación:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2Dc_{sat}(\phi-1)}{\rho r^2} (1 + \cos \theta)^2 \quad (9)$$

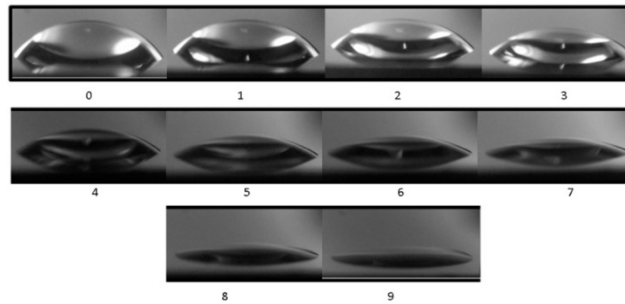
Al especificar un ángulo de contacto inicial  $\theta_0$ , la ecuación (9) predice la evolución del ángulo de contacto de la gota conforme avanza el proceso de evaporación. La evaporación de la gota se asume que se desarrolla en la superficie de la misma en un proceso estacionario. La pérdida de energía latente en el proceso de evaporación se recupera por una transferencia de energía del ambiente con el líquido, permitiendo que la interfaz de la gota evolucione hacia una temperatura estacionaria menor que puede ser estimada a través de las propiedades del ambiente<sup>[1]</sup>. Para este trabajo se considera el caso límite isotérmico en que la gota, la superficie y el ambiente se encuentran en equilibrio térmico.

$T_s = T_i = T_\infty [K]$	$D [m^2/s]$	$\rho [kg/m^3]$	$C_{sat} [kg/m^3]$	$\phi$
298	$0.22 \cdot 10^{-4}$	997.883	$18.88 \cdot 10^{-3}$	0.55

**Tabla 1. Valores utilizados para las propiedades físicas del modelo**

Las ecuación (9) es posible integrarla para obtener una solución exacta dada por la ecuación:  $\frac{(2 + \cos \theta) \sin \theta}{3(1 + \cos \theta)^2} = \frac{2D\Delta c}{\rho r^2} t + K$  (10)

Siendo  $K$  una constante de integración a determinar en función de las condiciones iniciales. Para resolver el modelo se optó por resolver la ecuación (9) debido a la simplicidad que ofrece la misma frente a la no linealidad de la ecuación (10). Se utilizó el método de Runge-Kutta de cuarto orden implementado en Octave 4.0. Para la simulación se utilizan los valores de las propiedades físicas indicadas en la Tabla 1 obtenidas de la literatura. Para la simulación se consideró los resultados reportados en Schuster et al.<sup>[14]</sup>, quienes midieron el ángulo de contacto y la altura en intervalos de un minuto utilizando agua desionizada depositada sobre acero inoxidable 316 para estudiar el proceso de evaporación.



**Figura 2. Evolución de la gota sésil en condiciones experimentales durante la fase I. Obsérvese el radio de contacto constante y la variación del ángulo de contacto. Se muestra el tiempo en minutos. Imágenes tomadas en el grupo para el trabajo de la referencia nº15**

Se presentan los resultados obtenidos en la simulación comparándolos con los datos del desarrollo experimental de una gota representativa cuyo ángulo de contacto inicial es de  $52.59^\circ$  y un radio de contacto fijo de 1.07 mm (Fig. 2). Estos datos fueron ingresados como condiciones iniciales del modelo y se calculó la evolución del ángulo de contacto en un intervalo de 9 minutos que comprende la fase I de la evaporación, los cuales arrojan un ajuste hasta los primeros 5 minutos del proceso, con un máximo error relativo de 2.4%, Fig. 3. Los siguientes 4 minutos la simulación sobrestima el valor del ángulo de contacto con un máximo error relativo de 22%.

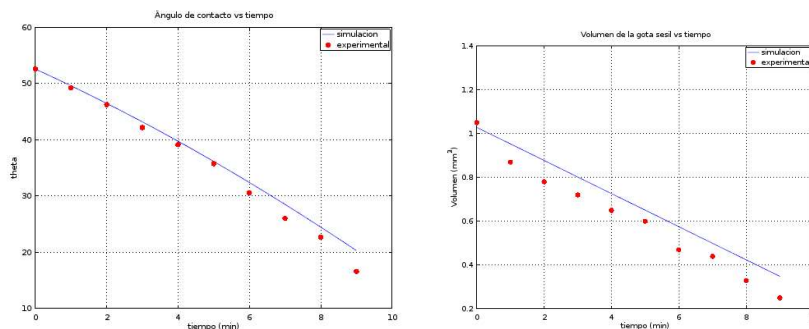
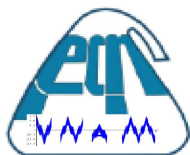


Figura 3. a) Comparación de la evolución ángulo de contacto calculado por el modelo respecto a los valores experimentales. b) Comparación de la evolución del volumen de la gota calculado por el modelo respecto a los valores experimentales.

Se calcularon los valores del volumen utilizando la ecuación (2) a partir de los datos experimentales y los ángulos de contactos predichos<sup>b)</sup> por el modelo. Debido a la suposición de una tasa de evaporación constante, el modelo ajusta el comportamiento lineal del volumen respecto al tiempo pero sobrestima los valores experimentales, ver Figura 3b. Los datos experimentales son correlacionados con una caída en promedio de  $0.074 \pm 0.019 \text{ mm}^3/\text{min}$ , valor que puede ser estimado a través de la tasa de evaporación simplificada de la ecuación (8), arrojando un valor de  $-0.075557 \text{ mm}^3/\text{min}$ , aproximadamente un 2% de error en la estimación.

Se presentó un modelo numérico de evaporación de una gota sésil sobre una superficie sólida inerte para el caso isotérmico.

El modelo provee una buena aproximación a los ángulos de contacto de la gota en la fase I de la evaporación durante los primeros minutos pero sobrestima los valores para al final del proceso. Si bien durante todo el proceso el modelo sobrestima los datos experimentales, esto podría deberse a la estimación de los parámetros ambientales en condición de experimentación ya que el modelo es muy sensible a la variación de dichos parámetros. Se encontró un buen ajuste de la tasa de evaporación calculada con el modelo y la que se obtuvo del ajuste lineal de los resultados experimentales. Se observó que los puntos experimentales, excepto el primer valor, apoyan la propuesta de un modelo de variación constante del volumen en función del tiempo, por lo que el modelo puede considerarse de acuerdo con los resultados experimentales.



## REFERENCIAS

1. Cazabat, A.M., & Guéna, G. (2010). *Soft Matter*, 6(12), 2591-2612.
2. Erbil, H.Y., & Meric, R.A. (1997). *The Journal of Physical Chemistry B*, 101(35), 6867-6873.
3. Erbil, H.Y., McHale, G., Rowan, S.M., & Newton, M.I. (1999). *Journal of adhesion science and technology*, 13(12), 1375-1391.
4. Erbil, H.Y. (1998). *The Journal of Physical Chemistry B*, 102(46), 9234-9238.
5. Erbil, H.Y., McHale, G., & Newton, M.I. (2002). *Langmuir*, 18(7), 2636-2641.
6. Gatapova, E.Y., Semenov, A.A., Zaitsev, D.V., & Kabov, O.A. (2014). *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 441, 776-785.
7. Gelderblom, H., Marin, A.G., Nair, H., van Houselt, A., Lefferts, L., Snoeijer, J.H., & Lohse, D. (2011). *Physical Review E*, 83(2), 026306.
8. Kim, J.H., Ahn, S.I., Kim, J.H., & Zin, W.C. (2007). *Langmuir*, 23(11), 6163-6169.
9. Lattner, D., & Jennissen, H. P. (2009). *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 40(1-2), 108-116.
10. Madrid, M.A., Aguirre Varela, G.G., Castellano, N.E., & Avila, E.E. (2007, June). *ANALES AFA* (Vol. 19, No. 1).
11. Marmur, A. (2006). *Soft Matter*, 2(1), 12-17.
12. Meric, R.A., & Erbil, H.Y. (1998). *Langmuir*, 14(7), 1915-1920.



## MODELADO Y ESTRATEGIAS PARA EL CONTROL DE TEMPERATURA EN UN TANQUE DE MEZCLA

Ana María Martínez <sup>1</sup>, Mario Roberto Rosenberger <sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> Cátedra de Control de Procesos. FCEQyN. UNaM. Posadas, Misiones.

<sup>2</sup> Cátedra de Modelización y Simulación de Procesos. FCEQyN. UNaM, Pda, Mnes.

<sup>3</sup> Instituto de Materiales de Misiones (IMAM), UNaM, CONICET, FCEQyN, Félix de Azara 1552, Posadas, Misiones, Argentina.

[anamartinez.tutora@gmail.com](mailto:anamartinez.tutora@gmail.com), [rrmario@fceqyn.unam.edu.ar](mailto:rrmario@fceqyn.unam.edu.ar)

Palabras Claves: Linealización, Transformada de Laplace, Ajuste y Selección de Controladores.

### Introducción:

Un proceso de mezcla que involucra transferencia de calor bajo ciertas condiciones puede ser inestable, en esos casos una estrategia de control ampliamente utilizada es la realimentación negativa (*Feedback*), de simple implementación para volver estable un proceso. Este sistema consta de un Sensor, aplicado a la variable de salida del proceso, el cual inyecta información que es comparada con un valor de consiga y procesado por el Controlador. La señal del controlador es inyectada a un Actuador el cual modifica alguna variable de entrada apropiada y así lograr un proceso estable. La selección de las variables, Sensores, Controladores y Actuadores no son triviales. La ingeniería del control se encarga de modelar los procesos y seleccionar las variables apropiadas para lograr un buen sistema de control de procesos.

El análisis se apoya fuertemente en el modelado matemático utilizando sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Se presenta la secuencia de análisis para un proceso industrial idealizado el cual puede ser aplicado por alumnos de 5to año de las carreras de Ingeniería Química e Ingeniería en Alimentos de la Fceqyn de la UNaM.

El proceso consiste en un tanque de mezcla con dos entradas donde se calienta una substancia, mediante una resistencia eléctrica que entrega un flujo de calor que se puede considerar constante. Se consideran condiciones de mezclado perfecto.

### Objetivos:

Diseñar un sistema de control con realimentación, de forma tal de mantener la temperatura de salida,  $T_s$ , controlada ante variaciones en el flujo de entrada  $q_{e1}$ .

Encontrar la función de transferencia que describe el estado dinámico del proceso ( $T_s(s)/Q_{e1}(s)$ ) y realizar el diagrama de bloques del proceso.

Analizar el sistema e indicar el lazo de control posible para cumplir el objetivo. Determinar las variables manipulada y controlada. Dibujar el diagrama P&I.

Evaluar la respuesta del sistema ante un cambio en escalón de 1°C en el valor del set point. Encontrar el controlador más adecuado ajustando por la Regla de Ziegler Nichols. Graficar y justificar empleando un programa de cálculo algebraico.

### Metodología:

Se plantean los balances de masa, energía para encontrar la relación entre la temperatura de salida,  $T_s$  y el flujo de entrada  $q_{e1}$ . Luego se efectúa la linealización. Se definen las variables de desviación respecto del estado estacionario y finalmente se realiza la transformación por Laplace. Esto permite obtener la **función de transferencia del proceso**.

El sistema cuenta con un sensor transmisor electrónico de temperatura, de ganancia  $K_h = 1$  y constante de tiempo  $T_h = 0,3 \text{ min}$ . Una válvula de control electrónica de ganancia  $K_v = 0,2$  y constante de tiempo  $T_v = 0,5 \text{ min}$ . Ambas funciones de transferencia son de primer orden.

Esquema del tanque de mezcla (a la derecha) y variables utilizadas:

**Definición y datos de las variables en Estado Estacionario:**
 $q_{e1} = 2 \text{ m}^3/\text{min}$ , Caudal de alimentación en la entrada 1, que varía con el tiempo

 $q_{e2} = 1 \text{ m}^3/\text{min}$ , Caudal de alimentación en la entrada 2

 $q_s$ : Caudal a la salida, que varía con el tiempo

 $T_{e1} = 15^\circ\text{C}$ , Temperatura de la alimentación en la entrada 1

 $T_{e2} = 20^\circ\text{C}$ , Temperatura de la alimentación en la entrada 2

 $T_s$ : Temperatura de la salida, que varía con el tiempo

 $C_A$ : Concentración del reactivo A

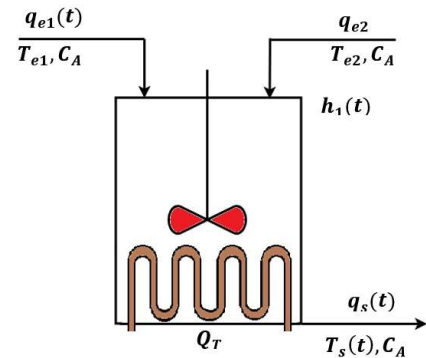
 $h_1 = 1 \text{ m}$ , altura del reactivo A en el tanque de mezcla

 $C_p = C_v = 1 \text{ Kcal}/(\text{kg}^\circ\text{C})$ , calor específico a presión y volumen constante, respectiv.

 $Q_T = 1 \cdot 10^6 \text{ KJ}^\circ\text{C}/\text{min}$  (constante), calor entregado por la resistencia eléctrica

 $V = 30 \text{ m}^3$  (volumen máximo del tanque)

 $A = 10 \text{ m}^2$ , área del tanque

 $\rho = 1.000 \text{ kg}/\text{m}^3$  (constante)

**Balances:**
**Balance de Masa en el tanque de Mezcla:**

$$\dot{m}_{e1} + \dot{m}_{e2} - \dot{m}_s = \frac{dm_1(t)}{dt} \quad \dot{m} = q_i \cdot \rho_i = V \cdot \rho = A \cdot h \cdot \rho$$

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{d(A_1 \cdot \rho \cdot h_1)}{dt} \quad \rho = \text{cte.} \quad y \quad A = \text{cte.} \quad \frac{dm_1}{dt} = A \cdot \rho \cdot \frac{dh_1}{dt}$$

$$q_{e1}(t) \cdot \rho_{e1} + q_{e2} \cdot \rho_{e2} - q_s(t) \cdot \rho_s = \rho_T \cdot A \cdot \frac{dh_1(t)}{dt}$$

$$q_{e1}(t) + q_{e2} - q_s(t) = A \cdot \frac{dh_1(t)}{dt}, \quad \text{ec. (1)}$$

**Balance de Masa en Estado Estacionario (E.E.):**

$$q_{e1EE} + q_{e2EE} - q_{sEE} = 0, \quad \text{ec. (2)}$$

**Balance de Energía aplicando la ecuación de BERNOULLI (balance de cantidad de movimiento):**

$$h_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = h_s + \frac{P_s}{\rho \cdot g} + \frac{v_s^2}{2 \cdot g}, \quad \text{ec. (3)}$$

 $v_1$  = velocidad de descenso del nivel del Reactor

 $v_s$  = velocidad en la cañería de descarga del Reactor

$$P_1 = P_s = P_{atm}; \quad v_1 \ll v_s; \quad h_s = 0 \quad q_s = v_s \cdot A_s$$

$$h_1 = \frac{v_s^2}{2 \cdot g} = \frac{q_s^2}{2 \cdot g \cdot A_s^2}$$

$$q_s(t) = \sqrt{2 \cdot A_s^2 \cdot g \cdot h_1(t)} = k_1 \sqrt{h_1(t)}, \quad \text{ec. (4)}$$

 La apertura de la válvula permanece constante y el flujo de líquido a través de la válvula se expresa con  $q_s$ 
 $k_1$  = Coeficiente de la válvula dependiente de la geometría de la restricción y de la densidad,  $\rho$ , del líquido en el Reactor

**Caudal en Estado Estacionario:**

$$q_{sEE} = k_1 \cdot \sqrt{h_{1EE}}$$

$$k_1 = \frac{q_{sEE}}{\sqrt{h_{1EE}}}, \quad \text{ec. (5)}$$

**Balace de ENERGÍA (balance de calor):**

$$q_{e1}(t) * \rho_{e1} * C_{pe1} * T_{e1} + q_{e2} * \rho_{e2} * C_{pe2} * T_{e2} - q_s(t) * \rho_s * C_{ps} * T_s(t) + Q_T = A * C_V * \rho_T * \frac{d(h(t) * T_s(t))}{dt}$$

$$q_{e1}(t) * C_{pe1} * T_{e1} + q_{e2} * C_{pe2} * T_{e2} - q_s(t) * C_{ps} * T_s(t) + \frac{Q_T}{\rho_T} =$$

$$= A * C_V * T_s(t) * \frac{d(h(t))}{dt} + A * C_V * h(t) * \frac{d(T_s(t))}{dt}, \quad \text{ec. (6)}$$

Se reemplazan las ecuaciones 1 y 4 en la 6:

$$q_{e1}(t) * C_{pe1} * T_{e1} + q_{e2} * C_{pe2} * T_{e2} - k_1 * \sqrt{h_1(t)} * C_{ps} * T_s(t) + \frac{Q_T}{\rho_T} =$$

$$= C_V * T_s(t) * (q_{e1}(t) + q_{e2} - k_1 \sqrt{h_1(t)}) + A * C_V * h(t) * \frac{d(T_s(t))}{dt}, \quad \text{ec. (7)}$$

Se linealizan las ecuaciones 1 y 7, luego se reemplaza la ecuación 1 linealizada en la ecuación 7 linealizada. La temperatura de salida se calcula de la ecuación 7, planteando la ecuación en estado estacionario. La Función de Transferencia es:

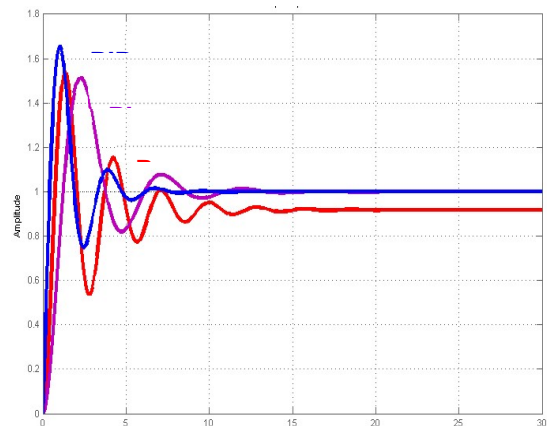
$$\frac{\Delta T_s(s)}{\Delta Q_{e1}(s)} = \frac{-162,66 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{m}^{(1/2)} * s - 24,401 \text{ } ^\circ\text{C}/(\text{min} * \text{m}^{(1/2)})}{20 * s^2 + 9 * s + 0,9}, \quad \text{ec (8)}$$

**Resultados:**

El controlador PID, es el más rápido dada su mayor pendiente inicial, presenta menores oscilaciones y llega antes al estado estacionario que los otros controladores (PI y P). No presenta offset.

El controlador PI, es más lento dada su menor pendiente inicial, presenta menores oscilaciones y llega antes al estado estacionario que el controlador P. No presenta offset.

El controlador P, es más lento que el controlador PID y más rápido que el controlador PI, presenta más oscilaciones y tarda más tiempo en llegar al estado estacionario que los otros controladores (PI y PID). Presenta un offset de  $(1 - 0,0822 = 0,0822)$ .



**Conclusiones:**

El controlador Proporcional-Integral-Derivativo, PID, es el más adecuado para emplear en el control de la temperatura del tanque de mezcla ya que provee los tiempos de respuesta más rápido y menores oscilaciones.