XXXIV Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines

2019

— 2, 3 y 4 de Octubre —

XXXIV JM

— Posadas, Misiones —

LIBRO DE TRABAJOS COMPLETOS

XXXIV
Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines

XXXIV JNM

Posadas, Misiones
2, 3 y 4
Octubre
2019

ACDMFCEyA

Asociación Civil de Docentes de Matemáticas de Facultades de Ciencias Económicas y afines

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de Misiones

Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Misiones
Campus Universitario. Ruta Nac. Nº 12 Km. 7,5. Miguel Lanús (CP N3304)
Misiones. Argentina
Tel: (03752) 480006 fax: (03752) 480988
email: informes@fce.unam.edu.ar

XXXIV Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines 2019 / Sonia Ester Acinas ... [et al.] ; compilado por Nora Mabel Sosa ... [et al.]. -
1a ed. - Posadas : Universidad Nacional de Misiones, 2019.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-766-159-4

1. Matemática. 2. Educación Universitaria. 3. Actas de Congresos. I. Acinas, Sonia Ester II. Sosa, Nora Mabel, comp.
CDD 510.711

ISBN 978-950-766-159-4

AUTORIDADES UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES:

Rector Mgter. Alicia Violeta Bohren
Vicerector Ingeniero, Fernando Luis Kramer

AUTORIDADES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Decana: Cra. Myriam Mabel Beretta
Vicedecano: Dr.Juan Antonio Dip
Secretario Privado del Decanato: Tec. Marcelo Fabián Pereyra
Secretaria Académica: Esp. Silvia Graciela Romero
Secretaria Administrativa: Sra. Silvana Mabel Arévalos
Secretario de Bienestar Estudiantil: Sr. Dardo Emanuel Barrios
Secretario Adjunto de Bienestar Estudiantil: Sr. Pablo Fernando Maldonado
Secretaria de Ciencia y Tecnología: Dra. Graciela Carmen Lombardo
Secretario de Extensión: Cr. José María Espinosa
Secretario Adjunto de Extensión: Cr. Ramón Enrique Prochazka

Autoridades de la Asociación de Docentes de Matemáticas de Facultades de Ciencias Económicas y Afines

Presidente: Mg. Silvia Inés Padró (Universidad Nacional de Entre Ríos)
Vicepresidente: Esp. Diana Raquel Kohan (Universidad Nacional de Entre Ríos)
Secretaria: Dra. Teresita Terán (Universidad Nacional de Rosario)
Tesorero: Cr. Carlos Sebastian Facello (Universidad Nacional de Entre Ríos)

Comisión Organizadora:

Presidente: Mgter Nora Mabel Sosa
Secretaria: Mgter Silvia Cristina Sureda
Tesorero: Cr Errnesto Kraussemann
Lucas Dominguez
Norma Elizabeth Núñez
María Célides Galindo
Fernández von Metzen, Gretel Alejandrina
Desarrollo Tecnológico: Carlos Brys

Comisión Evaluadores:

Nora Mabel Sosa (Universidad Nacional de Misiones)
Silvia Cristina Sureda (Universidad Nacional de Misiones)
Silvia Inés Padró (Universidad Nacional de Entre Ríos)
Diana Raquel Kohan (Universidad Nacional de Entre Ríos)
Teresita Terán (Universidad Nacional de Rosario)
Juan Antonio Renaudo (Universidad Nacional San Luis)
María José Bianco (UBA)
María Teresa Casparri (UBA)
María Angélica Perez del Negro (Universidad Nacional de Tucuman)
Rodriguez Rosa Margarita (Universidad Nacional de Catamarca)

Comisión Evaluadores del Premio Ing. Ricardo Carbajo:

Juan Antonio DIP (Universidad Nacional de Misiones)
Juan Ignacio FLEITA (Universidad Nacional de Misiones)
Isabella SÁNCHEZ VARGAS (Universidad Nacional de Misiones)

DECLARACIONES DE INTERÉS:

Universidad Nacional de Jujuy	RESOLUCION FCE Nº 203-19
Universidad Nacional de Salta	RESOLUCION DEDECO 645/19
Universidad Nacional de Tucumán	RESOLUCION 421 D 19
Universidad Católica de Santa Fe	RESOLUCION Nº 040/19
Universidad Nacional de La Pampa	RESOLUCION Nº 349/19
Universidad Nacional de Rosario	RESOLUCION Nº 127/19D
Universidad Nacional de Entre Ríos	RESOLUCION Nº 274/19
Universidad Nacional de Cuyo	RESOLUCION Nº 0716
Universidad Nacional de San Luis	RESOLUCION D Nº 830 / 19
Universidad Nacional de Misiones	RESOLUCION CD Nº 007 / 19
Universidad Nacional de Buenos Aires	Resolucion Consejo Directivo Nº 2014 / varios

Interes Turistico Ministerio de Turismo de Misiones RESOLUCION Nº 2614

INDICE

MATEMÁTICAS APLICADAS **9**

99 APLICACIONES ECONÓMICAS DE OPTIMIZACIÓN CON UNA RESTRICCIÓN 10

100 MODELOS DINÁMICOS DISCRETOS: RESOLUCIÓN DEL MODELO DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA 18

103 ECUACIONES DIFERENCIALES DE 1º ORDEN: RESOLUCION DEL MODELO DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA DEL EQUILIBRIO 24

107 LA MATEMÁTICA DETRÁS DE LA ESTRUCTURA PIRAMIDAL DE NEGOCIOS: UNA APLICACIÓN DE PROGRESIONES GEOMÉTRICAS 30

125 EXTENSIONES ÁULICAS: LA PROBLEMÁTICA DEL FINANCIAMIENTO. FCE UNAM 37

127 MODELO DE DECISIÓN INDIVIDUAL CON RESTRICCIONES MONETARIAS Y DE TIEMPO: EL ROL DEL TRANSPORTE 43

131 UN ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA DE LAS EXPECTATIVAS ADAPTATIVAS EN MERCADOS DE COMPETENCIA IMPERFECTA 53

151 DETECCIÓN DE ALUMNOS EN SITUACIÓN DE VULNERABILIDAD EDUCATIVA A PARTIR DE INDICADORES DE RENDIMIENTO ACADÉMICO EN INSTITUCIONES UNIVERSITARIAS 61

162 GESTIÓN ÓPTIMA DE UN RECURSO MINERO UTILIZANDO PROGRAMACIÓN DINÁMICA 70

204 UNA APLICACIÓN ECONÓMICA DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN: EL MODELO DE PHILLIPS 79

212 TEST DE PRIMALIDAD 88

215 LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS PRESENTES EN LA GESTIÓN ESTRATÉGICA Y OPERATIVA DE EGRESADOS DE LA CARRERA LIC. EN ADMINISTRACIÓN EN SANTIAGO DEL ESTERO 98

ESTADISTICA **107**

119 MEDICIÓN DEL COCIENTE DE SACRIFICIO POR DESINFLACIÓN PARA ARGENTINA 108

120 UNA ACTIVIDAD DE FORMACIÓN PRÁCTICA SOBRE CORRELACIÓN Y REGRESIÓN LINEAL SIMPLE CON RSTUDIO EN LA ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA 117

126 PROPUESTA PARA INFORMAR RESULTADOS DE UNA ENCUESTA CEDA 127

206 ESTIMACION BAYESIANA DE MODELOS DE VOLATILIDAD ESTOCÁSTICA 134

208 EL ROL DEL DINERO, LA TASA DE INTERÉS Y EL PRODUCTO EN LA GENERACIÓN DE INFLACIÓN, TESTEADO A TRAVÉS DE VECTORES AUTORREGRESIVOS DE SERIES DE TIEMPO 143

213 MODELOS HETEROSCEDÁSTICOS APLICADOS AL MERCADO DE FONDOS COMUNES DE INVERSIÓN 152

EDUCACION MATEMATICA 161

104 ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE SABERES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.......... 162

111 UN RECORRIDO DE MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS A TRAVÉS DEL MODELO DE MERCADO 167

112 UN ANÁLISIS DESCRIPTIVO DEL AUSENTISMO EN UN CURSO DE MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS UTILIZANDO HERRAMIENTAS DE LEARNING ANALYTICS 175

113 UNA IMPLEMENTACIÓN DE LEARNING ANALYTICS EN EL CONTEXTO DE LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA UNIVERSITARIA.......... 184

114 RESULTADOS DE UN PROCESO DE EVALUACIÓN INNOVADOR EN ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS 192

115 ANÁLISIS DE ENCUESTAS DE INICIO Y DE FINAL DE CURSADA DE ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS EN ALUMNOS INGRESANTES.......... 201

128 PROGRAMACIÓN LINEAL CLÁSICA, PERO NO TANTO 210

135 CONSTRUYENDO SIGNIFICADOS: UN ENFOQUE DIFERENTE PARA LA COMPRENSION MATEMATICA DE LA REALIDAD.......... 219

136 SITIO WEB COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN CURSO DE NIVELACIÓN DE MATEMÁTICA PARA INGRESANTES A LA UNIVERSIDAD 226

137 LA EFICACIA DEL CURSO DE INGRESO DE CONTABILIDAD Y MATEMATICA EN LA F.C.E. DE LA U.C.S.F. 232

144 UN CASO DE EDUCACIÓN EN LA CREATIVIDAD: NUEVA NOTACIÓN Y FORMA DE OPERAR EN LÓGICA PROPOSICIONAL.......... 240

150 LA AUTOEVALUACIÓN EN LA VIRTUALIDAD: CARENCIAS DETECTADAS EN LA PRÁCTICA SEGÚN OPINIONES DE LOS ALUMNOS 247

155 LA EVALUACIÓN FORMATIVA MEDIADA POR LAS TIC: UNA EXPERIENCIA EN TARTAGAL-SALTA.......... 256

157 ANALISIS DE EMPRESAS COMO RECURSO DIDACTICO PARA LA ENSEÑANZA DE ESTADISTICA. CASO DE ESTUDIO: LA SERENISIMA. 263

159 UN RECURSO EDUCATIVO MÁS: LAS REDES SOCIALES 271

160 ANALISIS DE IMPACTO DE NUEVOS MATERIALES CURRICULARES EN UNA ASIGNATURA DEL ÁREA MATEMÁTICA.......... 279

161 CARACTERIZACIÓN DE ESTUDIANTES RECURSANTES DE MATEMÁTICA I, EN LA BÚSQUEDA DEL DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE AUTORREGULACIÓN DEL APRENDIZAJE.......... 288

164 UNA ESTRATEGIA DE INNOVACIÓN EN LA BIBLIOGRAFÍA DE ÁLGEBRA: INCORPORACIÓN DE ÍCONOS Y CÓDIGOS QR 297

165 GAMIFICAR, UN DESAFÍO PARA ALCANZAR CALIDAD EDUCATIVA.: UNA EXPERIENCIA CON KAHOOT!.......... 306

166 EL SMARTPHONE ENTRA AL AULA: LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS DE LA LICENCIATURA EN ECONOMÍA DE LA FACULTAD DE CIENCIA ECONÓMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES Y EL USO DE SMARTPHONES EN CLASES. 316

167 CAMBIOS Y CONSECUENCIAS DE LA ESTRUCTURA DE LOS PARCIALITOS EN ANÀLISIS MATEMATICO II.......... 326

168 DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE QUE FACILITAN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA. 332

170 MATERIALES DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA CON MODALIDAD B-LEARNING..341

171 INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA: PROPUESTA DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA 350

179 COMPETENCIAS MATEMÁTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CICLO DE FORMACIÓN PROFESIONAL 359

183 CREACIÓN Y UTILIZACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS INTERACTIVOS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ALGEBRA LINEAL.........................365

185 ESTADÍSTICA: ¿EL CORAZÓN DE BIG DATA?..374

187 BENEFICIOS DE LA UTILIZACIÓN DE AULAS VIRTUALES PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. EXPERIENCIA Y RESULTADOS. 382

192 UNA APROXIMACIÓN ECONÓMICA A LA INTEGRAL DEFINIDA.........................391

194 LOS TEOREMAS EN CÁLCULO. UNA HERRAMIENTA PARA ADQUIRIR DESTREZAS EN LA DEDUCCIÓN QUE SE HACE SIGNIFICATIVA AL INFERIRLOS A PARTIR DE SITUACIONES ECONÓMICAS 399

196 ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES EN EL PRIMER PARCIAL DE INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS DE LA UNC EN 2018 409

199 INCIDENCIA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO. RELACIÓN ENTRE ÁLGEBRA LINEAL Y ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LA FCE/UNRC 417

201 ANALISIS DE COMPETENCIAS MATEMATICAS A DESARROLLAR DESDE LA EJERCITACIÓN PROPUESTA EN LA CARTILLA DE TRABAJOS PRACTICOS DE ALGEBRA Y GEOMETRIA ANALITICA 2019...425

216 TEORÍA Y PRÁCTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA: UNA MIRADA DESDE LOS DESENCUENTROS ENTRE TEÓRICOS Y PRACTICANTES 434

POSTERS 441

172 POLINOMIOS DE TAYLOR Y MACLAURIN: UNA EXPERIENCIA B LEARNING ..442

PREMIO CARBAJO 452

181 MODELIZANDO HETEROCEDASTICIDAD EN MERCADOS DE CAPITALES EMERGENTES: EL CASO ARGENTINO. 453

CURSOS y TALLERES 462

130 KAHOOT: APRENDER JUGANDO...463

154 ACERTIJOS DE LÓGICA Y DEDUCCIÓN: UNA INTRODUCCIÓN AL MÉTODO CIENTÍFICO 466

200 CURSO: MÉTODOS ESTADÍSTICOS MULTIVARIADOS..468

203 PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN CON MATHEMATICA® 470

MATEMÁTICAS APLICADAS

99 APLICACIONES ECONÓMICAS DE OPTIMIZACIÓN CON UNA RESTRICCIÓN

Acinas, Sonia Ester – Veralli, Fabiana Edit
Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas, Universidad Nacional de La Pampa
sonia.acinas@gmail.com –fabianae90@yahoo.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Función de Utilidad, Optimización, Curvas de Nivel, Multiplicadores de Lagrange

Resumen

Los problemas económicos donde se aplican las herramientas matemáticas son imprescindibles para que el estudiante le encuentre "sentido" al estudio del análisis matemático en la carrera de Contador Público y Licenciado en Administración.
En este trabajo se hará una breve reseña sobre curvas de nivel y optimización de funciones de dos variables con una restricción.
Luego, se introducirá el concepto de función de utilidad del consumidor, la cual depende del nivel de consumo de cada bien, según sus gustos, preferencias, etc. Los distintos niveles de utilidad generan las curvas de nivel de la función de utilidad y estas curvas se alejan del origen de coordenadas a medida que aumenta el nivel de utilidad. Si el presupuesto del consumidor fuera infinito, elegiría siempre la curva de nivel que se encuentre más alejada del origen, porque le representaría una mayor utilidad. Pero como el ingreso es limitado, el consumidor se encuentra con una restricción presupuestaria y es necesario aplicar alguna herramienta matemática para determinar la combinación óptima de bienes de acuerdo a su nivel de ingreso.
Por último, se simulará otra situación en la cual se calculará el mínimo costo total de una empresa, teniendo una restricción en la capacidad de almacenaje de las unidades producidas.
El método de los multiplicadores de Lagrange será la herramienta que emplearemos para abordar estos problemas.

1 Breve introducción a la optimización de funciones de dos variables reales

En la mayoría de las aplicaciones es necesario afrontar situaciones en las cuales una cantidad depende no sólo de una variable sino de varias variables. En estos casos es necesario manipular funciones de varias variables independientes.

En particular, consideraremos funciones de dos variables independientes y en general las denotaremos x e y. La variable dependiente se denotará con z y usaremos las notación z=f(x, y) para indicar que z es función de x e y.

Sea D un conjunto de pares de números reales (x,y) y sea f una regla que asigna un único número real a cada par $(x,y) \in D$.

Diremos que f es una función de dos variables x e y y que el conjunto D es el dominio.

El valor de f en el par (x,y) se denota por f(x,y) y el conjunto de todos esos valores se denomina recorrido de f.

1.1 Superficies y curvas de nivel

Para bosquejar la gráfica de z=f(x,y) son necesarias coordenadas en 3 dimensiones: una para cada variable x, y y z. Es así que surgen los ejes x, y y z los cuales se construyen determinando ángulos rectos entre sí.

A su vez, cada par de ejes determina un plano. En el plano xy, se tiene z=0 y las coordenadas x e y se manejan de la manera usual para localizar puntos en el plano. En forma análoga, los puntos del plano xz satisfacen la condición y=0 y todos los puntos del plano yz satisfacen la condición x=0.

Sea z=f(x,y) una función de dos variables. Su dominio D es el conjunto de puntos del plano xy en que la función está definida.

Para cualquier punto (x,y) en D se obtiene el valor z=f(x,y) y graficamos el punto (x,y,z) en 3 dimensiones. Haciendo esto para cada punto (x,y) $\in$ D, obtenemos un conjunto de puntos (x,y,z) que forman una superficie en 3 dimensiones.

Existe un punto (x,y,z) sobre esta superficie situado por encima de cada punto del dominio D (o debajo si z=f(x,y) toma valores negativos). Esta superficie es la gráfica de la función z=f(x,y).

Bosquejar una superficie en 3 dimensiones que sea la gráfica de una función z=f(x,y), no es tan simple como hacer la gráfica de una función de una sola variable. Por ello, con frecuencia suele ser útil examinar las secciones de la gráfica. Tales secciones son cortes realizados sobre la gráfica por medio de planos.

Las secciones resultantes de planos horizontales (paralelos al plano xy) constan de los puntos de la gráfica situados a una altura constante por encima (o por debajo) del plano xy. Tales secciones horizontales puede graficarse como una curva en el plano xy y se denominan curvas de nivel.

Dado que un plano horizontal en 3 dimensiones satisface una ecuación del tipo z=c en donde c es una constante que da la altura del plano por encima del plano xy (o debajo si c<0), las curvas de nivel se obtienen a partir de f(x,y)=c.

1.2 Optimización

Uno de los temas más importantes en el cálculo de funciones de una sola variable es la determinación de extremos. Igual de importante es el correspondiente tópico para funciones de varias variables.

La función z=f(x,y) tiene un máximo relativo (o local) en el punto (x_0, y_0) si f(x,y)<$f(x_0, y_0)$ para todos los puntos (x,y) cercanos a (x_0, y_0) con excepción del mismo (x_0, y_0). El valor $f(x_0, y_0)$ se denomina valor máximo local de f.

La función f(x,y) tiene un mínimo relativo (o local) en el punto (x_0, y_0) si f(x,y)> $f(x_0, y_0)$para todos los puntos (x,y) cercanos a (x_0, y_0) con excepción del mismo (x_0, y_0).

El valor $f(x_0, y_0)$ se denomina valor mínimo local de f.

Tanto máximos como mínimos relativos (o locales) son extremos de la función f.

Consideraremos funciones cuyas gráficas sean superficies suaves en 3 dimensiones y entenderemos que z=f(x,y) es suave si existen y son finitas todas las derivadas parciales de primer y segundo orden en el dominio de la función.

Como en el caso de funciones de una variable, se tiene una condición necesaria para la existencia de extremos.

Teorema:

Sean $f: D \subset R^2 \rightarrow R$ suave y (x_0, y_0) un punto interior de D.

Si f(x,y) tiene un extremo relativo en (x_0, y_0), entonces $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$.

A su vez, un punto crítico de una función suave f(x,y) es un punto (x_0, y_0) para el cual se verifica $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$.

Para funciones no suaves, los puntos donde no existe alguna de las derivadas primeras también se denominan puntos críticos.

La definición de punto crítico se generaliza automáticamente a funciones de más de 2 variables.

Para determinar la naturaleza de los puntos críticos de una función de 2 variables reales, se cuenta con criterios que emplean las derivadas segundas de z=f(x,y).

A partir de las derivadas segundas de la función z=f(x,y) se define la matriz Hessiana por medio de

$$Hf(x,y) = \begin{bmatrix} f_{xx}(x,y) & f_{xy}(x,y) \\ f_{yx}(x,y) & f_{yy}(x,y) \end{bmatrix} \quad (1)$$

El correspondiente criterio de la derivada segunda para optimizar funciones de dos variables independientes es el siguiente.

Teorema:

Sean $f: D \subset R^2 \to R$ suave y un punto interior de D.

Sea (x_0, y_0) un punto crítico de f(x,y).

Sea $Hf(x_0, y_0)$ la matriz Hessiana de f evaluada en el punto crítico (x_0, y_0) .

Si $det(Hf(x_0, y_0)\ ) > 0$ y $f_{xx}(x_0, y_0)$ <0, entonces f tiene un valor máximo relativo en (x_0, y_0).

Si $det(Hf(x_0, y_0)\ ) > 0$ y $f_{xx}(x_0, y_0)$ >0, entonces f tiene un valor mínimo relativo en (x_0, y_0) .

Si $det(Hf(x_0, y_0)\ )$, entonces f tiene un punto de silla en (x_0, y_0).

Si $det(Hf(x_0, y_0)\ ) = 0$, el criterio no decide.

Para el caso en el que se plantea una restricción, es necesario emplear no sólo la función a optimizar sino también la función que modela tal restricción. Es así que se construye una función auxiliar llamada Lagrangiano y a partir del análisis de esta función auxiliar es posible conseguir el óptimo de la función original sujeta a la restricción dada.

A continuación, desarrollamos el tema.

Supongamos que $f: D \subset R^2 \to R$ y $g: D \subset R^2 \to R$ son funciones suaves.

Sea (x_0, y_0) un punto interior de D y supongamos que $g_x(x_0, y_0)$ y $g_y(x_0, y_0)$ no se anulan simultáneamente.

Sea c un número real y consideramos la función auxiliar Lagrangiana dada por

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda[c - g(x, y)], \quad (2)$$

siendo λ una nueva variable que se denomina multiplicador de Lagrange.

El método de multiplicadores de Lagrange establece que si (x_0, y_0, λ_0) es punto crítico de $\mathcal{L}(x, y, \lambda)$ entonces (x_0, y_0) es punto crítico de f(x,y) sujeta a la restricción g(x,y)=c y viceversa.

Luego, un punto crítico (x_0, y_0, λ_0) de $\mathcal{L}(x, y, \lambda)$ es aquel punto para el cual se verifican las siguientes condiciones de primer orden

$$\begin{cases} \mathcal{L}_x(x_0, y_0, \lambda_0) = 0 \\ \mathcal{L}_y(x_0, y_0, \lambda_0) = 0 \\ \mathcal{L}_\lambda(x_0, y_0, \lambda_0) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

A continuación, construimos la matriz Hessiana ampliada u orlada dada por

$$H\mathcal{L}(x,y,\lambda)=\begin{bmatrix}\mathcal{L}_{xx}(x,y) & \mathcal{L}_{xy}(x,y) & \mathcal{L}_{x\lambda}(x,y)\\ \mathcal{L}_{yx}(x,y) & \mathcal{L}_{yy}(x,y) & \mathcal{L}_{y\lambda}(x,y)\\ \mathcal{L}_{\lambda x}(x,y) & \mathcal{L}_{\lambda y}(x,y) & \mathcal{L}_{\lambda\lambda}(x,y)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathcal{L}_{xx}(x,y) & \mathcal{L}_{xy}(x,y) & \mathcal{L}_{x\lambda}(x,y)\\ \mathcal{L}_{yx}(x,y) & \mathcal{L}_{yy}(x,y) & \mathcal{L}_{y\lambda}(x,y)\\ \mathcal{L}_{\lambda x}(x,y) & \mathcal{L}_{\lambda y}(x,y) & 0\end{bmatrix} \quad (4)$$

Y a partir de la matriz Hessiana ampliada se tiene el siguiente criterio de derivadas segundas para la optimización de la función z=f(x,y) sujeta a la restricción g(x,y)=c.

Si $det\big(H\mathcal{L}(x_0,y_0,\lambda_0)\big)>0$ entonces la función f tiene un valor máximo relativo en (x_0,y_0) de sujeta a la restricción g(x,y)=c.

Si $det\big(H\mathcal{L}(x_0,y_0,\lambda_0)\big)<0$ entonces la función f tiene un valor mínimo relativo en (x_0,y_0) sujeta a la restricción g(x,y)=c.

Si $det\big(H\mathcal{L}_x(x_0,y_0,\lambda_0)\big)=0$, el criterio no decide.

2 La función de utilidad

Los consumidores tienen preferencias que definen las adquisiciones de bienes en el mercado, tales como el precio, la calidad, las tendencias de la moda, entre otros factores, los cuales en muchas ocasiones no son sólo objetivos sino subjetivos. Por este motivo el consumidor establece una “utilidad” de acuerdo a sus necesidades y posibilidades, a la cual sólo puede asignar un valor el propio consumidor y que no tiene que ser comparable con la de otro consumidor. Por ejemplo, en una confitería el consumidor A que está sentado en una mesa solicita un submarino, lo consume y en ese momento subjetivamente le asigna un determinado valor. Como hace frío, decide pedir un segundo submarino, pero su estado no es el mismo que antes de consumir el 1º submarino, por ende la utilidad que le proporciona este nuevo consumo no será la misma que cuando consumió la bebida por primera vez.

La utilidad “es el beneficio o la satisfacción que se deriva del consumo de un bien”

Las preferencias de un consumidor se relacionan estrechamente con la edad, sexo, moda, situación económica, entre otros factores.

Para poder trabajar con las herramientas matemáticas es necesario abstraerse de los factores que influyen en las decisiones del consumidor, por ende en la curva sólo se muestran los dos bienes que el consumidor está dispuesto a adquirir para obtener cierto nivel de utilidad.

Las curvas de indiferencia en economía representan las distintas combinaciones de dos bienes que tienen el mismo nivel de utilidad para el consumidor.

Un determinado nivel de utilidad puede alcanzarse con distintas combinaciones de los bienes, como puede apreciarse en la Figura 1.

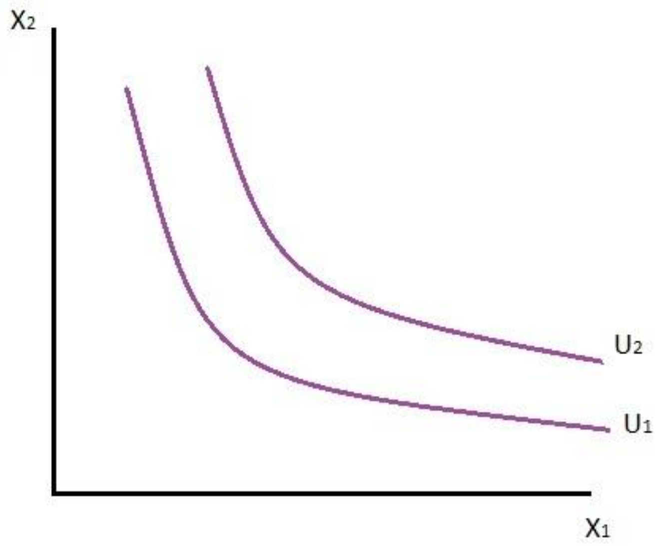


Figura 1. Curvas de indiferencia

Desde un punto de vista estrictamente matemático, las curvas de indiferencia son las curvas de nivel de la función de utilidad.

No realizaremos un estudio detallado de las características de las curvas de indiferencia, ya que no hacen al objetivo del presente trabajo, sólo se mencionan para desarrollar el tema elegido.

Ahora bien, cada consumidor no tiene ingresos infinitos. Esto significa que en algún momento encontrará una “restricción” en su elección dada por sus ingresos.

Para considerar esta restricción, tomaremos los precios de los bienes que conforman la curva de utilidad y la recta presupuestaria estará definida por Ingreso (I) = Precio del bien 1 (P_1) x Cantidad del bien 1(X_1) + Precio del bien 2 (P_2) x Cantidad del bien 2(X_2).

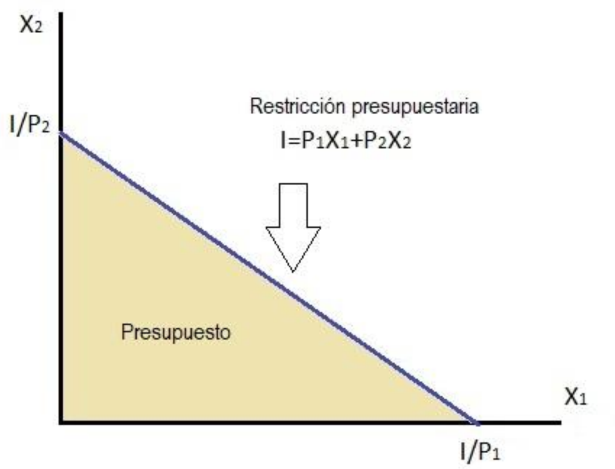


Figura 2. Restricción presupuestaria

3 Ejemplos de aplicaciones económicas

a) Trabajaremos con la función de utilidad del consumidor dada por $U = \sqrt{x_1 x_2}$.

x_1 y x_2 son las cantidades de los bienes que el consumidor puede adquirir en el mercado. Cada bien tiene asociado su precio P_1 =12 u.m y P_2 =10 u.m.

En este caso, buscamos maximizar la utilidad del consumidor teniendo en cuenta la restricción dada por su ingreso (I) de 154 u.m.

Es así que la función a optimizar es $U = \sqrt{x_1 x_2}$ sujeta a la restricción presupuestaria dada por

$I = 12x_1 + 10x_2 = 154.$

Por lo tanto, resulta que la función de Lagrange a asociada al problema es

$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = \sqrt{x_1 x_2} + \lambda[154 - (12x_1 + 10x_2)].$

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{x_1}(x_1, x_2, \lambda) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} - 12\lambda = 0 \\ \mathcal{L}_{x_2}(x_1, x_2, \lambda) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} - 10\lambda = 0 \\ \mathcal{L}_{\lambda}(x_1, x_2, \lambda) = 154 - 12x_1 - 10x_2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Resolvemos el sistema y obtenemos $(x_1, x_2, \lambda) = \left(\frac{77}{12}, \frac{77}{10}, \frac{\sqrt{30}}{120}\right)$ que es un punto crítico de $\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda)$ y por lo tanto $(x_1, x_2) = \left(\frac{77}{12}, \frac{77}{10}\right)$ es punto crítico de la función de utilidad dada por $U = \sqrt{x_1 x_2}$ sujeta a la restricción $12x_1 + 10x_2 = 154.$

Ahora computamos la matriz Hessiana Orlada en el punto crítico de $\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda)$ y obtenemos

$$H\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = \begin{bmatrix} -0.043 & 0.036 & -12 \\ 0.036 & -0.0296 & -10 \\ -0..296 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

Como $det\big(H\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda)\big) = 12(0.7152) + 10.(0.862) = 17.2024 > 0$, entonces en $(x_1, x_2) = \left(\frac{77}{12}, \frac{77}{10}\right)$ hay un máximo para la función $U = \sqrt{x_1 x_2}$ sujeta a la restricción $12x_1 + 10x_2 = 154.$

Ese valor máximo es $U = \sqrt{\frac{77}{12} \cdot \frac{77}{10}} \approx 7.029$

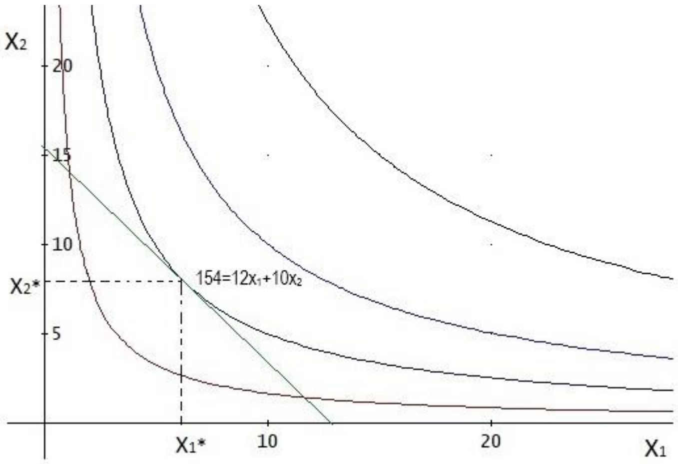


Figura 3. Optimización de la utilidad del consumidor de acuerdo a su Ingreso

En la Figura 3. se observa que el punto de tangencia entre la recta presupuestaria que representa la restricción y una de las curvas de indiferencia es el extremo buscado. Además, la constante que determina la curva de nivel con la que se produce la intersección con la curva de restricción resulta ser el valor extremo de la función que se está optimizando. Podemos concluir que teniendo en cuenta la limitante de su nivel de ingreso de 154 u.m., los precios de 12 u.m para el bien x_1 y de 10 u.m. para el bien x_2, el consumidor logrará el máximo nivel de utilidad si adquiere $\frac{77}{12}$ unidades de x_1 y $\frac{77}{10}$ de x_2. Además, por cada u.m. que aumente el ingreso del consumidor, el nivel de utilidad se incrementará en $\frac{\sqrt{30}}{120}$.

b) Una empresa tiene una capacidad máxima de almacenaje de 1200 unidades ($Q=x_1+x_2$). La empresa cuenta con dos plantas ubicadas en dos localidades distintas donde lleva adelante la producción. La función de costo total está dada por $CT=1,5x_1^2+x_1x_2+x_2^2$. Calcular qué cantidad deberá fabricar en cada planta para obtener el mínimo costo posible teniendo en cuenta que su limitante es de 1200 unidades.

Sean x_1 y x_2 las cantidades de los bienes que puede producir en las plantas 1 y 2 respectivamente. La función a optimizar es $CT = 1{,}5x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$ sujeta a la restricción de almacenamiento dada por $Q = x_1 + x_2 = 1200$.
Por lo tanto resulta que la función de Lagrange asociada al problema es:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = L = 1{,}5x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + \lambda(1200 - x_1 - x_2)$$

A continuación, planteamos las condiciones de primer orden para la función de Lagrange:

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{x_1}(x_1, x_2, \lambda) = 3x_1 + x_2 - \lambda = 0 \\ \mathcal{L}_{x_2}(x_1, x_2, \lambda) = x_1 + 2x_2 - \lambda = 0 \\ \mathcal{L}_{\lambda}(x_1, x_2, \lambda) = 1200 - x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema y obtenemos el punto crítico del Lagrangiano $(x_1, x_2, \lambda) = (400{,}800{,}2000)$.
Computando el determinante de la matriz Hessiana orlada, podemos concluir que para minimizar el costo de producción con una limitante de 1.200 unidades para el almacenamiento, se deberán fabricar 400 unidades en la planta 1 y 800 unidades en la planta 2. Además, debe destacarse que por cada unidad adicional que se incremente el almacenaje, el costo total aumentará en 2.000 u.m.

4 Conclusiones

En este trabajo hemos desarrollado una breve introducción a las curvas de nivel y a la optimización de funciones de dos variables reales con una restricción. Hemos planteado un problema de naturaleza económica y lo hemos resuelto paso a paso aplicando los conceptos y técnicas matemáticos explicitados anteriormente. A continuación, se ha presentado otra situación problemática para que el alumno reconozca la utilidad de algunas herramientas que nos provee el análisis matemático en la resolución de problemas que involucren a otras funciones económicas.

Este trabajo podrá servir de base para avanzar en el estudio de situaciones más complejas en donde se consideren varias restricciones.

Referencias

Álvarez, H. (2010). *Notas de Cálculo*. San Luis: Nueva Editorial Universitaria-UNSL.

Arya, J., Lardner,R., Ibarra Mercado, V.H.(2009). *Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía*. Quinta Edición. México: Pearson.

Graue, A. (2014). *Introducción a la Economía*. Primera edición. México: Pearson

Haeussler, P. (2015). *Matemática para administración y economía*. Décimo tercera edición. México: Pearson

Leithold, L. (1992). *El Cálculo con geometría analítica*. Sexta Edición. México: Harla.

Piskunov, N. (1994). *Cálculo Diferencial e Integral*. México: Limusa - Grupo Noriega Editores.

100 MODELOS DINÁMICOS DISCRETOS: RESOLUCIÓN DEL MODELO DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA

Nastri, Miguel Ángel – García Venturini, Alejandro
Facultad de Ciencias Económicas – UBA
miguelangelnastri@yahoo.com.ar – aegv@hotmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Claves: Dinámica económica. Variable discreta

Resumen

En los problemas económicos, en los cuales, su comportamiento es función del tiempo, se da lugar a la formación de ecuaciones funcionales en las que sus variables y resultados están determinados moviéndose temporalmente dando lugar a sistemas dinámicos que se analizan y resuelven en la disciplina de la Dinámica Económica.-
En cada fenómeno económico de esta Dinámica Económica, en la cual la variable independiente es el tiempo, ésta puede tener una variación continua constituyendo un problema de dinámica continua y las ecuaciones funcionales que se plantean son ecuaciones diferenciales ordinarias.- Si la variable tiene una variación discreta, las ecuaciones funcionales que se plantean son ecuaciones en diferencias, constituyendo un problema de dinámica discreta.-
La solución de una ecuación en diferencias, respecto de un conjunto A, determina una función, cuyos valores reducen la ecuación en diferencias a una identidad en el conjunto A, lo que implica que los valores de la solución satisfacen la ecuación en diferencias para cada valor de A.-
Finalmente se deberá analizar la estabilidad de la solución.-
Como aplicación de un modelo dinámico discreto, se desarrolla el Modelo de Producción Agrícola, que da lugar al planteo y resolución de una ecuación en diferencias lineal de primer orden, con coeficientes constantes.-

1. Introducción

Planteamos en este trabajo una aplicación de las ecuaciones en diferencias orientado al modelo de producción agrícola. Previamente recordamos algunos conceptos básicos del tema.

1.1 Ecuaciones en diferencias

Las ecuaciones en diferencias pueden ser fundamentalmente de dos tipos: 1) las ordinarias: si interviene solo una variable independiente, 2) en diferencias parciales si intervienen dos o más variables.
Para el caso 1), el orden lo determina la diferencia de orden mayor y el grado es el mayor exponente que afecta a las diferencias.
Ejemplo:

$$3\Delta^4 y_t + 5\left(\Delta y_t\right)^2 + y_t = 0 \quad (1)$$

Es una ecuación en diferencias de grado 2 y orden 4.
Una ecuación en diferencias lineal, puede expresarse en forma normal como

$$y_{t+n} = \frac{g(t)}{f_0(t)} - \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(t)}{f_0(t)} . y_{t+n-i} \quad (2)$$

La ecuación en diferencias lineal de primer orden es

$$f_0(t).y_{t+1} + f_1(t).y_t = g(t) \quad (3)$$

Se expresa en forma normal:

$$y_{t+1} = -\frac{f_1(t)}{f_0(t)}.y_t + \frac{g(t)}{f_0(t)} \quad (4)$$

Si $f_1(t)$, $f_0(t)$ y $g(t)$ son constantes numéricas

$$A = -\frac{f_1(t)}{f_0(t)}, \ (5)$$

$$B = \frac{g(t)}{f_0(t)}, \ (6)$$

entonces

$$y_{t+1} = A.y_t + B \quad (7)$$

Para t = 1,

$$y_1 = A.y_0 + B \quad (8)$$

Para t = 2,

$$y_2 = A.y_1 + B = A.(A.y_0 + B) + B = A.y_0^2 + B.(1+A) \quad (9)$$

Y así sucesivamente

Para t = n,

$$\begin{cases} y_t = A^t.y_0 + B.\dfrac{1-A^t}{1-A} & si\ A \neq 1 \\ y_t = y_0 + B \quad si\ A = 1 \end{cases} \quad (10)$$

Para $A \neq 1$:

$$y_t = A^t.\left(y_0 - \frac{B}{1-A}\right) + \frac{B}{1-A} \quad (11)$$

Si hacemos:

$$y^* = \frac{B}{1-A}, \quad (12) \text{ resulta}$$

$$y_t = A^t.(y_0 - y^*) + y^* \quad (13)$$

El comportamiento de la sucesión $\{y_t\}$, de la ecuación en diferencias lineal de 1º orden:

$$y_{t+1} = A.y_t + B \quad (14),$$

para t = 0,1,2,...., resulta del análisis de la sucesión[1]:

---

[1] Ver Nastri, Miguel Angel y Fajfar, Pablo Francisco (2006). *Modelos dinámicos discretos*. Buenos Aires. Ediciones Cooperativas.

1) Si $A \neq 1$; $y_0 = y^*$; $y_t = y^*$ $\{y_t\}$ es constante e igual a y_0^*.

2) Si $A > 1$; $y_0 > y^*$; $y_t > y^*$ $\{y_t\}$ es monótona creciente, divergente y tiende a $+\infty$.

3) Si $A > 1$; $y_0 < y^*$; $y_t < y^*$ $\{y_t\}$ es monótona decreciente, divergente y tiende a $-\infty$.

4) Si $0 < A < 1$; $y_0 > y^*$; $y_t > y^*$ $\{y_t\}$ es monótona decreciente, converge hacia y^*.

5) Si $0 < A < 1$; $y_0 < y^*$; $y_t < y^*$ $\{y_t\}$ es monótona creciente, converge hacia y^*.

6) Si $-1 < A < 0$; $y_0 \neq y^*$ $\{y_t\}$ es oscilante amortiguada alrededor de y^*.

7) Si $A = -1$; $y_0 \neq y^*$ $\{y_t\}$ es divergente, oscilante, finita.

8) Si $A < -1$; $y_0 \neq y^*$ $\{y_t\}$ es divergente, oscilante, infinita.

9) Si $A = 1$; $B = 0$, $y_t = y_0$ $\{y_t\}$ es constante e igual a y_0.

10) Si $A = 1$; $B > 0$, $y_t > y_0$ $\{y_t\}$ es monótona creciente, divergente y tiende a $+\infty$.

11) Si $A = 1$; $B < 0$, $y_t < y_0$ $\{y_t\}$ es monótona decreciente, divergente y tiende a $-\infty$.

2. Modelo de Producción Agrícola

Consideremos que la oferta en un período es función lineal del precio en el período anterior.- Como resultado del funcionamiento de este mercado agrícola, al final de cada período aparece la producción total elaborada en el mismo período y el mercado determina el precio en función de la cantidad ofertada y demandada, mientras que la demanda del mercado absorba toda la cantidad ofertada en el período.-

La cantidad demandada en el período *t* es:

$$D_t = a + b.p_t \text{, con } a > 0,\ b < 0 \quad (15)$$

La cantidad ofertada en el período *t* es:

$$S_t = c + d.p_{t-1} \text{, con } c < 0,\ d > 0 \quad (16)$$

La cantidad ofertada y la cantidad demandada son iguales en el período *t*:

$$D_t = S_t \quad (17)$$

Reemplazando S_t y D_t resulta:

$$a + b.p_t = c + d.p_{t-1} \quad (18)$$

Despejando:

$$p_t = \frac{d}{b}.p_{t-1} + \frac{c-a}{b} \quad (19)$$

Efectuando un desplazamiento, resulta:

$$p_{t+1} = \frac{d}{b}.p_t + \frac{c-a}{b} \quad (20)$$

Que es una ecuación en diferencias lineal de primer orden.-

La solución general de la ecuación en diferencias lineal de primer orden es:

$$p_t = \left(\frac{d}{b}\right)^t \cdot \left(p_0 - \frac{a-c}{d-b}\right) + \frac{a-c}{d-b}, \quad (21)$$

donde $\frac{d}{b} < 0$ y el precio de equilibrio es:

$$p^* = \frac{a-c}{d-b} \quad (22)$$

3. Desarrollo de un Modelo de Producción Agrícola

En un modelo de Producción Agrícola, la cantidad demandada es

$$D_t = 20 - 5p_t \quad (23)$$

y la cantidad ofertada es:

$$S_t = -1 + 2p_{t-1} \quad (24)$$

a.- Planteamos la ecuación en diferencias lineal

$$D_t = 20 - 5p_t, \quad S_t = -1 + 2p_{t-1} \quad (25)$$

igualando:

$$20 - 5p_t = -1 + 2p_{t-1} \quad (26)$$

$$-5p_t = 2p_{t-1} - 21 \quad (27)$$

$$p_t = -\frac{2}{5}p_{t-1} + \frac{21}{5} \quad (28)$$

Efectuando un desplazamiento:

$$p_{t+1} = -\frac{2}{5}p_t + \frac{21}{5} \quad (29)$$

Hallada la ecuación en diferencias lineal de primer orden, con: $a = 20$, $b = -5$, $c = -1$, $d = 2$

b.- El precio de equilibrio es:

$$p^* = \frac{a-c}{d-b} = \frac{20-(-1)}{2-(-5)} = \frac{21}{7} = 3 \quad (30)$$

El precio de equilibrio es: $p^* = 3$

4. Solución del problema

a.- La solución general de la ecuación en diferencias es:

$$p_t = \left(\frac{2}{-5}\right)^t \cdot \left(p_0 - \frac{21}{7}\right) + (3), \quad (31)$$

$$p_t = \left(\frac{2}{-5}\right)^t.(p_0 - 3) + (3) \quad (32)$$

b.- Análisis de la estabilidad de la solución:

La solución general de la ecuación en diferencias es:

$$y_t = A^t.(y_0 - y*) + y* \quad (33)$$

Con A = – 2/5 entonces: –1 < A < 0

Para $p_0 \neq p*$ $(p_0 \neq 3)$

El comportamiento de la sucesión y_t para los distintos valores de t pertenecientes a los naturales es oscilante amortiguada alrededor de $p*$.

c.- Suponiendo que el precio inicial es 10% inferior al precio de equilibrio del mercado, establecemos el número de períodos necesarios para que el precio se ajuste de tal forma que su diferencia en el equilibrio sea inferior al 0,1 %.

$$p_0 = 0{,}9.p* = 0{,}9\text{x}3 = 2{,}7 \quad (34)$$

$$p_t = 0{,}999.p* = 0{,}999\text{x}3 = 2{,}997 \quad (35)$$

Reemplazando en la solución general:

$$2{,}997 = \left(-\frac{2}{5}\right)^t.(2{,}7 - 3) + 3, \quad (36)$$

$$2{,}997 = \left(-\frac{2}{5}\right)^t.(-0{,}3) + 3 \quad (37)$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^t = \frac{-0{,}003}{-0{,}3} = 0{,}0001 = (0{,}01)^2 \quad (38)$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^t = 0{,}0001 \quad (39)$$

Elevando ambos miembros al cuadrado queda:

$$\left(\frac{4}{25}\right)^t = (0{,}0001)^2 \Rightarrow (0{,}16)^t = (0{,}0001)^2 \quad (40)$$

Aplicando logaritmos naturales, resulta

$$t.ln\,0{,}16 = 2.ln\,0{,}0001 \quad (41)$$

Despejando t:

$$t = \frac{2.ln\,0{,}0001}{ln\,0{,}16} = \frac{2\text{x}(-9{,}210340)}{-1{,}832581} = 10{,}4 \cong 10 \quad (42)$$

Determinamos que el número de períodos para que el precio sea 0,001 menor que el precio de equilibrio es de 10 períodos.-

5. Conclusiones y trabajos futuros

Las ecuaciones en diferencias permiten modelizar muchas situaciones que se presentan en la dinámica discreta.
A futuro la idea es seguir buscando situaciones de la economía donde las ecuaciones en diferencias resulten de utilidad para su modelización y resolución.

Referencias

Casparri, María Teresa (1976). *Diferencias y ecuaciones en diferencias*. Buenos Aires: Ed. El Coloquio.

De Césare. Elías A. (1967). *Nociones sobre ecuaciones con diferencias finitas*. Buenos Aires: Ed. Macchi.

Goldberg, Samuel (1964). *Introducción a las Ecuaciones en Diferencias Finitas*. Barcelona: Editorial Marcombo S.A.

Mickens, Ronald, E. (1987). *Difference Equations.* Nueva York: Editorial Van Nostrand Reinhold.

Nastri, Miguel Angel y Fajfar, Pablo Francisco (2006). *Modelos dinámicos discretos*. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.

103 ECUACIONES DIFERENCIALES DE 1º ORDEN: RESOLUCION DEL MODELO DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA DEL EQUILIBRIO

García Venturini, Alejandro
Facultad de Ciencias Económicas – UBA
aegv@hotmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Claves: Ecuaciones diferenciales, Dinámica económica, Variable continua

Resumen

En los problemas económicos, en los cuales, su comportamiento es función del tiempo, se da lugar a la formación de ecuaciones funcionales en las que sus variables y resultados están determinados moviéndose temporalmente dando lugar a sistemas dinámicos que se analizan y resuelven en la disciplina de la Dinámica Económica.
En cada fenómeno económico de esta Dinámica Económica, en la cual la variable independiente es el tiempo, ésta puede tener una variación continua constituyendo un problema de dinámica continua y las ecuaciones funcionales que se plantean son ecuaciones diferenciales ordinarias.
Este modelo propuesto por G. C. Evans, corresponde a un mercado particular para un determinado satisfactor en el que las ecuaciones de demanda y de oferta son las mismas que las del modelo lineal ordinario y pueden resolverse en la forma usual para obtener el precio de equilibrio.
El objetivo del modelo es demostrar que el precio de un producto, a lo largo del tiempo, tiende a su precio de equilibrio. Si el precio en un instante inicial (p0) es mayor que el precio de equilibrio (pe), el precio tiende a bajar, en busca del precio de equilibrio. Si por el contrario, p0 es menor que pe, el precio tiende a subir también en busca del equilibrio.
En este caso se plantea una ecuación diferencial que admite más de una forma de resolución. De esta manera se propone un ejemplo cuya resolución permite indagar en distintos métodos de resolución de ecuaciones diferenciales.
Este modelo es buen ejemplo para justificar la inclusión de las ecuaciones diferenciales en un programa de Análisis Matemático II.

1. Introducción

Planteamos en este trabajo una aplicación de las ecuaciones diferenciales de primer orden orientado al modelo de la estabilidad dinámica del equilibrio. Previamente recordamos algunos conceptos básicos del tema.

1.1 Ecuaciones diferenciales de primer orden

Las ecuaciones diferenciales pueden ser fundamentalmente de dos tipos: 1) las ordinarias: si interviene solo una variable independiente, 2) en derivadas parciales si intervienen dos o más variables.

Para el caso 1) el orden lo determina el orden de la derivada de mayor orden y el grado es el mayor exponente que afecta a la derivada de mayor orden.

Ejemplo:

$$3y''^2 + 5(y')^4 + y = 0 \quad (1)$$

Es una ecuación diferencial de grado 2 y orden 2.
En este modelo se plantean ecuaciones diferenciales de primer orden. Planteamos los dos casos que se pueden utilizar en la resolución del modelo:
Variables separables

La expresión general es

$$y' = \frac{P(x)}{Q(y)} \quad (2),$$

que se resuelve separando las variables.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P(x)}{Q(y)} \quad (3)$$

$$Q(y).dy = P(x).dx \quad (4)$$

$$\int Q(y).dy = \int P(x).dx \quad (5)$$

Lineal

La expresión general es

$$y' + P(x).y = Q(x) \quad (6)$$

donde *P*(*x*) y *Q*(*x*) son funciones continuas de *x*.

La solución la constituyen todas las funciones *y* = *f* (*x*) que satisfagan la ecuación. Para resolverla se recurre a un cambio de variables: *y* = *u*.*v*, donde *u* y *v* son funciones de *x*. Debemos calcular *u*(*x*) y *v*(*x*), luego efectuando su producto se obtiene la función *y* que es la solución general.

Si

$$y = u.v \Rightarrow y' = u'.v + u.v' . \quad (7)$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial queda:

$$u'.v + u.v' + P(x).u.v = Q(x) \quad (8)$$

Sacamos factor común entre el 1º término y el 3º término:

$$v.[u' + P(x).u] + u.v' = Q(x) \quad (9)$$

Elegimos *u(x)* de tal forma que:

$$u' + P(x).u = 0 \quad (10)$$

$$\frac{du}{dx} = -P(x).u \quad (11)$$

$$\frac{du}{u} = -P(x).dx \quad (12)$$

$$\int \frac{du}{u} = -\int P(x).dx \quad (13)$$

$$ln\, u = -\int P(x).dx \quad (14)$$

$$u = e^{-\int P(x).dx} \quad (15)$$

Ahora debemos determinar cuánto vale *v*(*x*):

$$u.v' = Q(x) \quad (16)$$

$$e^{-\int P(x).dx}.\frac{dv}{dx} = Q(x) \quad (17)$$

$$dv = e^{\int P(x).dx}.Q(x).dx \quad (18)$$

$$\int dv = e^{\int P(x).dx}.Q(x).dx \quad (19)$$

$$v = \int e^{\int P(x).dx}.Q(x).dx \quad (20)$$

por lo tanto la solución general es:

$$y = u.v = e^{-\int P(x).dx}.\left[\int e^{\int P(x).dx}.Q(x).dx + C\right] \quad (21)$$

2. Modelo de la estabilidad dinámica del equilibrio

Este modelo propuesto por G. C. Evans, corresponde a un mercado particular para un determinado satisfactor en el que las ecuaciones de demanda y de oferta son las mismas que las del modelo lineal ordinario y pueden resolverse en la forma usual para obtener el precio de equilibrio.

El objetivo del modelo es demostrar que el precio de un producto, a lo largo del tiempo, tiende a su precio de equilibrio. Si el precio en un instante inicial (p_0) es mayor que el precio de equilibrio (p_e), el precio tiende a bajar, en busca del precio de equilibrio. Si por el contrario, p_0 es menor que p_e, el precio tiene a subir, también en busca del precio de equilibrio.

Suponemos las siguientes funciones lineales de demanda (D) y oferta (S).

$$\begin{cases} D = a - bp \\ S = -c + dp \end{cases} \quad (22)$$

con a, b, c y $d > 0$

Buscamos el precio de equilibrio

$$a - bp = -c + dp \quad (23)$$

$$p_e = \frac{a+c}{b+d} \quad (24)$$

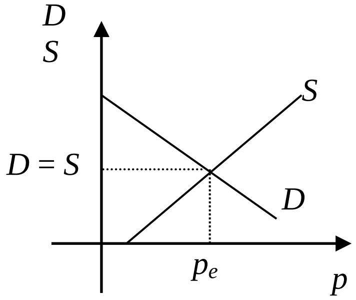


Figura 1. El punto de equilibrio

El modelo supone que la tasa de cambio del precio en el tiempo es directamente proporcional al excedente de la demanda:

$$\frac{dp}{dt} = k\left(D - S\right) \quad (25) \quad \text{con } k > 0.$$

Si $D - S > 0$, la derivada es positiva, es decir que si el excedente de la demanda es positivo, el precio tiende a aumentar. Por el contrario si $D - S < 0$, la derivada es negativa y el precio tiende a bajar. En ambos casos, como ya vimos, en busca del precio de equilibrio.

Para justificar lo que plantea el modelo debemos buscar la trayectoria temporal [p (t)] y demostrar que cuanto $t \to +\infty$, $p \to p_e$.

3. Desarrollo del Modelo de la estabilidad dinámica del equilibrio

Para eso desarrollamos y resolvemos la ecuación diferencial (25), de tal manera de poder obtener la función $p(t)$, llamada trayectoria temporal. Reemplazamos D y S por sus respectivas expresiones.

$$\frac{dp}{dt} = k.\left[a - bp - \left(-c + dp\right)\right] \quad (26)$$

$$\frac{dp}{dt} = k.\left[\left(a + c\right) - \left(b + d\right)p\right] \quad (27)$$

$$\frac{dp}{dt} + k.\left(b + d\right)p = k.\left(a + c\right) \quad (28)$$

4. Solución del problema

Vemos que estamos frente a una ecuación diferencial. Una posibilidad es pensarla como lineal, donde:

$$P(t) = k(b + d) \text{ y } Q(t) = k(a + c) \quad (29)$$

$$p(t) = u.\, v \quad (30)$$

$$u = e^{-\int k(b+d)dt} = e^{-k(b+d)t} \quad (31)$$

$$v = \int e^{k(b+d)t}.k\left(a + c\right)dt \quad (32)$$

$$= k\left(a + c\right).\int e^{k(b+d)t}dt \quad (33)$$

$$= k\left(a + c\right)\frac{e^{k(b+d)t}}{k\left(b + d\right)} + \mathrm{C} \quad (34)$$

$$p\left(t\right) = e^{-k(b+d)t}.\left(p_e.e^{k(b+d)t} + \mathrm{C}\right) = p_e + e^{-k(b+d)t}.\mathrm{C} \quad (35)$$

Como

$$p(0) = p_0 \quad (36)$$

$$p_0 = p_e + \mathrm{C} \quad (37)$$

$$\mathrm{C} = p_0 - p_e \quad (38)$$

$$p\left(t\right) = p_e + e^{-k(b+d)t}.\left(p_0 - p_e\right) \quad (39)$$

Hemos hallado la trayectoria temporal, debemos ahora calcular el límite cuando $t \to +\infty$.

$$\lim_{t\to+\infty}\left[p_e+e^{-k(b+d)t}.(p_0-p_e)\right]=p_e \quad (40)$$

Con lo que se demuestra que el precio, a lo largo del tiempo, busca el equilibrio. Veamos ahora el gráfico de la trayectoria temporal.

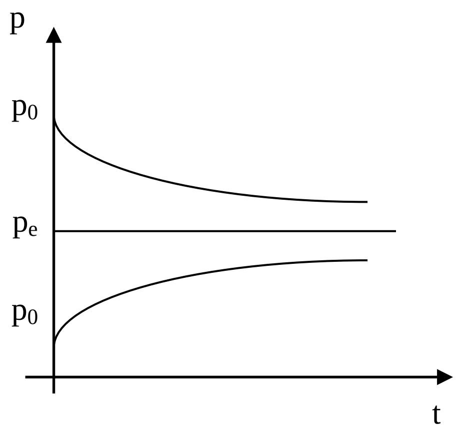


Figura 2. Representación de la trayectoria temporal

5. Otra forma de resolución

Lo interesante de este caso es que la ecuación diferencial que queda planteada admite una forma alternativa de resolución:

$$\frac{dp}{dt}+k.(b+d)\,p=k.(a+c) \quad (41)$$

$$\frac{dp}{dt}=k.(a+c)-k.(b+d)\,p \quad (42)$$

$$\frac{dp}{k.(a+c)-k.(b+d)\,p}=dt \quad (43)$$

$$\int\frac{dp}{k.(a+c)-k.(b+d)\,p}=\int dt \quad (44)$$

$$\frac{ln\left[k.(a+c)-k.(b+d)\,p\right]}{-k.(b+d)}=t \quad (45)$$

$$ln\left[k.(a+c)-k.(b+d)\,p\right]=-k.(b+d).t+C \quad (46)$$

$$k.(a+c)-k.(b+d)\,p=e^{-k.(b+d).t}.C \quad (47)$$

$$k.(a+c)-e^{-k.(b+d).t}.C=k.(b+d)\,p \quad (48)$$

$$p=\frac{k.(a+c)}{k.(b+d)}-\frac{e^{-k.(b+d).t}.C}{k.(b+d)} \quad (49)$$

$$p = p_e - \frac{e^{-k.(b+d).t}.\mathrm{C}}{k.(b+d)} \quad (50)$$

Como

$$p\,(0) = p_0 \quad (51)$$

$$p_0 = p_e - \frac{\mathrm{C}}{k.(b+d)} \quad (52)$$

$$\mathrm{C} = (p_e - p_0).k.(b+d) \quad (53)$$

$$p(t) = p_e - \frac{e^{-k.(b+d).t}.(p_e - p_0).k.(b+d)}{k.(b+d)} \quad (54)$$

$$p(t) = p_e - e^{-k.(b+d).t}.(p_e - p_0) \quad (37) \quad (55)$$

Hemos hallado la trayectoria temporal, debemos ahora calcular el límite cuando $t \to +\infty$.

$$\lim_{t \to +\infty} \left[p(t) = p_e - e^{-k.(b+d).t}.(p_e - p_0) \right] = p_e \quad (56)$$

Hemos llegado a lo mismo que cuando resolvimos la ecuación diferencial como lineal.

6. Conclusiones y trabajos futuros

Las ecuaciones diferenciales permiten modelizar muchas situaciones que se presentan en la dinámica continua.

A futuro la idea es seguir buscando situaciones de la economía donde las ecuaciones diferenciales resulten de utilidad para su modelización y resolución y además son interesantes aquellas que admiten más de una forma de resolución. De esta manera se ve que no siempre hay una sola forma de resolver un problema.

Referencias

Casparri, María Teresa y otros (1973), *Análisis Matemático II*, Buenos Aires: El Coloquio.

Chiang, Alpha (1974), *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, Nueva York: McGraw Hill

Di Caro, Héctor (1979), *Análisis Matemático II con aplicaciones a la Economía*, Buenos Aires: Club de estudio.

Ferguson, C. E: y Gould, J. P. (1983), *Teoría Microeconómica*, Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica de México.

Finocchiaro, María (1988), *Funzioni di piu variabili*, Roma: CISU.

Henderson, J.M. y Quandt, R.E (1985), *Teoría Microeconómica*, Barcelona: Ariel.

Larson, Roland y Hostetler, Robert (1986), *Cálculo y Geometría Analítica*, España: Mc Graw Hill.

Leithold, Louis (1992), *El Cálculo con geometría analítica*, México DF: Harla.

Rabuffetti, Hebe T. (1983), *Introducción al Análisis Matemático* (*Cálculo 2*), Buenos Aires: El Ateneo.

Steward, James (1993), *Calculus*, Nelmont, USA:Wadsworth PWS Publishers.

Weber, Jean (1993), *Matemáticas para administración y economía*, México DF: Harla.

107 LA MATEMÁTICA DETRÁS DE LA ESTRUCTURA PIRAMIDAL DE NEGOCIOS: UNA APLICACIÓN DE PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Caviezel, Pablo
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires
pcaviezel@economicas.uba.ar
Especialidad: Matemática Aplicada
Palabras Claves: progresión – geométrica – sucesión – piramidal

Resumen

La búsqueda de aplicaciones económicas en las materias iniciales se convierte en una tarea difícil cuando se trata de innovar o salir del campo de las aplicaciones tradicionales. Es en este sentido que intento, con esta ponencia contribuir con una aplicación, sencilla, pero vinculada con el campo de la Administración y la Economía: los esquemas piramidales. Un esquema piramidal puede definirse como una modalidad de negocio orientado a captar clientes ofreciéndoles una alternativa de inversión que promete rentabilidades altas y supuestamente garantizadas. El esquema funciona a partir de una serie de "rondas" de clientes donde las ganancias empiezan supuestamente a aparecer cuando un cliente atrajo al negocio a otros clientes que generaron beneficios. La sustentabilidad del negocio se pone en duda cuando una "importante proporción de clientes" no ve beneficios. Es objetivo de este trabajo presentar algunos ejemplos de modelos de negocios de esquema piramidal desde el punto de vista de la matemática de las progresiones geométricas y calcular, en la medida que los supuestos y los datos lo permitan una cota mínima para la proporción de clientes que no ve beneficios, bajo distintas modalidades.

Introducción

El objetivo de este trabajo es presentar algunos ejemplos de modelos de negocios de esquema piramidal desde el punto de vista de la matemática de las progresiones geométricas y dilucidar, en la medida que los supuestos y los datos lo permitan la proporción de agentes participantes del negocio que no obtienen ningún tipo de rentabilidad por ingresar al mismo.

Para lograr el objetivo propuesto, en una primera parte del trabajo, se fundamenta esta propuesta en relación con la temática de las Jornadas Nacionales para las cuales el mismo se presenta. Seguidamente, se presenta una breve caracterización de los modelos de negocio de esquema piramidal. Precede al cálculo matemático propiamente dicho una serie de ejemplos numéricos de estos esquemas, acompañados de una evaluación de sus alcances y limitaciones.

La matemática involucrada en los cálculos se supone, por supuesto, conocida por el público a quien va dirigida esta propuesta, por lo que se optó por dejar los planteos más relevantes.

El propósito final del trabajo es contribuir con una aplicación directa de la matemática relacionada con el ámbito de las ciencias de la Administración y la Economía, y fundamentalmente vigente al día de hoy.

Fundamentación

La búsqueda de aplicaciones económicas en las materias iniciales se convierte en una tarea difícil cuando se trata de innovar o salir del campo de las aplicaciones tradicionales. Es en este sentido que intento, con esta ponencia contribuir con una aplicación, sencilla, pero vinculada con el campo de la Administración y la Economía.

Somos testigos de la invasión de empresas con esquema piramidal en el mercado; basta citar los conocidos ejemplos de Herbalife, PSA, Nu Skin, Amway y tantas otras que prometen grandes beneficios a partir de la captación e incorporación de clientes. Detrás de la operatoria para el cálculo del número de participantes, los beneficios y las probabilidades de cobrar se esconden modelos matemáticos propios de las primeras materias de la formación académica del alumno universitario de carreras afines a la Administración y a la Economía.

Desarrollo

Un esquema piramidal puede definirse como una modalidad de negocio orientado a captar clientes (en adelante, “participantes”) ofreciéndoles una alternativa de inversión que promete rentabilidades altas y supuestamente garantizadas. El esquema funciona a partir de una serie de “rondas” o “capas” (en adelante, “niveles”) de participantes. Así, el primer nivel de participantes en general recibe algún pago que le inspira confianza y las rentabilidades de los siguientes niveles se pagan con aportes de los mismos participantes de diferentes niveles. Una característica distintiva es que cada nivel debe tener más participantes que el anterior, de ahí su nombre de esquema piramidal. Así; en la medida que el modelo se vuelve popular, aumenta el número de participantes inversionistas, así como también los montos que éstos invierten. El esquema avanza de forma tal que si un porcentaje importante de los participantes decidiese retirar o rescatar su inversión, la empresa no podría pagar a todos en simultáneo (López y López, 2016).

Básicamente, se distinguen dos tipos de pirámides. Las pirámides abiertas son aquellas en las que los participantes conocen la estructura del negocio y apuestan a estar lo suficientemente arriba en la pirámide como para percibir beneficios antes del punto de saturación, entendido como aquel momento en que el esquema no dispone del dinero para pagar los rescates de inversiones. Las pirámides cerradas, en cambio, se caracterizan por una cúpula formada por una sola persona (o institución) que recibe los aportes de los participantes y promete rentabilidades atractivas tras la gestión de la cartera de inversiones. Estas inversiones; no obstante, no existen y el capital inicial de todos los participantes se utiliza para pagar el capital final de unos pocos participantes.

Las estafas piramidales tienen más de un siglo de historia y han transcendido fronteras. El caso más conocido corresponde al “esquema Ponzi”, un tipo de esquema de pirámide cerrada.

Pero… ¿Qué es lo que hace una pirámide ilegal? ¿Y por qué tanta controversia a su alrededor?

Por definición, un esquema piramidal resulta ilegal cuando involucra una progresión geométrica de nuevos participantes, cuyas “comisiones de entrada” no alcanzan para cubrir el valor que se recibirá (o algún bien/servicio equivalente a esta comisión). Para satisfacer requerimientos legales, estos esquemas ofrecen bienes o servicios con un valor inflado a prácticamente costo cero. Por ejemplo, el esquema podría “vender” 8 libros a los nuevos miembros, cada uno “valuado” a $ 100 y entonces proveer un valor total de $ 800 por un costo que podría haber sido el de $ 20 por libro. En definitiva, estos esquemas que no proveen a sus participantes con rentabilidades que cubran su comisión de membresía resultan en que la mayoría de sus participantes pierden dinero (Kitchin, 2001).

Son múltiples, además, los casos de compañías demandadas por sus participantes y, además, ya hay múltiples técnicas para lograr armar los expedientes judiciales de manera idónea para poder hacer frente, por vías judiciales, a los perjuicios ocasionados (Coenen, 2009); pero, al mismo tiempo, las compañías que ofrecen este tipo de servicio se defienden sosteniendo que sus estructuras no son piramidales y que responden a un concepto de marketing bien definido y que de ninguna manera constituye un fraude: el marketing multinivel (Taylor, 2011). Sea cual sea la realidad, nos abocamos ahora a los números que rigen estos esquemas.

Resultados

Es prácticamente intuitiva la matemática que hay por detrás de la expresión más simple de este tipo de negocios. No obstante, es importante repasarla para poder avanzar hacia sistemas más complejos.

La versión más simple de estos modelos se conoce como "**chain letter**", y para ponerlo en forma didáctica, digamos que una persona A, que origina el primer nivel, le envía una carta (un mensaje) a dos personas B_1 y B_2 (segundo nivel) pidiéndoles a cada uno de ellos que le envíen $ 1 y que a su vez, cada uno de ellos le escriba una carta (un mensaje) a dos de sus amigos haciendo lo mismo. De forma tal que B_1 le enviará un mensaje a C_{11} y a C_{12} y por su parte B_2 le enviará un mensaje a C_{21} y a C_{22}. De esta forma, el nivel A está constituido por un participante, el nivel B por dos participantes, el nivel C por cuatro participantes y así sucesivamente la progresión geométrica de razón igual a 2.

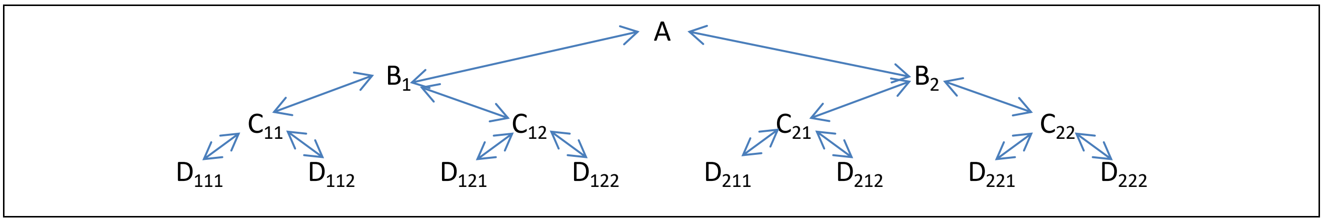


Figura 1. Chain letter. Esquema de participantes

Fuente: elaboración propia

Respecto del flujo de dinero, A recibe $ 2 (es decir, $ 1 de B_1 y $ 1 de B_2) sin ningún esfuerzo a cambio. B_1, por su parte, recibe $ 2 en total (de sus dos contactos C_{11} y C_{21}), pero si le restamos $ 1 que previamente entregó a A, resulta que B_1 "ganó en la operación" $ 1 (y análogo análisis para B2). Prosiguiendo la misma lógica, cada participante recibirá $ 2 pero deberá enviar $ 1 "hacia atrás", por lo que recibirá $ 1 en concepto de "ganancia". En este tipo de cadenas el número de participantes aumenta exponencialmente y en general se suele maldecir a quien rompa "la cadena".

Otro modelo frecuente es el llamado **modelo de 8 nodos**. Aquí, la esencia es que los participantes deben pagar una "comisión" pero no reciben ningún pago hasta que se hayan completado tres niveles nuevos por debajo de su nivel. Entonces, A invita a dos participantes B_1 y B_2, quienes a su vez invitan a dos participantes C cada uno (luego el nivel C ya tiene 4 participantes) y cada uno de ellos invita a dos participantes con lo que el nivel D, completo, consta de 8 participantes. Si se supone una comisión de $ 1; entonces los $ 8 pagados por todos los miembros del nivel D le son pagados al participante A. Cuando los 16 participantes del nivel E son invitados, cada una de las dos personas del nivel B recibirán $ 8 de su grupo. La atracción de este sistema por encima del esquema "chain letter" es que el pago es mayor.

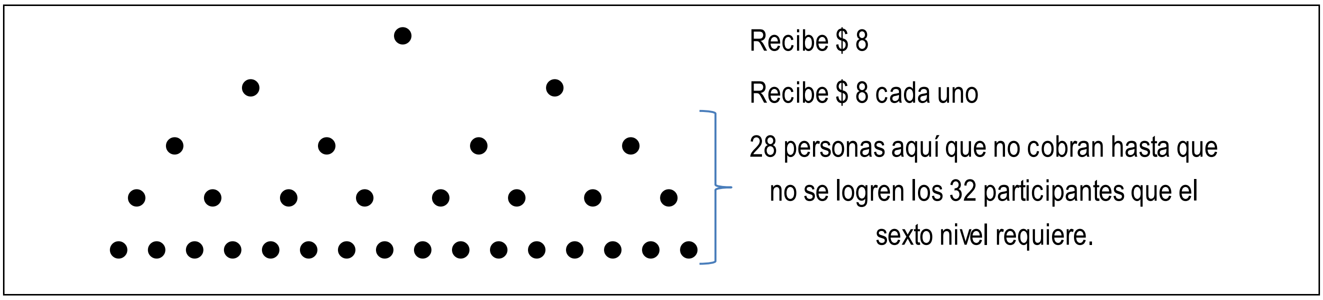


Figura 2. Modelo de 8 pelotas

Fuente: elaboración propia.

Para empezar, los tres niveles inferiores de la pirámide siempre pierden dinero y, tal como se demostrará a continuación, al menos un 87,5 % del total de participantes perderá su dinero.

Definamos con *k* a la cantidad de niveles de la pirámide y con n_i al número total de participantes en el *i*-esimo nivel, de forma tal que *n* sea el número total de participantes en todos los niveles.

En el primer nivel, el superior, $n_1 = 1$

En el segundo nivel, $n_2 = 2$

En el tercer nivel, $n_3 = 4$

Y, en general, el *i*-esimo nivel estará formado por 2^{i-1} participantes.

El número total de participantes del esquema está dado por:

$$n = \sum_{i=1}^{k} 2^{i-1} = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^k = 2^k - 1$$

Si hubiera solamente uno o dos niveles y no se consigue expandir la pirámide, todos sus participantes resultan perdedores. A partir de que el número de niveles sea 3, serán los tres niveles inferiores k; k-1 y k-2 (quienes tienen respectivamente n_k; n_{k-1}; n_{k-2} participantes) los que resultarán perdedores en este esquema de 8 pelotas, por lo que la proporción *p* de participantes que pierden su dinero respecto del total de participantes está dado por:

$$p = \frac{n_k + n_{k-1} + n_{k-2}}{n}$$

Desarrollando esta expresión:

$$p = \frac{2^{k-1} + 2^{k-2} + 2^{k-3}}{2^k - 1} = \frac{2^{k-3}(4+2+1)}{2^k\left(1 - \frac{1}{2^k}\right)} = \frac{2^k.\ 2^{-3}\,.7}{2^k\ \left(1 - \frac{1}{2^k}\right)} = \frac{\frac{7}{8}}{1 - \frac{1}{2^k}}$$

Es decir,

$p = 1$ si k ≤ 3

$p = \frac{\frac{7}{8}}{1 - \frac{1}{2^k}}$ si k ≥ 4

Resulta evidente que la proporción *p* disminuye a medida que aumenta la cantidad de participantes pero siempre se encuentra por encima de $\frac{7}{8}$, por lo que más del 87,5 % de sus participantes estaría perdiendo dinero con este esquema.

En el **esquema 2-up**, los "ingresos por ventas" de los primeros dos participantes que uno recluta se dirigen a la persona que reclutó a éste. Es decir: supongamos que el participante A incorporó en el negocio al participante B y éste, a su vez, incorporó al negocio a los participantes C_1 y C_2. Los márgenes de ganancia de las ventas generadas por estos dos últimos participantes serán cobrados por el participante A. Ahora bien, si el participante B hubiera conseguido más de dos participantes, los márgenes de venta de estos adicionales, así como también los márgenes de venta de los primeros dos participantes que ellos incorporen al negocio (nivel D) son recolectados por el participante B. Este sistema es muy popular porque los ingresos de una persona pueden crecer exponencialmente y por el gran incentivo que hay para conseguir un "tercer" participante.

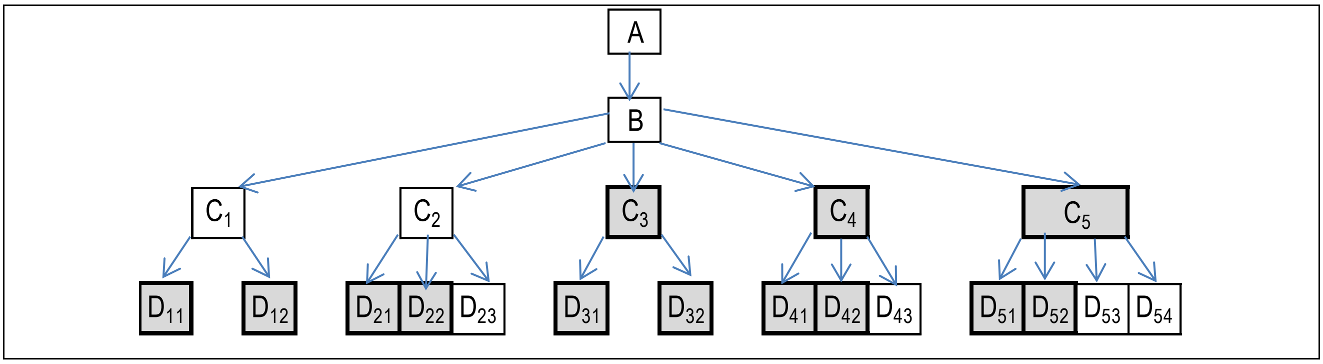


Figura 3. Esquema 2-up

Fuente: elaboración propia.

La Figura 3 se ha elaborado desde el punto de vista de un participante B. Es decir, B es ingresado al negocio por el participante A y, a su vez, B ha incorporado al negocio cinco participantes: C_1, C_2, C_3, C_4 y C_5; en ese orden. Todas las ganancias por ventas que logren C1 y C2 serán para el participante A, y como no revisten de interés para el participante B, no se han coloreado. Sin embargo, las ganancias obtenidas por C_3, C_4 y C_5 son para el participante B, así como también todos los beneficios por ventas de los dos primeros "nietos" que le dé cada "hijo". De esta forma B se apropia de los beneficios de todos los participantes que han sido coloreados. Este esquema, al igual que el esquema de 8 pelotas, involucra una progresión geométrica donde para obtener la menor ganancia cada nivel que se agrega es tres veces superior al nivel anterior, tal como se ve en la Figura 4.

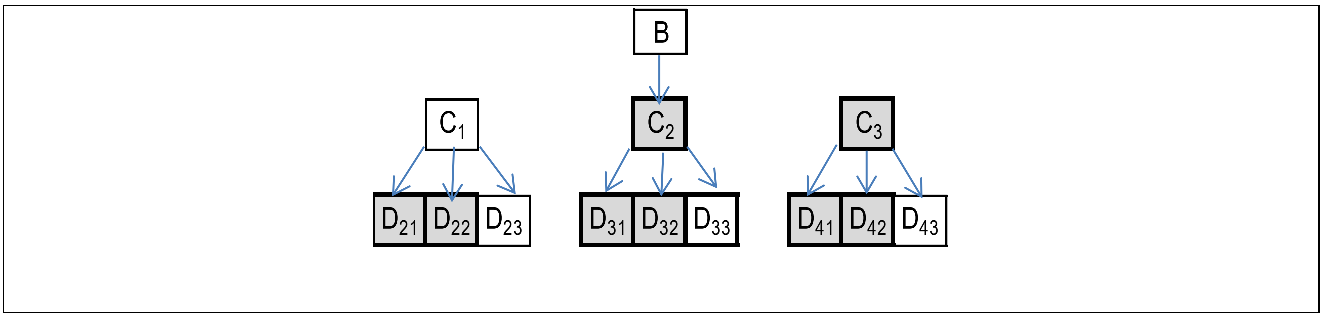


Figura 4. Esquema 2-up

Fuente: elaboración propia.

Si el "producto" no es tan atractivo o no ofrece posibilidades de ser vendido por muchas veces a la misma persona el esquema no prospera. Matemáticamente, habrá más del 66 % de toda la estructura de participantes que perderán todo su dinero en este esquema, tal como se muestra a continuación.

Vamos a suponer que cada participante trae 3 y sólo 3 personas a su negocio, de forma tal que empiece a poder vislumbrar ganancias, tal como indica la Figura 4.

En el primer nivel, el superior, $n_1 = 1$

En el segundo nivel, $n_2 = 3$

En el tercer nivel, $n_3 = 9$

En el cuarto nivel, $n_4 = 27$

Y, en general, el *i*-esimo nivel estará formado por 3^{i-1} participantes.

El número total de participantes del esquema está dado por:

$$n = \sum_{i=1}^{k} 3^{i-1} = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + \ 3^k = \frac{3^k - 1}{2}$$

Si hubiera sólo un nivel, éste pierde todo su dinero. Si hubiera dos niveles y el segundo nivel tuviera, tal como indica la Figura 4 y como se viene suponiendo, tres participantes, sólo 1 de los 4 estaría obteniendo las ganancias. Para el caso de 3 niveles, son 4 las personas que estarían llevándose algún beneficio: B, C_1 (pues se lleva al beneficio de D_{23}), C_2 (pues se lleva al beneficio de D_{33}) y C_3 (pues se lleva al beneficio de D_{43}). Si hubieran 4 niveles y se sigue este razonamiento, se agregarían 4 personas más al total de personas que obtendrían una ganancia; por lo que los números se sintetizan de la siguiente manera:

Para 1 nivel ---- > nadie gana dinero.

Para 2 niveles ---- > 1 persona gana dinero

Para 3 niveles ---- > 4 personas ganan dinero (las 3 del segundo nivel y la única del primer nivel)

Para 4 niveles ---- > 13 personas ganan dinero (las 4 anteriores y las 9 del tercer nivel)

Para 5 niveles ---- > 40 personas ganan dinero (las 13 anteriores y las 27 del cuarto nivel)

…..

Para k niveles, la cantidad de personas que ganaría dinero está dada por:

$$\sum_{i=1}^{k-1} 3^{i-1} = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + \ 3^{k-1} = \frac{3^{k-1} - 1}{2}$$

y entonces habría 3^{k-1} personas que no estarían cobrando nada, por lo que la proporción *p* de participantes que pierden su dinero respecto del total de participantes está dado por $p = \frac{3^{k-1}}{\frac{3^k - 1}{2}}$

Desarrollando esta expresión:

$$p = \frac{3^{k-1}}{\frac{3^k - 1}{2}} = \frac{3^k . \frac{1}{3}}{\frac{3^k\left(1 - \frac{1}{3^k}\right)}{2}} = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3^k}}$$

Es decir,

$p = 1$ si k = 1

$p = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3^k}}$ si k ≥ 2

Resulta también evidente que la proporción *p* disminuye a medida que aumenta la cantidad de participantes pero siempre se encuentra por encima de $\frac{2}{3}$, por lo que más del 66,6 % de sus participantes estaría perdiendo dinero con este “atractivo” esquema.

Conclusiones

Los ejemplos presentados aquí permiten, a través de cálculos propios de la enseñanza básica de matemática a un alumno de cualquier carrera de grado de una Facultad de Ciencias Económicas encontrar evidencia y datos que permitan fundamentar las relaciones, proporciones y conceptos detrás de un esquema piramidal. No se pretende con este trabajo elaborar un tratado que contenga la matemática detrás de todos los tipos de estructuras piramidales sino, en la medida de lo posible y de las limitaciones de espacio, presentar algunos casos que sirvan como disparadores para usar, en el contexto de una clase de matemática, como posibles ejemplos. Los años que llevo viniendo a Jornadas escucho en forma recurrente planteos respecto de acercarle al alumno temáticas de actualidad que lo vinculen y lo amiguen con la matemática y, en ese sentido, creo que ésta podría ser una de tantas propuestas. Ojalá así sea.

Referencias bibliográficas

Coenen, Tracy (2009). *Expert Fraud Investigation: A Step-by-Step Guide*. Editorial John Wiley & Sons.

Kitching, Trevor (2001). *Purchasing scams and how to avoid them*. Gower Publishing Company.

Lopez, Fernando y López, Felipe (2016). «Las lecciones de las estafas piramidales en Chile y el mundo». *Observatorio Economico N° 104*. Facultad de Economía y Negocios. Universidad Alberto Hurtado.

Taylor, Jon (2011). The Case (for and) against Multi-level Marketing. Consumer Awareness Institute.

125 EXTENSIONES ÁULICAS: LA PROBLEMÁTICA DEL FINANCIAMIENTO. FCE UNAM

Echeguren, Graciela Encarnación, Gervasoni Ana Inés, Sosa Nora Mabel, Sureda Silvia Cristina
Facultad de Ciencias Economicas. UNaM
gracielaecheguren@gmail.com gervasoniana@hotmail.com noramsosa@gmail.com scsureda@yahoo.com

Especialidad: Matemática Aplicada
Palabras claves: Universidad-Gestión. Financiamiento- Implementación-Extensiones áulicas

Resumen

La apertura de sedes de carreras o extensiones áulicas son producto de procesos de negociación y de políticas entre autoridades académicas y funcionarios locales en relación con la compra y la venta de bienes académicos, dando lugar a un mercado de bienes educativos.

El problema de la expansión en Argentina ha sido abordado como política pública a partir de los mecanismos de planificación regional creados por los artículos 10, 71 y 72 de la Ley de Educación Superior 24.521. En sus artículos emerge la figura de los Consejos de Planificación Regional de la Educación Superior (CPRES) que incorporan de forma orgánica la problemática de la regionalización de la Educación Superior. Los primeros debates sobre este tópico carecían de sustento normativo firme. En este sentido, la decisión de crear los CPRES deriva de razones técnico-políticas relacionadas con la necesidad de fortalecer la capacidad organizativa; estaría orientada hacia el desarrollo de sistemas sociales, culturales y productivos locales

En el marco de asimetrías y desigualdades, se desarrolló la expansión, sin atender a procesos de planificación regional.

A nivel nacional la universidad participa de la conformación de un mercado universitario donde las instituciones asumen diversas posturas en relación con sus capitales acumulados de carácter simbólico social desde relaciones asimétricas condicionando sus estrategias de expansión

A nivel local la FCE de la UNaM participa desde el año 2003 en los procesos de implementación, desarrollo y ejecución de extensiones áulicas en diversas localidades de la Provincia de Misiones.

Se plantea la necesidad de revisar la agenda quedando como dificultad central el financiamiento de una oferta pertinente y eficiente.

Se pretende revisar la agenda desde la perspectiva del financiamiento.

Introducción

Los procesos de expansión universitaria en el país mediante la apertura de sedes de carreras o extensiones áulicas son producto de procesos de negociación y de políticas entre autoridades académicas y funcionarios locales en relación con la compra y la venta de bienes académicos, dando lugar a un mercado de bienes educativos que responden al funcionamiento docente de las universidades.

La expansión nos plantea el análisis de los cambios que acontecieron durante la década de los 90 en la Universidad. Efecto de estos cambios profundos es la visualización de dicho análisis como objeto de la política educativa, lo que originó el acrecentamiento de la repercusión de las oportunidades orientadas a su estudio. Al mismo tiempo que estas transformaciones tuvieron gran expansión los estudios sobre educación superior, fundamentalmente los referidos a la agenda de políticas y posteriormente, a su impacto sobre el sistema. No obstante, en la mayoría de estos enfoques predomina una visión unilineal mediante la cual las políticas públicas influyen directamente sobre las universidades nacionales, orientando el comportamiento de instituciones y actores.

El problema de la expansión en Argentina ha sido abordado como política pública a partir de los mecanismos de planificación regional creados por los artículos 10, 71 y 72 de la Ley de

Educación Superior 24.521. En sus artículos emerge la figura de los Consejos de Planificación

Regional de la Educación Superior (CPRES) que incorporan de forma orgánica la problemática de la regionalización de la Educación Superior. Los primeros debates sobre este tópico carecían de sustento normativo firme.

Las causas que llevaron al poder político a intentar resolver el problema han sido analizadas en profundidad por Carlos Pérez Rasetti (2007), quien ha señalado que *"…si bien la normativa vigente busca analizar la oferta de carreras en el nivel regional, la institución se constituye en una dimensión clave para el análisis de la calidad y la pertinencia. Por condición cualquier oferta es institucional. No hay manera en que una carrera, una oferta, no sea institucional…".*

En el marco de asimetrías y desigualdades, se desarrolló la expansión, sin atender a procesos de planificación regional.

A nivel nacional la universidad participa de la conformación de un mercado universitario donde las instituciones asumen diversas posturas en relación con sus capitales acumulados de carácter simbólico social desde relaciones asimétricas condicionando sus estrategias de expansión. El valor central es la competencia que se identifica con la lógica del sector empresarial. Al mismo tiempo se visualiza a diferencia de los supuestos de la economía liberal que el mercado no aparece como el mejor distribuidor racional de recursos educativos.

A nivel local la FCE de la UNaM participa desde el año 2003 en los procesos de implementación, desarrollo y ejecución de extensiones áulicas en diversas localidades de la Provincia de Misiones.

Se plantea la necesidad de revisar la agenda habiendo comprobado que los procesos de evaluación facilitaron el avance del aseguramiento de la calidad de las carreras ofrecidas por las instituciones del sistema, quedando como dificultad central el financiamiento de una oferta pertinente y eficiente, que responda a las tendencias internacionales hacia la universalización de la Educación Superior.

Fundamentación

En la Ley de Educación Superior 24.521, a través de los artículos 10, 71 y 72 se plantea como política pública el problema de la expansión en Argentina desde los mecanismos de planificación regional creados en dichos artículos.

Las oportunidades de acceso a la educación superior son incrementadas a partir del objetivo principal de las políticas públicas de regionalización y expansión. Dichas políticas extienden la cobertura territorial para atender prioridades y demandas según el desarrollo integral de localidades y regiones.

Se plantea la necesidad de revisar la agenda habiendo comprobado que los procesos de evaluación facilitaron el avance del aseguramiento de la calidad de las carreras ofrecidas por las instituciones del sistema, quedando como dificultad central el financiamiento de una oferta pertinente y eficiente, que responda a las tendencias internacionales hacia la universalización de la Educación Superior.

La incorporación del CPRES se entiende como una herramienta de política pública, generadora de espacios para una mayor regulación ministerial en el sistema de educación superior

En este sentido, la decisión de crear los CPRES deriva de razones técnico-políticas relacionadas con la necesidad de fortalecer la capacidad organizativa; estaría orientada hacia el desarrollo de sistemas sociales, culturales y productivos locales

Desarrollo

Los consejos regionales son cuerpos que están integrados por:

- instituciones universitarias públicas y privadas de la región
- entidades ministeriales de las provincias involucradas.

A partir de la constitución de estos cuerpos, se comprobó que las instituciones de E.S.U. planteaban sus estrategias de expansión institucional desde la creación de sedes, extensiones áulicas, a través de la articulación de su oferta académica con la de instituciones de E.S. no universitaria.

El Decreto 1047/99 se origina a partir de una manifestación pública de la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU) sobre sedes distantes. En dicha manifestación queda expresada que las universidades replicaban la oferta acreditada en la sede central en las unidades académicas situadas a distancia. Así el decreto adquiere un carácter regulativo en relación con las acciones del sistema universitario, con la intención de ordenarlo en el marco de la estructura regional acordada en la normativa.

La interacción está expresada en términos de cooperación y/o conflicto entre las universidades nacionales y las privadas, los gobiernos provinciales como representantes de los institutos de educación superior no universitaria y el rol del MESCyT. Otros actores como el Consejo de Universidades (CU), la CONEAU y la SIGEN desde la interpelación plantearon fuertes demandas de funcionamiento mediante declaraciones oficiales y recomendaciones.

La fuerte base burocrática como rasgo característico de la estructura institucional de cada organización dificultó la coordinación y articulación entre los actores durante la implementación.

Al decir de Pressman y Wildavsky (1998: 228): *"…Tenemos así un aspecto de un rasgo, en apariencia conveniente, de una administración antiburocrática que encubre los mismos problemas -pugna versus cooperación, coerción versus consentimiento- cuya invocación se supone que resuelve…"*

Si bien, en términos legales, el CPRES se pensó como un ámbito de planificación y coordinación de la educación superior en el nivel regional, su puesta en funcionamiento lo ha mostrado como un organismo con capacidades institucionales muy limitadas, carencia de una estructura presupuestaria básica y recursos económicos y administrativos para negociar intereses y concretar acciones de regulación según su normativa. Al mismo tiempo, se presenta como un organismo muy sensible ante las cambiantes metas políticas gubernamentales. Efectivamente, el diseño institucional del CPRES, se identifica más con una lógica de centralización del poder en el gobierno nacional que con una verdadera descentralización con intervención efectiva de las jurisdicciones provinciales.

Siempre en términos de conflicto, por un lado las instituciones universitarias identifican al CPRES como un espacio conveniente de reunión y negociación; sin embargo éste no ha logrado constituirse como una efectiva estructura.

El tipo de evaluación utilizada fue un informe de auditoría de la Sindicatura General de la Nación (2002) que señalaba que los CPRES carecían de:

- una política y planificación que estableciera los direccionamientos del desarrollo regional de la oferta educativa,
- información actualizada referida a las universidades, sedes y convenios de articulación que funcionaran en las diferentes regiones, control sobre los procesos de expansión de la oferta de las Instituciones.

Se barajaron como alternativas las principales estrategias y acciones propuestas por la Secretaría de Políticas Universitarias que son:

-Diseñar modelos de Centros Regionales de Educación Superior (CRES) que se adapten a las particularidades regionales y que garanticen la calidad de los estudios.

-Determinar prioridades para la ubicación de los CRES y la definición de su oferta.

-Desarrollar modelos de aseguramiento de la calidad para los Centros Regionales de Educación Superior en acuerdo con la CONEAU.

-Generalizar las modalidades de articulación entre instituciones de educación superior (entre carreras o trayectos de carreras), proponiendo los mecanismos por los cuales serán gestionados cooperativamente por los IES, donde cada universidad sería responsable de la gestión académica de su oferta.

-Diseñar los mecanismos por los cuales los gobiernos provinciales favorecerán la instalación física de los centros y apoyarán su funcionamiento.

En junio de 2009, el secretario de Políticas Universitarias, Dr. Alberto Dibbern, propuso un plan de expansión centrado en la creación de Centros Regionales de Educación Superior (CRES) con la confluencia de la actividad de diversos actores intervinientes. El plan se apoyaría en la asociación de universidades integrantes del CIN, para cubrir las demandas de la población y la estructura productiva de cada región, a partir de un análisis de pertinencia, y promoviendo una adecuada diversificación de los estudios, con control de la calidad de la oferta generada.

En este contexto la FCE no es ajena a las limitaciones de recursos administrativos y financieros ya expuestos en el planteo de la problemática a nivel nacional.

Resultados

Las acciones se orientaron en función del logro de:

Objetivo General:

Revisar la agenda desde la perspectiva del financiamiento hacia una oferta pertinente y eficiente de las extensiones áulicas de la FCE de la UNaM

Objetivos específicos:

1. Recopilar información de los convenios de las extensiones áulicas de la FCE ejecutados en el transcurso del período 2003-2016.
2. Analizar las dificultades en el cumplimiento de los convenios de colaboración académica y económica.

3. Proponer el diseño de una oferta de financiamiento.

En el transcurso del desarrollo del proyecto, hasta la fecha, las acciones responden al logro del objetivo general profundizando la concreción de los objetivos específicos 1 y 2.

La información recopilada responde a:

- Análisis de convenios de colaboración académica y económica de la Extensión áulica de Jardín América en el período 2003-2009. (Dictado de los ciclos de Nivelación y Común: 1º y 2º año)
- Análisis de convenios de colaboración académica y económica de la Extensión áulica de Leandro N Alem, (Dictado de los ciclos de Nivelación y Común: 1º y 2º año)

- Análisis de convenios de colaboración académica y económica de la Extensión áulica de Montecarlo. (Dictado de los ciclos de Nivelación y Común: 1º y 2º año)

  Se realizaron las siguientes acciones:

  1. Revisión y análisis crítico de la bibliografía.

  1.1. Selección de textos sobre la problemática: lectura, análisis y síntesis.

  1.2. Consolidación del marco teórico.

  2. Análisis de los componentes de la estructura administrativa financiera vigente.

  3. Selección de las muestras para el análisis cualitativo.

  4. Entrevistas a los actores institucionales.

Se trata de un estudio descriptivo-exploratorio orientado a describir y analizar qué modelo de gestión se espera instalar desde la redefinición de roles involucrados en la gestión con un fuerte acento en lo administrativo desde el financiamiento a partir de nuevos modelos organizacionales. Todo ello en el contexto de un replanteo y revisión de la agenda vigente en la FCE.

Se aborda desde una perspectiva metodológica cualitativa. Para el análisis se integran datos provenientes de dos tipos de fuentes: fuentes documentales de carácter normativo (leyes, decretos, resoluciones ministeriales y dictámenes) y documentación producida por el accionar institucional (Actas, Resoluciones y acuerdos). y documentos de trabajo publicados por actores del ámbito académico en el campo de la educación superior. Además, entrevistas en profundidad a actores clave del sistema universitario.

En el transcurso del segundo año de la investigación se procesarán los datos obtenidos de las entrevistas y encuestas realizadas.

Conclusiones

Se espera: Generar nuevos modelos organizacionales a partir de un replanteo en el marco de la reformulación de esquemas administrativos – financieros.

Generalizar las modalidades de articulación (carreras o trayectos de carreras), entre instituciones, gestionar cooperativamente los mecanismos mediante los cuales la FCE de la UNaM sería responsable de la gestión académica de su oferta.

Se visualiza la necesaria revisión de la agenda administrativa financiera desde la institución hacia una oferta pertinente y eficiente en sus extensiones áulicas.

Bibliografía

CAMOU, A. (2007). Los juegos de la evaluación universitaria en la Argentina. Notas sobre las interacciones conflictivas entre Estado y universidad, en P. Krostch *et al.*, *Evaluando la evaluación. Políticas universitarias, instituciones y actores en Argentina y América Latina*, Buenos Aires: Prometeo.

CASTELLANO, N.: (2003). *La administración como ciencia. Metodología de investigación científica*. Proyectos y tesis. Posadas: Asociación cooperadora de la Facultad de Ciencias Económicas.

GONZÁLEZ, G. (2011). La territorialización de las políticas públicas en Argentina. Un estudio acerca del CPRES en el área metropolitana. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*,*2*(4).

MARANO, G. (2010). ¿Hacia una universidad pulpo? La apertura de sedes: expansión, tramas políticas y mercado universitario. RAES. *Revista Argentina de Educación Superior*

PÉREZ RASETTI, C. (2007). La expansión geográfica de las universidades y la regulación de las sedes distantes *Seminario Internacional. Secretaría de Políticas Universitarias. CABA 18 y 19 de junio*

SUASNÁBAr, C. (2005). Aportes para una nueva agenda de políticas públicas para la educación superior en el marco de un proyecto estratégico de desarrollo económico y social. *Ponencia presentada en el Encuentro "El Plan Fénix en vísperas del segundo centenario: una estrategia nacional de desarrollo con equidad*.

Fuentes normativas consultadas:

Decreto 1047/99, Recuperado el 24/07/2019, de www.me.gov.ar/spu/guia_tematica/CPRES/cpres-normativas.htm.

Decreto 576/96, Recuperado el 24/07/2019, de www.me.gov.ar/spu/guia_tematica/CPRES/cpres-normativas.htm

Decreto 451/73, Recuperado el 24/07/2019, de http://www.infoleg.gov.ar/infolegInternet/verNorma.do?id=23743

Decreto 499/95, Recuperado el 24/07/2019 de, http://www.uncu.edu.ar/upload/decreto_nro_499-05.pdf

Decreto 282/93, Recuperado el 24/07/2019, de www.me.gov.ar/spu/guia_tematica/CPRES/cpres-normativas.htm

Ley de Educación Superior 24.521 sancionada el 20 de Julio de 1995, Publicada el 10 de Agosto de 1995

(Boletín Oficial 28.204), Argentina.

Resolución 602/95, Recuperado el 24/07/2019 de, www.me.gov.ar/spu/guia_tematica/CPRES/cpres-normativas.htm

Resolución 200/96, Recuperado el 24/07/2019 de, www.me.gov.ar/spu/guia_tematica/CPRES/cpres-normativas.htm

127 MODELO DE DECISIÓN INDIVIDUAL CON RESTRICCIONES MONETARIAS Y DE TIEMPO: EL ROL DEL TRANSPORTE

Fernandez María José[1] – Parma Andrea[2]
[1]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CONICET - Universidad de Buenos Aires. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP- BAIRES), [2]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CIMBAGE - IADCOM
[1]mariajfernandez@economicas.uba.ar - [2]andreaparma38@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Optimización, transporte, Paneles interactivos.

Resumen

Los modelos de optimización de utilidad, cuando uno de los bienes es el transporte, no sólo están condicionados por los precios y la renta, sino también del tiempo. La disponibilidad de tiempo es relevante en dos aspectos: en primer lugar, porque para realizar cualquier actividad necesitamos invertir tiempo y en segundo lugar porque los ingresos suelen estar asociados al tiempo dedicado a trabajar. Es así como trabajar más incrementa la renta y a su vez reduce la disponibilidad de tiempo para otras actividades.

En este trabajo se presenta un modelo de optimización de la utilidad del consumidor, sujeto a la renta total disponible y la dotación total de tiempo. El problema del consumidor consiste en asignar sus dotaciones de tiempo y renta disponible, con el fin de obtener la máxima utilidad posible. Para poder analizar gráficamente la elección individual del consumidor, se considera únicamente la existencia de dos bienes dentro de la cesta de consumo del individuo, que podrían interpretarse como las cantidades demandadas de transporte y otros bienes o servicios.

Para mejorar la interpretación del modelo, se confeccionó un panel interactivo en formato de documento computable (CDF) para visualizar la cesta óptima de consumo, con un nivel de gasto generalizado que agrupa sus restricciones presupuestarias y su disponibilidad de tiempo total distribuido entre trabajo y consumo. Este panel permitirá un análisis pormenorizado del modelo ante posibles modificaciones de las variables exógenas y los parámetros que provocarán alteraciones en las opciones de consumo de la cesta óptima.

1 Introducción

La decisión del usuario para demandar una determinada infraestructura o servicio de transporte supone, entre otras cosas, una inmovilización de tiempo reservado a la producción y al consumo de otros bienes o servicios. Así, el consumidor que selecciona entre varias opciones para maximizar su utilidad, debe elegir la mejor canasta disponible compuesta por bienes, servicios y viajes, teniendo en cuenta varias restricciones. Las mismas, incluyen no solo al dinero disponible, sino a la limitación que impone el tiempo. Por otro lado, la elección del agente respecto a cuánto tiempo gastará viajando, constituye un costo de oportunidad respecto al trabajo remunerado.

La introducción de las tecnologías de información y comunicación (TIC) son una herramienta muy valiosa para tomar decisiones en modelos referidos al comportamiento del consumidor. También realizan un gran aporte en el ámbito educativo, ya que generan nuevas maneras de pensar y conducir los procesos de enseñanza – aprendizaje en todos los niveles educativos, en particular, el universitario. Se ha debatido extensamente respecto a la incorporación curricular de las TIC (Pizarro, 2009). Los principales aspectos que se ven influenciados al implementar las TIC en el desarrollo de las materias del área matemática son: la interactividad, la motivación, la autonomía, la cooperación entre pares y la comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes (Córdoba Gómez, 2014). Las ventajas del uso de la tecnología en la educación matemática son muy significativas, pues permite un manejo más dinámico de múltiples sistemas de representación de objetos matemáticos.

En este trabajo se presenta un modelo empírico de optimización de la utilidad del consumidor, sujeto a las dos restricciones: la renta total disponible y la dotación total de tiempo. Para poder analizar gráficamente la elección individual del consumidor, se considera únicamente la existencia de dos bienes o servicios dentro de la cesta de consumo. En general, estas dos variables podrían interpretarse como las cantidades demandas de transporte y otros bienes o servicios, o la elección entre dos posibles modos de transporte para viajar entre un punto y otro.

Para mejorar la interpretación del modelo, se confeccionará un panel interactivo en formato de documento computable (CDF) para visualizar la cesta óptima de consumo, dentro del nivel de gasto generalizado que le permite sus restricciones presupuestarias y su disponibilidad de tiempo total distribuido entre trabajo y consumo de bienes. Este panel permitirá un análisis pormenorizado del modelo ante posibles modificaciones de las variables exógenas o parámetros que interactúan en el mismo, que provocarán alteraciones en las opciones de consumo y en la cesta óptima.

2 Demanda individual de transporte

La demanda de transporte puede definirse como la disposición a pagar que tienen los consumidores por hacer uso de una determinada infraestructura o servicio de transporte (de Rus, *et al.*, 2003). Esta disposición a pagar, que refleja la valoración que hacen los usuarios de dichos servicios, se obtiene a partir de sus preferencias sobre las distintas características de los mismos en comparación con otros bienes que puedan adquirir.

La primera característica de la demanda de transporte es su carácter derivado. En la medida en que el transporte actúa como input o servicio intermedio para otras actividades económicas o sociales, su demanda se ve afectada por un conjunto amplio de factores, muy diferentes entre sí, que pueden alterarla o condicionarla en diversas formas. El más relevante, de la misma manera que con cualquier otro bien, es el precio. Cuando hablamos del precio, nos estamos refiriendo al del transporte propiamente dicho, así como también el de otros bienes y servicios alternativos. Los ingresos del consumidor, además de otras características socioeconómicas del individuo, tales como edad, sexo u ocupación, son el segundo factor relevante. Existen también factores no monetarios, como la calidad del medio de transporte y el tiempo. La importancia de este último factor merece un tratamiento más detallado y constituye la tercera característica relevante al comparar esta demanda con la de otros bienes. El tiempo constituye un input fundamental que los usuarios aportan a la producción de cualquier actividad de transporte. Una vez multiplicado por su valor unitario, este tiempo determina el coste que dichos usuarios soportan, permitiendo establecer una relación directa entre éste y la demanda de transporte.

Como decisión individual, la demanda de transporte depende por tanto de un conjunto de variables monetarias y no monetarias. En ocasiones resulta útil considerar cada una de estas variables por separado, pero a veces es preferible contar con un único índice que las resuma en un solo valor. Para cumplir esta función se utilizará el concepto de precio generalizado.

2.1 El concepto de precio generalizado

Cuando un agente desea trasladarse desde un punto a otro no sólo considera cuánto le va a costar ese viaje, sino también el tiempo que tardará y las condiciones en las que va a realizar el trayecto. Entonces, resulta conveniente comenzar el análisis a partir de una sola variable que incluya todos los elementos que intervienen, dejando para estudios empíricos el análisis de la contribución particular de cada uno de los factores a la demanda de transporte (de Rus, *et al.*, 2003).

Esa variable, el precio generalizado (*g*), puede ser definido como la suma del valor monetario de todos los determinantes de la demanda de transporte para un individuo. Se utiliza el valor monetario como unidad común de medida porque permite una comparación interpersonal más objetiva.

La expresión más utilizada del precio generalizado (de Rus, *et al.*, 2003) es una combinación lineal de tres elementos: los componentes monetarios del viaje (*p*), el valor del tiempo total empleado en el mismo (*v.t*) y la valoración monetaria del resto de elementos cualitativos que intervienen en la decisión (θ):

$$g = p + v.t + \theta \tag{1}$$

El componente monetario o precio del viaje (*p*) incluye todos los pagos que debe hacer el usuario con el fin de trasladarse de un lugar a otro. El segundo componente (*v.t*) es el valor monetario del tiempo empleado en dicho viaje. Su importe se obtiene del producto del tiempo total invertido en el transporte por el valor de cada unidad de dicho tiempo. El valor unitario del tiempo (*v*) dependerá del coste de oportunidad de éste para cada usuario y suele asociarse al salario. El tercer componente del precio generalizado (θ) es la valoración monetaria de los aspectos cualitativos de éste. Un pasajero puede preferir un modo de transporte a otro por factores relacionados con la comodidad o la seguridad ofrecidas. Suele resultar muy difícil cuantificarlo de forma objetiva con el fin de poder hacer comparaciones válidas entre individuos, por lo que suelen omitirse en el análisis formal de la demanda de transporte.

3 Modelo de optimización individual

Las decisiones del consumidor con relación al transporte no sólo dependen de los precios y la renta, sino también del tiempo. Al aumentar el tiempo dedicado al trabajo, se incrementa la renta, pero también reduce el tiempo disponible para realizar otras actividades. El problema del consumidor consiste, por consiguiente, en asignar sus dotaciones de tiempo y renta con el fin de obtener la máxima utilidad posible.

La utilidad de cualquier individuo depende de las cantidades que consume de todos los bienes y servicios entre los que puede elegir (incluyendo el transporte), *U =U(x),* donde *x* es una cesta de *n* bienes o servicios $(x_1, x_2, \dots x_n)$, perfectamente divisibles cuyos precios son $(p_1, p_2, \dots p_n)$ respectivamente. El supuesto de la divisibilidad no presenta excesivas dificultades para la mayoría de los bienes (si los medimos, por ejemplo, en kilogramos de comida, de ropa, etc.), pero no siempre resulta adecuado para las decisiones de transporte. En muchos casos estas decisiones tienen carácter discreto (utilizar o no un determinado medio de transporte, una ruta concreta, etc.), haciendo más difícil su tratamiento formal. Para evitar esta dificultad y simplificar el análisis supondremos por ahora que x es una magnitud divisible en unidades más pequeñas incluso para el transporte (toneladas-kilómetro o pasajeros-kilómetro transportados), aunque no siempre se trate de valores continuos (viajes realizados).

La elección entre cestas se enfrenta a dos limitaciones. En primer lugar, existe una restricción presupuestaria: el gasto monetario en consumo no puede superar la renta total disponible, $x_1 p_1 + x_2\, p_2\, + \cdots x_n\, p_n \leq m$, donde *m* suele descomponerse en una parte fija m_0 (por ejemplo, rentas no salariales) y una parte proporcional al tiempo de trabajo vt donde *v* representa el valor unitario del tiempo. En este artículo, se considera en este artículo que se consume toda la renta total disponible, por lo tanto la restricción presupuestaria, $x_1 p_1 + x_2\, p_2\, + \cdots x_n\, p_n = m$ En segundo lugar, el individuo también se enfrenta a una restricción sobre su dotación total de tiempo, T (por ejemplo, 24 horas al día), ya que debe distribuirlo entre el trabajo y el consumo: $T = t_1 + t_2\, + \cdots t_n + t_w$, donde t_i. es el tiempo requerido para consumir o realizar cada unidad de la actividad *i*.

El problema de elección del consumidor consiste por tanto en resolver:

$$Max_x\, U(x) \qquad s.a. \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i\, p_i = m_0 + v\, t_w & (2) \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} t_i\, x_i + t_w = T & (3) \\ x_1 \geq 0, x_2\, \geq 0, \ldots x_n \geq 0, U \geq 0 \end{cases}$$

De la restricción (3) se obtiene la expresión del tiempo destinado al trabajo: $t_w = T - \sum_{i=1}^{n} t_i\, x_i$.

Reemplazando t_w en (2): $\sum_{i=1}^{n} x_i\, p_i = m_0 + v\,(T - \sum_{i=1}^{n} t_i\, x_i)$

Reagrupando términos se obtiene: $\sum_{i=1}^{n}\, (p_i\, + v\, t_i)x_i\, = m_0 + v\, T$ que es una restricción total, completa o generalizada que refleja todas las limitaciones monetarias y de tiempo que condicionan la decisión individual, donde $g_i = p_i\, + v\, t_i$ representa el precio generalizado del bien i para $\theta = 0$ mientras que $m = m_0 + v\, T$ es la renta generalizada del consumidor, es decir, la renta que éste obtendría (junto con la renta no salarial) si todo su tiempo estuviera dedicado al trabajo.

Finalmente, el modelo a optimizar es:

$$Max_x\, U(x) \qquad s.a. \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (p_i + vt_i)x_i\, = m_0 + v\, T \\ x_1 \geq 0, x_2\, \geq 0, \ldots x_n \geq 0, U \geq 0 \end{cases}$$

En adelante plantearemos el problema de maximización de la utilidad para el caso de dos variables, es decir para $x = (x_1, x_2)$, ya que facilita el análisis geométrico de elección individual, es decir:

$$Max_x\, U(x_1, x_2) \qquad s.a. \begin{cases} (p_1 + vt_1)x_1\, + (p_2 + vt_2)x_2\, = m \\ x_1 \geq 0, x_2\, \geq 0, U \geq 0 \end{cases}$$

Para obtener la solución del problema de optimización se considera la Función de Lagrange:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) + \lambda\,(m - (p_1\, + v\, t_1)x_1 - \,(p_2\, + v\, t_2)x_2)$$

El parámetro λ se denomina el multiplicador de Lagrange y puede interpretarse como la utilidad marginal de la renta del individuo, $\lambda = \frac{dU}{dm}$.

Las condiciones de primer orden asociadas a la maximización son:

$$\begin{cases} L_{x_1} = U_{x_1} - \lambda\big(p_1\, + v\, t_1\big) = 0 \\ L_{x_2} = U_{x_2} - \lambda\big(p_2\, + v\, t_2\big) = 0 \\ m - \big(p_1\, + v\, t_1\big)x_1 - \,\big(p_2\, + v\, t_2\big)x_2 = 0 \end{cases}$$

Despejando λ de las dos primeras ecuaciones e igualando, obtenemos la condición óptima de equilibrio que representa la elección óptima del consumidor:

$$\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}} = \frac{p_1 + v\, t_1}{p_2 + v\, t_2} = \frac{g_1}{g_2} \qquad (4)$$

El cociente de utilidades marginales en el lado izquierdo de esta expresión es la llamada relación marginal de sustitución entre x_1 y x_2 y refleja la tasa a la que el individuo *está dispuesto* a sacrificar unidades de un bien por una unidad del otro. El lado derecho es el cociente de precios generalizados y recoge la tasa a la que el individuo *debe* sacrificar dichas unidades. La expresión (4) indica que para maximizar su utilidad, el individuo debe determinar las cantidades consumidas de x_1 y x_2 de manera que ambas tasas coincidan.

Despejando x_2 de la restricción se obtiene $x_2 = \frac{m}{g_2} - \frac{g_1}{g_2} x_1$, que geométricamente representa la recta de posibilidades de consumo, empleando toda la renta total disponible.

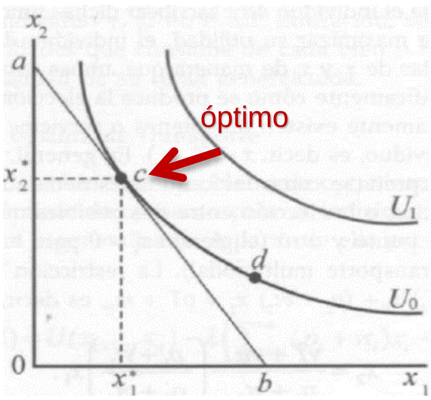


Figura 1. Óptimo
Fuente: Elaboración propia.

El punto a, (Figura 1) corresponde al mayor consumo posible de x_1 si el individuo no consume nada de x_2. La pendiente viene dada por el opuesto del cociente de precios generalizados $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{g_1}{g_2}$.

Las curvas de indiferencia $U = K$ reflejan niveles de utilidad para distintas cantidades consumidas de (x_1, x_2). Cada curva de indiferencia se forma con todas las cestas de consumo que proporcionan la misma satisfacción a un consumidor (por ejemplo, *c* y *d* en U_0).

La pendiente de una curva de indiferencia $(\frac{dx_2}{dx_1})$ en cualquier punto coincide con la relación marginal de sustitución.

Para comprobarlo, basta con diferenciar ambos miembros una curva de indiferencia $U = K$, quedando $dU = U_{x_1} dx_1 + U_{x_2} dx_2 = 0$ de donde queda que $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{U_{x_1}}{U_{x_2}}$.

Gráficamente, si el consumidor desea alcanzar la máxima utilidad posible dentro del nivel de gasto generalizado que le permite su restricción deberá situarse en la curva de indiferencia más alejada posible del origen que sea compatible con éste. En el punto c, donde se igualan las pendientes de las curvas de indiferencia y de la restricción generalizada, se satisface dicha condición. El punto de equilibrio *c* determina las cantidades óptimas consumidas de ambos bienes o servicios sin que resulte posible obtener más utilidad (con ese nivel de gasto) fuera de dicho punto. Indirectamente, también determina los tiempos totales invertidos en el consumo de cada actividad: $T_1 = t_1 x_1^*$ y $T_2 = t_2 x_2^*$, el tiempo dedicado al trabajo $t_w^* = T - t_1 x_1^* - t_2 x_2^*$ y la renta salarial obtenida $v\ t_w^*$.

4 Estudio del modelo con un panel interactivo

En el área matemática, la incorporación de diferentes herramientas tecnológicas, ha cobrado particular preponderancia, debido a su potencialidad en la visualización y velocidad en el cálculo debido a que promueven una mejor comprensión de conceptos matemáticos y sirven de apoyo al trabajo en clase como motivadores del estudio autónomo por parte de los alumnos (Santos Marín, *et al*., 2005).

Las TIC suponen una gran ayuda al docente en las clases debido a que permiten el acceso a una amplia información y recursos en muchas ocasiones de acceso abierto lo cual permite al docente ahorrar tiempo y ganar flexibilidad en sus clases. Los docentes, han incorporado gradualmente dichas herramientas con el objetivo de desarrollar las clases en forma más dinámica. Los alumnos podrán explorar conceptos usando ejemplos interactivos, ofrecer hipótesis de resultados y validar su trabajo, pasando de la intuición a la construcción de conceptos.

Se empleará como recurso didáctico Documentos de Formato Computable (CDF) desarrollados con *Wolfram Language* del *Mathematica*, que es un lenguaje de programación muy potente y versátil, con múltiples funciones computacionales y de programación, adecuados para generar CDF. Con la adopción de este tipo de tecnología es posible elaborar presentaciones interactivas para explorar situaciones hipotéticas, manipular resultados por medio de cuadros dinámicos que funcionan computacionalmente en tiempo real. Además, los CDF generados por *Mathematica* pueden distribuirse gratuitamente siempre y cuando el contenido en sí mismo sea gratuito o de dominio público.

Con el objetivo de poder realizar cambios en los parámetros del modelo, se desarrolló un panel interactivo para optimizar una función de utilidad de tipo Cobb Douglas sujeta una restricción generalizada que que refleja todas las limitaciones monetarias y de tiempo. Dicho panel permite modificar todos los parámetros del problema y muestra gráficamente el óptimo. Además, se visualiza el problema a resolver y tablas con los valores óptimos de las variables *U*, x_1 y x_2, como así también los tiempos óptimos dedicados a cada actividad.

4.1 Caso 1. Situación inicial

Suponga que la utilidad de un individuo representativo de la población de una ciudad depende únicamente de su consumo diario de una canasta de bienes, es decir, $U(x_1, x_2) = x_1^{0.5}\ x_2^{0.5}$ donde x_1 representa las unidades de transporte (viajes en tn/km) y x_2 las unidades del resto de bienes y servicios consumidos. Si \$10 y \$5 son los precios respectivos de estos bienes, y 15 y 30 minutos es el tiempo que se invierte en consumir cada unidad respectivamente. Plantee formalmente y resuelva el problema de maximización de la utilidad con dicha restricción. Considere que el tiempo total disponible es 24 horas, y que el valor unitario del tiempo es \$15 por hora. No recibe ingresos no salariales (m_0=0).

En primer lugar, planteamos formalmente el problema:

$$Máx\ \ U(x_1, x_2) = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$$
$$s.a.\ (10 + 15\,.\,0{,}25)x_1 + \ (5 + 15\,.\ 0{,}5)x_2 = 0 + 15\,.\,24$$
$$x_1 \geq 0, x_2\ \geq 0, U \geq 0$$

Para resolver el problema, utilizaremos el panel CDF desarrollado (Figura 2).

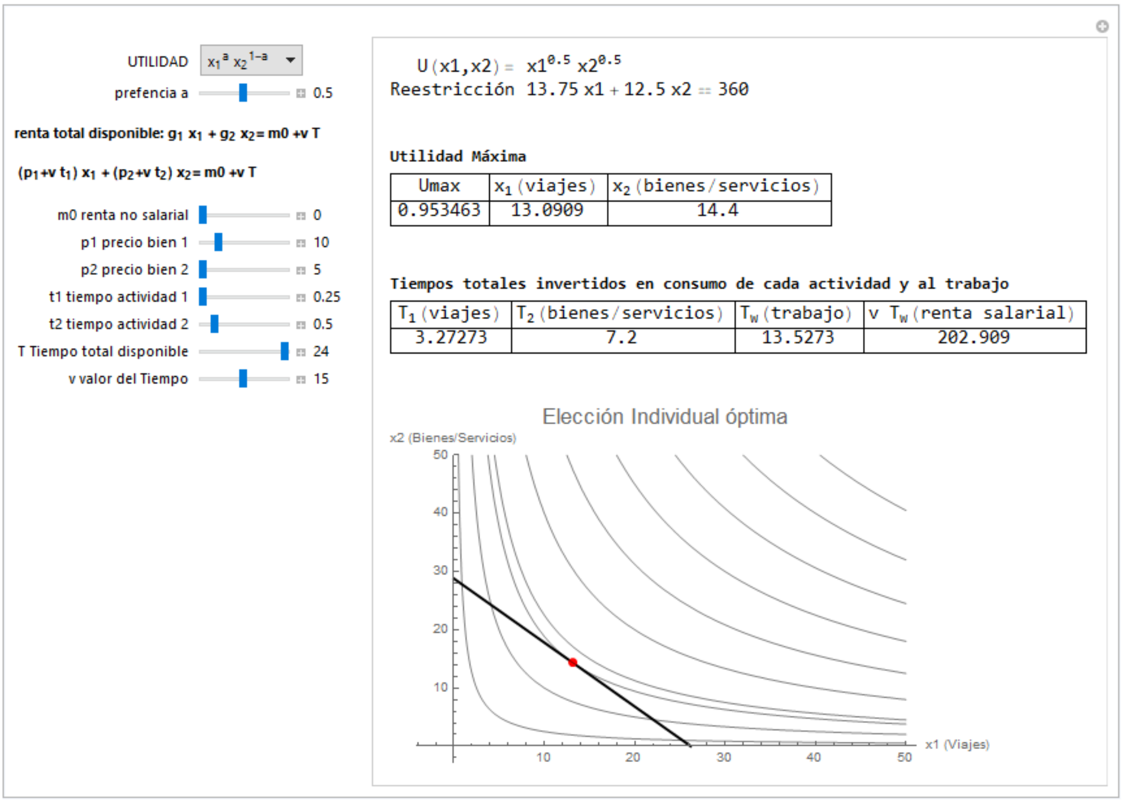
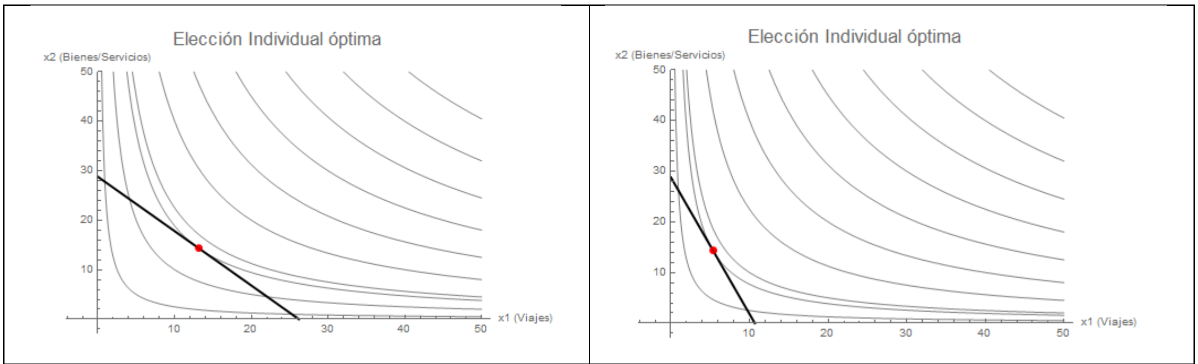


Figura 2. Caso 1
Fuente: Elaboración propia

Con este panel, se puede observar gráficamente y analíticamente la resolución del problema.

4.2 Caso 2. Análisis de sensibilidad asociado a la modificación del precio generalizado

Supongamos que aumenta el precio del precio del transporte a \$30 (Figura 3).



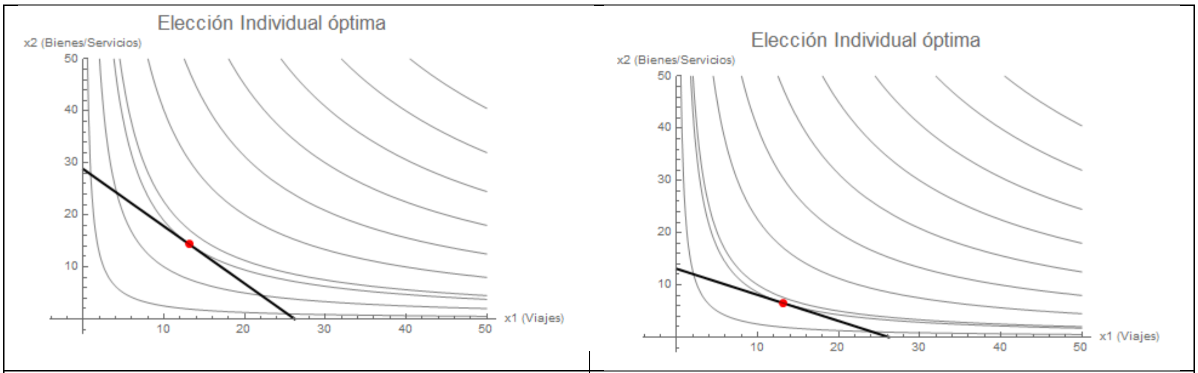
$p_1 = 10$	$p_1 = 30$

Figura 3. Caso 2.1
Fuente: Elaboración propia

A partir de los resultados anteriores es inmediato observar que cualquier modificación en el cociente de precios relativos altera la pendiente de la restricción generalizada ($x_2 = \frac{m}{g_2} - \frac{g_1}{g_2} x_1$) a la que se enfrenta el consumidor.

Si aumenta g_1 (p_1 o t_1) el consumo del bien x_1 resulta relativamente más caro (en términos de precio o tiempo), por lo que, sin modificarse la ordenada de la recta que representa la restricción generalizada, disminuye su abscisa provocando un área de consumo menor.

En forma similar, si aumenta g_2 (p_2 o t_2) el consumo del bien x_2 resulta relativamente más caro (en términos de precio o tiempo), por lo que, se modifica la ordenada de la restricción generalizada mientras que la abscisa es la misma (Figura 4). El área de consumo también es menor como en el caso anterior.



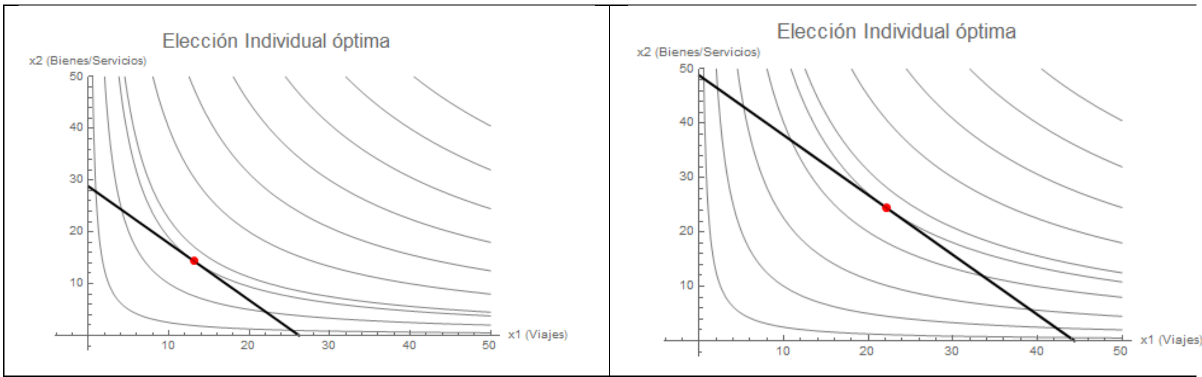
$p_2 = 5$	$p_2 = 20$

Figura 4. Caso 2.2
Fuente: Elaboración propia

Si p_i o t_i. cambian en direcciones diferentes, su efecto sobre la pendiente resulta difícil de determinar.

4.3 Caso 3. Análisis de sensibilidad ante cambios en la renta generalizada

Por otra parte, el efecto sobre el consumo de cambios en la renta generalizada (*m*) es diferente dependiendo de la fuente que genere dicho cambio: la renta no salarial o el valor del tiempo. Si aumenta (disminuye) la renta no salarial, m_0, la restricción generalizada ($x_2 = \frac{m}{g_2} - \frac{g_1}{g_2}x_1$) se desplaza paralelamente hacia el exterior (interior), aumentando (disminuyendo) proporcionalmente las oportunidades de consumo (Figura 5).



$m_0 = 0$	$m_0 = 250$

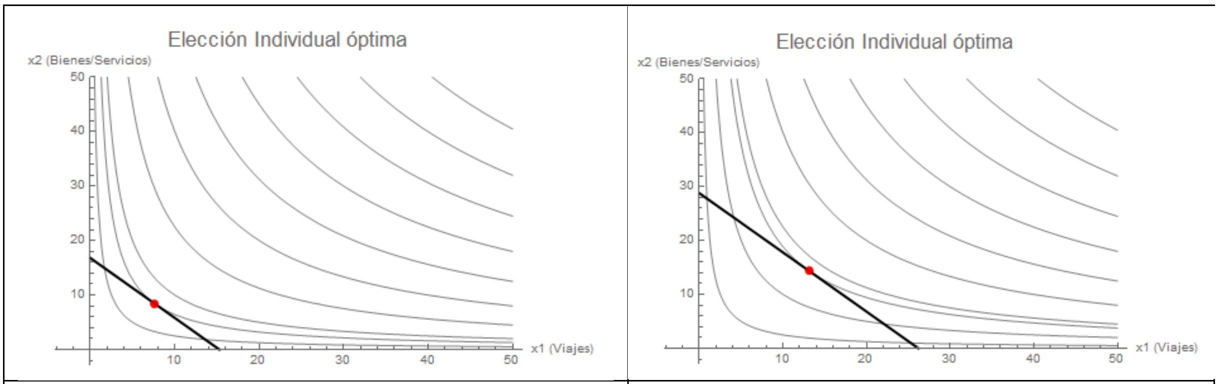
Figura 5. Caso 3
Fuente: Elaboración propia

4.4 Caso 4. Análisis de sensibilidad ante cambios en la disponibilidad de tiempo

Con respecto a la disponibilidad total de tiempo *T* resulta primero conveniente usar la simplificación $m_0 = 0$ y rescribir la restricción generalizada como:

$$x_2 = \frac{vT}{p_2+vt_2} - \left(\frac{p_1+vt_1}{p_2+vt_2}\right)x_1 \tag{5}$$

Esta expresión muestra que cuando aumenta el tiempo total disponible, también aumenta la ordenada de la restricción (como ocurría al cambiar m_0), ya que el numerador del cociente que la define es más grande (Figura 6).



$T = 14$	$T = 24$

Figura 6. Caso 4
Fuente: Elaboración propia

5 Conclusiones

La utilización de herramientas estudiadas en las materias del área matemática en problemáticas concretas genera un incentivo a los alumnos porque descubren aplicaciones relevantes e inmediatas asociadas al ejercicio profesional. Mostrar a los alumnos la diversidad de modelos económicos de optimización con restricciones extenderá la conexión entre las materias herramentales con las de aplicación.

El empleo de paneles interactivos, en particular los de formato CDF, ofrece muchas posibilidades. En primer lugar, los mismos pueden ser utilizados sin conexión a internet, además son fácilmente transportables y se pueden utilizar en forma gratuita con el uso de un programa de soporte. Además, la posibilidad de realizar representaciones interactivas ha mostrado resultados muy favorables en la enseñanza-aprendizaje de ciertos contenidos de Cálculo. Las mismas podrán ser incorporadas fácilmente por los docentes en ejercicios que les permitan a los alumnos explorar el funcionamiento del modelo y reflexionar respecto a las conclusiones realizadas. Además, es posible realizar visualizaciones online en plataformas virtuales de enseñanza.

En particular, en el modelo presentado resulta novedosa la introducción del tiempo disponible como restricción y el valor del tiempo perdido en viajar y en realizar otras actividades, como contracara del tiempo destinado a trabajar y generar ingresos.

En sucesivos trabajos se realizarán ampliaciones del panel programado, para otorgar la posibilidad de cambiar la función de utilidad, agregar restricciones, entre otras cosas.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Facultad de Ciencias Económicas y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

Bibliografía

Allen, R. G.D. (1960). *Mathematical Economics*. New York, Macmillan & Co. Ltd.

Apostol, T. (1999). *Calculus*. Volumen 2, México, Reverté S.A.

Balbás De La Corte, A.; Gil Fana, J.A.; Gutiérrez Valdeón, S. (1991). *Análisis Matemático para la Economía I. Cálculo diferencial*. Madrid, AC, Thomson.

Carrillo De Albornoz Torres, A., Llamas Centeno, I. (2005). *Mathematica 5. Aplicaciones para PC.* México, Alfaomega, S.A.

Castillo, E.; Iglesias, A.; Gutiérrez, J.; Alvarez, E.; Cobo, A. (1996). *Mathematica*. Madrid, Paraninfo.

Chiang, A. (1999). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. México, Editorial McGraw-Hill.

Córdoba Gómez, F.J. (2014). "Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas: ¿qué creen los estudiantes?". *Actas Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Artículo 1571.

de Rus, G.; Campos, J; Nombela, G. (2003). *Economía del transporte*. Barcelona, Antoni Bosch.

Pizarro, R.A. (2009). *Las TIC en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos*. Tesis de Magíster en Tecnología Informática Aplicada en Educación. La Plata: Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Informática.

*Santos Marín, N.; Ramírez García, E.; Ortega Díaz, R.; Torres Alfonso, A. (2005). "*Utilización de las nuevas tecnologías de la comunicación y la información en la enseñanza de la matemática en la educación superior*". Actas CIVE 2005 Congreso Internacional Virtual de Educación.*

Troparevsky, M.; Garcia, R. (1997). *Matemática con Mathematica*. Buenos Aires, Nueva *Librería.*

Wolfram, S. (2016). *An Elementary Introduction to the Wolfram Language*. Wolfram Media Inc, Nueva York.

131 UN ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DINÁMICA DE LAS EXPECTATIVAS ADAPTATIVAS EN MERCADOS DE COMPETENCIA IMPERFECTA

Fajfar, Pablo Francisco – Angelelli, Ana Beatriz
Facultad de Ciencias Económicas, UBA y UAI – Facultad de Ciencias Económicas, UNCuyo
pffajfar@yahoo.com.ar – abetyang@hotmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Estabilidad del equilibrio de mercado, Expectativas adaptativas, Competencia imperfecta, Funciones de reacción.

Resumen

El objetivo principal del presente trabajo será exponer los problemas de estabilidad dinámica en los procesos de ajustes de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos. Utilizando ecuaciones y sistemas de ecuaciones en diferencia se demostrará que las funciones de reacción resultantes de la maximización de beneficios de las firmas conllevan a estructuras dinámicas oscilantes. Formalmente, los precios fluctúan de manera permanente entre valores de excesos de oferta y de demanda. Este hecho resulta paradójico, toda vez que, ante las mismas condiciones de formación de expectativas el mercado es estable si el número de firmas es indeterminado (competencia perfecta). El trabajo se divide en cuatro partes. En la primera se presenta el modelo tradicional de ajuste de precios en condiciones de expectativas adaptativas bajo los supuestos de competencia perfecta. En este se demuestra que las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo el cumplimiento de ciertos requisitos paramétricos. En la segunda se presentan los problemas de estabilidad en mercados no competitivos. Aquí se demuestra que cuando el número de firmas es finito y superior a dos el proceso de ajuste hacia el equilibrio resulta inestable. En la tercera se presenta una medida remedial para garantizar la estabilidad del problema planteado anteriormente y en la cuarta las conclusiones.

I. Introducción

Gran parte de las decisiones económicas están sujetas a las expectativas acerca del futuro. Cuando un productor agropecuario se decide por sembrar soja y no trigo, lo hace porque la expectativa del precio de venta futura de la soja es superior a la del trigo. Asimismo, cuando un consumidor decide ahorrar parte de sus ingresos en el activo financiero A y no B lo hace porque la expectativa sobre la rentabilidad esperada del primero es superior a la del segundo.

La modelización de los procesos de toma de decisiones basados en expectativas suele ser tratada mediante mecanismos adaptativos. En estos, se supone que, para periodos relativamente cortos entre la toma de la decisión y el resultado de la misma, la expectativa subjetiva que se tiene sobre el futuro valor de una variable es semejante al del presente. Un ejemplo de ello puede vislumbrarse en el mercado de cambios. En este, el precio esperado de apertura en el valor de la divisa suele ser el mismo que el del cierre del período anterior. Del mismo modo, la inflación esperada entre un mes y otro suele aproximarse a la del periodo precedente.

Una de las principales aplicaciones del proceso de formación de expectativas está en la determinación del precio de equilibrio de mercado. En este, se supone que la cantidad ofrecida en un mercado es función del precio esperado en el período anterior. Formalmente, las decisiones de producción se forman en un periodo anterior al de las ventas, para lo cual, es necesario conjeturar cual será el precio de venta para un periodo posterior. Cuando las decisiones de producción y ventas ocurren en lapsos relativamente cortos, las expectativas adaptativas suponen que el precio esperado de venta de un producto es similar al de un periodo anterior. Mediante este mecanismo, todo mercado que funcione de manera competitiva tiene garantizado un precio de equilibrio que resulta dinámicamente estable bajo ciertos requisitos.

Una gran limitación del proceso de ajuste de precios y cantidades bajo los supuestos de expectativas adaptativas es que, si bien se garantizan las condiciones de estabilidad en condiciones de competencia perfecta, no ocurre lo mismo bajo competencia imperfecta. Formalmente, cuando el número de empresas que componen un mercado es finito, las condiciones de estabilidad del precio de equilibrio no se cumplen. Las dinámicas de ajuste de las cantidades en dichos mercados resultan ser funciones de reacción inestables que oscilan de manera permanente entre precios de exceso de oferta y de demanda. Este hecho resulta paradójico toda vez que siendo indeterminado el número de firmas (competencia perfecta) las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo ciertos requisitos.

Para remediar el problema de inestabilidad del proceso de ajuste de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos, es necesario incluir un mecanismo inercial en la dinámica de ajuste. En este, se les permite a las empresas ajustar su producción solo en ciertos períodos. Es decir, las funciones de reacción pasan a ser activas solo en ciertos periodos de tiempo.

El objetivo principal del presente trabajo será exponer los problemas de estabilidad dinámica en los procesos de ajustes de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos. Utilizando ecuaciones y sistemas de ecuaciones en diferencia se demostrará que las funciones de reacción resultantes de la maximización de beneficios de las firmas conllevan a estructuras dinámicas oscilantes. Formalmente, los precios fluctúan de manera permanente entre valores de excesos de oferta y de demanda. Este hecho resulta paradójico, toda vez que, ante las mismas condiciones de formación de expectativas el mercado es estable si el número de firmas es indeterminado (competencia perfecta). El trabajo se divide en cuatro partes. En la primera se presenta el modelo tradicional de ajuste de precios en condiciones de expectativas adaptativas bajo los supuestos de competencia perfecta. En este se demuestra que las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo el cumplimiento de ciertos requisitos paramétricos. En la segunda se presentan los problemas de estabilidad en mercados no competitivos. Aquí se demuestra que cuando el número de firmas es finito y superior a dos el proceso de ajuste hacia el equilibrio resulta inestable. En la tercera se presenta una medida remedial para garantizar la estabilidad del problema planteado anteriormente y en la cuarta las conclusiones.

II. El modelo tradicional: el mercado en competencia perfecta.

Considérese las siguientes funciones de demanda y oferta de un mercado perfectamente competitivo:

$$Q_t^d = a_0 - a_1 P_t \qquad (1)$$

$$Q_t^s = b_0 + b_1 P_t^e = b_0 + b_1 P_{t-1} \qquad (2)$$

donde P_t^e es el precio esperado para el período actual, esto es, la expectativa que se tenía en el período $t-1$ para el precio en el período t. Bajo el supuesto de expectativas adaptativas se supone que el precio esperado de venta de un producto es similar al de un periodo anterior, de aquí: $P_t^e = P_{t-1}$. Adicionalmente $a_0, a_1, b_1 \in R_+ \quad y \quad b_0 \in R_-$.

La condición para que los planes sean realizables implica que el mercado se vacíe, esto es: $Q_t^d = Q_t^s$.

De acuerdo a lo expuesto, llegamos a una ecuación en diferencias de primer orden lineal, con un término independiente constante:

$$P_t + \frac{b_1}{a_1} P_{t-1} = \frac{a_0 - b_0}{a_1} \qquad (3)$$

cuyas soluciones homogénea y particular son:

$$P_t^h = C\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t \qquad (4)$$

$$P_t^p = \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} = P^* \qquad (5)$$

donde *C* es una constante arbitraria, y P_t^p es el precio que equilibra intertemporalmente el mercado.

La solución general queda definida como la suma de las soluciones homogénea y particular:

$$P_t = P_t^h + P_t^p = C\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t + \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} = C\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t + P^* \qquad (6)$$

en la cual, dado un valor inicial del precio en $t = 0$, se puede escribir:

$$P_t = (P_0 - P^*)\left(-\frac{b_1}{a_1}\right)^t + P^* \qquad (7)$$

siendo $(P_0 - P^*)$ la desviación del precio inicial respecto al de equilibrio.

De acuerdo a este último resultado, vemos que la trayectoria temporal del precio convergerá al precio de equilibrio intertemporal si y sólo si:

$$\left|-\frac{b_1}{a_1}\right| = \left|\frac{b_1}{a_1}\right| = \frac{|b_1|}{|a_1|} < 1 \Rightarrow |b_1| < |a_1| \qquad (8)$$

lo cual define la condición de estabilidad.

Como podrá notarse, el ajuste de precios basado en expectativas adaptativas resulta ser dinámicamente estable en contextos de competencia perfecta siempre que la sensibilidad cantidad - precio de la función de demanda sea mayor que la de la oferta.

III. El modelo de competencia imperfecta: los problemas de la estabilidad dinámica.

Considérese la siguiente relación precio – cantidad como función del número n de firmas que ofrecen sus productos en el mercado:

$$P_t = a - b\,Q_t = a - b\sum_{i=1}^{n} q_{it} \qquad (9)$$

En ésta, la cantidad ofertada en el mercado en el período t resulta de la suma de las cantidades ofrecidas por cada una de las firmas que ingresan al mercado. Se definirá la relación precio – cantidad de equilibrio de mercado (P^*, Q^*) como aquella que verifique:

$$P_t^* = a - b\,Q_t^* = a - b\sum_{i=1}^{n} q_{it}^* \qquad (10)$$

Asumiendo que cada una de las firmas posee una estructura de costos simétrica $C(q_{it}) = c\,q_{it}$, donde c representa el costo marginal, la función de beneficios esperados de la firma j en el período t quedará definida como:

$$\pi_{jt}^e(q_{jt}, q_{it}^e) = [P_t^e - c]\,q_{jt} = \left[a - bq_{jt} - b\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} q_{it}^e - c\right] q_{jt} \qquad (11).$$

La ecuación (11) expresa que el beneficio esperado de la firma j en el periodo t depende de la expectativa del precio que la firma tiene para el período corriente. Ahora bien, por tratarse de un mercado con un número finito y conocido de firmas (competencia imperfecta), dicha expectativa quedará plasmada en la cantidad que el resto de las firmas lleve al mercado (recuérdese que en el actual escenario el precio es función de la cantidad). Asumiendo el supuesto de expectativas adaptativas, las cantidades esperadas de la firma j acerca de las cantidades vendidas por sus rivales serán las mismas que las del periodo anterior. De esta forma la ecuación (11) podrá expresarse como:

$$\pi_{jt}^{e}(q_{jt}, q_{it}^{e}) = \left[a - bq_{jt} - b\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t-1} - c\right] q_{jt} \qquad (12).$$

A partir de esta última expresión, cada firma que participe del mercado deberá decidir la cantidad a producir y vender sobre la base de maximizar su beneficio esperado. Las condiciones de primer orden del problema planteado conllevan a derivar dicha expresión respecto a las cantidades a producir, e igualar a 0 estas derivadas. El resultado de dicho proceso confluirá en un conjunto de n funciones de reacción o mejor respuesta como la que se presenta a continuación:

$$q_{jt}^{MR} = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t-1} \qquad (13)$$

o bien:

$$q_{j\,t+1}^{MR} = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t} \qquad (14)$$

La expresión matricial de las n funciones de reacción puede representarse mediante la utilización de los operadores desplazamiento $(q_{t+1} = Eq_t)$ de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1t} \\ q_{2t} \\ \vdots \\ q_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(a-c)}{2b} \\ \frac{(a-c)}{2b} \\ \vdots \\ \frac{(a-c)}{2b} \end{bmatrix} \qquad (15)$$

La solución particular del sistema anteriormente planteado (Equilibrio de Nash – Cournot) es:

$$\begin{bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \\ \vdots \\ q_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(a-c)}{b(n+1)} \\ \frac{(a-c)}{b(n+1)} \\ \vdots \\ \frac{(a-c)}{b(n+1)} \end{bmatrix} \qquad (16)$$

siendo la oferta agregada de equilibrio intertemporal $Q^* = \sum_{i=1}^{n} q_i^* = n\frac{(a-c)}{b(n+1)}$.

Ahora bien, la solución homogénea del sistema que resulta de igualar el determinante de la matriz de operadores a cero;

$$\begin{vmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{vmatrix} = 0 \qquad (17)$$

arroja raíces fuera de la unidad. Este último hecho transforma la trayectoria temporal del sistema en inestable.[2] Formalmente, las trayectorias temporales de las cantidades – precios del modelo oscilan de manera permanente entre

[2] Sólo para el caso de dos firmas el sistema es dinámicamente estable $(|E| < 1)$.

valores de excesos de oferta y de demanda. A modo de ejemplo numérico de lo expuesto hasta el momento, considérese la siguiente relación de precio – cantidad para un mercado constituido por 7 firmas:

$$P_t = a - b\, Q_t = \max[100 - Q_t\,, 0] \qquad \text{tal que} \quad Q_t = \sum_{i=1}^{7} q_{it} \qquad (18)$$

Asumiendo que cada una de las firmas posee la siguiente estructura de costos $C(q_{it}) = 30\, q_{it}$, la función de reacción (o mejor respuesta) de la firma j resultante de la maximización de beneficios quedará definida como:

$$q_{j\,t+1}^{MR} = 35 - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{7} q_{i\,t} \qquad (19)$$

La expresión matricial de las 7 funciones de reacción puede representarse mediante la utilización de los operadores desplazamiento de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1t} \\ q_{2t} \\ \vdots \\ q_{7t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \\ \vdots \\ 35 \end{bmatrix} \qquad (20)$$

La solución particular del sistema anteriormente planteado (Equilibrio de Nash – Cournot) es:

$$\begin{bmatrix} q_1^* \\ q_2^* \\ \vdots \\ q_7^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.75 \\ 8.75 \\ \vdots \\ 8.75 \end{bmatrix} \qquad (21)$$

siendo la oferta agregada de equilibrio intertemporal $Q^* = \sum_{i=1}^{7} q_i^* = 61.25$.

Ahora bien, la solución homogénea del sistema que resulta de igualar el determinante de la matriz de operadores a cero;

$$\begin{vmatrix} E & 0.5 & \dots & 0.5 \\ 0.5 & E & \dots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \dots & E \end{vmatrix} = 0 \qquad (22)$$

arroja las siguientes raíces: $\{0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, -3\}$. Como podrá notarse, la trayectoria temporal de las cantidades ofertadas por las firmas (oferta agregada) oscilará entre precios de exceso de oferta y exceso de demanda de manera permanente, producto de la existencia de la raíz -3.

Las figuras 1 y 2 que a continuación se presentan muestran las cantidades ofertadas por las 7 firmas al mercado como función del tiempo, para una condición inicial de 35 y 70 unidades respectivamente para los primeros 35 períodos.

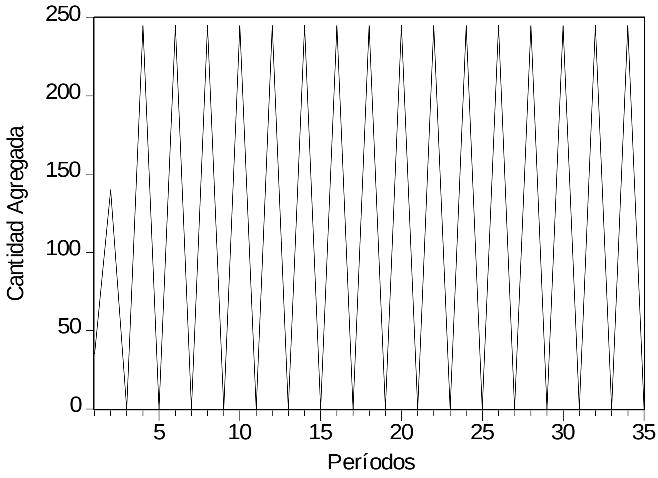


Figura 1. Cantidades ofertadas por las 7 firmas para una condición inicial de 35 unidades.

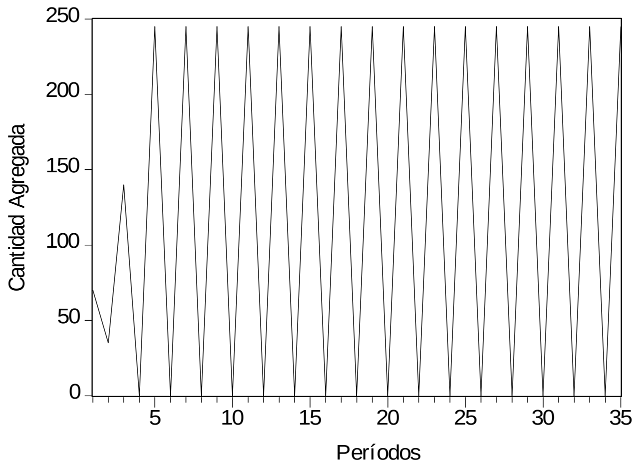


Figura 2. Cantidades ofertadas por las 7 firmas para una condición inicial de 70 unidades

Tal como demuestran las figuras, las cantidades ofrecidas oscilan de manera permanente por arriba y por debajo de las 61.25 unidades (cantidad de equilibrio del mercado). Este último hecho demuestra que la dinámica de ajuste de un mercado no competitivo bajo expectativas adaptativas resulta ser inestable.

IV. Medidas remediales para solucionar el problema de inestabilidad.

Para remediar el problema de inestabilidad del proceso de ajuste de precios y cantidades bajo expectativas adaptativas en mercados no competitivos, es necesario incluir un mecanismo inercial en la dinámica de ajuste. En este, se les permite a las empresas ajustar su producción solo en ciertos períodos. Es decir, las funciones de reacción pasan a ser activas solo en ciertos periodos de tiempo. Para ser precisos, la dinámica de ajuste de las cantidades producidas por las firmas pasará a ser ahora la siguiente:

$$q_{jt}^{MR} = \theta q_{j\,t-1} + (1-\theta)\left[\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} q_{i\,t-1}\right] \quad (23)$$

donde $\theta \in (0,1)$.

La ecuación (23) establece que en una proporción θ de veces, la cantidad producida por la empresa j en el período t es idéntica a la del período anterior (la función de reacción pasa a ser inactiva), mientras que en una proporción $(1-\theta)$ la cantidad producida responde a su función de reacción.

Para el caso de nuestro ejemplo de la sección anterior, la ecuación (23) quedará re expresada como:

$$q_{j\,t+1}^{MR} = \theta q_{j\,t} + (1-\theta)\left[35 - \frac{1}{2}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{7} q_{i\,t}\right] \quad (24)$$

Las raíces resultantes de calcular el determinante de la matriz de operadores que surge de (23) o (24) serán, en valor absoluto, siempre menores a 1, garantizándose así la convergencia al equilibrio de mercado.

Las figuras 3 y 4 que se muestran a continuación, muestran la trayectoria temporal de las cantidades producidas por las empresas a partir de una simulación de la ecuación (24) con $\theta = 0.8$ y $\theta = 0.9$ respectivamente.

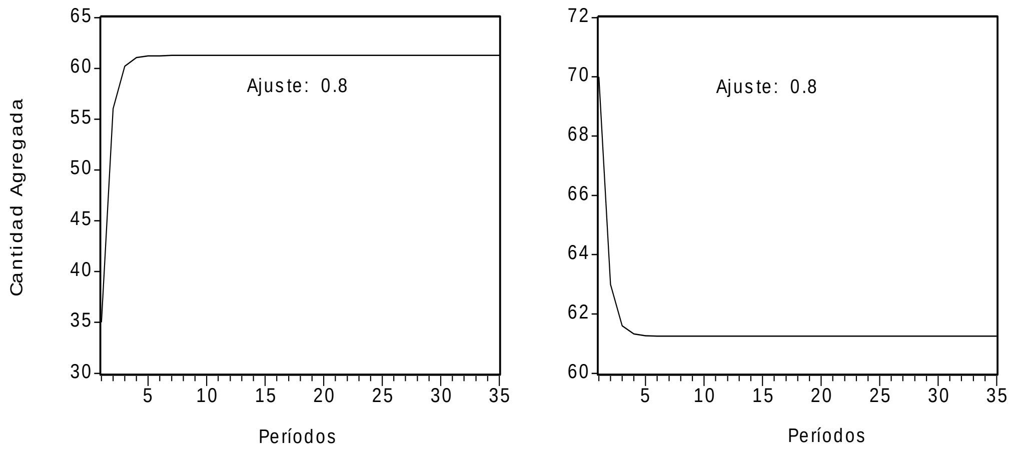


Figura 3. Cantidades ofrecidas por las 7 firmas para $\theta = 0.8$ con una condición inicial de 35 unidades (izquierda) y 70 unidades (derecha)

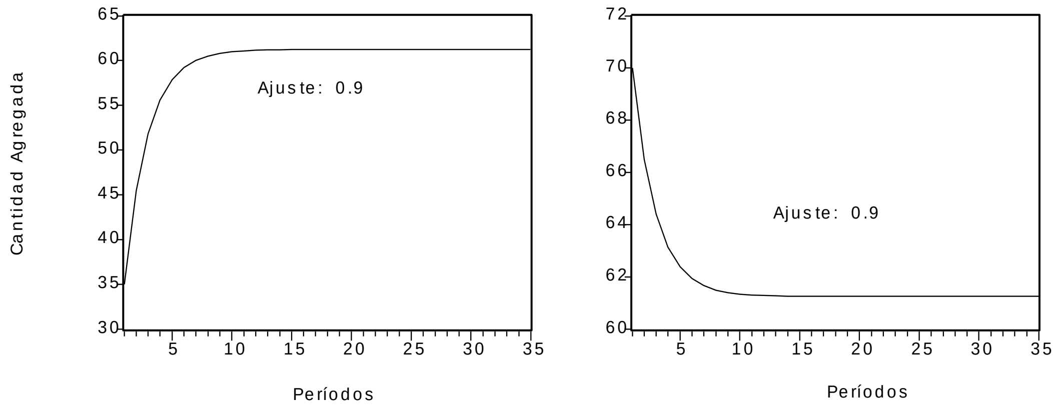


Figura 4. Cantidades ofrecidas por las 7 firmas para $\theta = 0.9$ con una condición inicial de 35 unidades (izquierda) y 70 unidades (derecha)

Como demuestran las figuras, las cantidades ofrecidas convergen de forma monótona a las 61.25 unidades (cantidad de equilibrio del mercado). Este último hecho demuestra que la dinámica de ajuste de un mercado bajo expectativas adaptativas resulta ser estable, luego de incorporar el mecanismo inercial dado por θ.

V. Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha estudiado el proceso de ajuste hacia las cantidades y precios de equilibrio de mercado bajo expectativas adaptativas, bajo los supuestos de competencia imperfecta. Partiendo del principio de maximización de beneficios de la firma representativa, se obtuvo un conjunto de funciones de reacción que responden a un sistema de ecuaciones en diferencias lineal de primer orden. Cada una de ellas establece que la cantidad vendida por la firma j en el período actual responde a la cantidad esperada que la misma tenía en el período anterior respecto a la cantidad vendida por sus rivales. Bajo este tipo de condiciones se ha demostrado que el sistema no converge a la solución de equilibrio intertemporal. Para esto último y utilizando el método de resolución de matriz de operadores, se obtuvieron raíces mayores a 1 en valor absoluto. Este hecho trajo aparejadas trayectorias temporales que oscilaban en cantidades – precios de excesos de oferta y de demanda. Dicho resultado suena paradójico toda vez que siendo indeterminado el número de firmas (competencia perfecta) las condiciones de estabilidad quedan siempre garantizadas bajo ciertos requisitos. Para remediar los problemas de estabilidad mencionados anteriormente se establecieron restricciones sobre la libertad de movimiento de las firmas. Formalmente, se incorporó un parámetro de ajuste inercial (θ) que impedía a las funciones de reacción ser activas de manera permanente. Las trayectorias temporales así encontradas resultaron ser convergentes hacia el equilibrio del mercado.

Referencias bibliográficas

Friedman, J. (1968). Reaction Functions and the Theory of Duopoly. The Review of Economic Studies XXXV, 201-208.

Rassenti, S.; Reynolds, S.; Smith, V.; Szidarovszky, F. (2000). Adaptation and convergence of behavior in repeated experimental Cournot games. Journal of Economic Behavior & Organization 41, 117-146.

Szidarovszky, F.; Rassenti, S.; Yen, J., (1994). The stability of the Cournot solution under adaptive expectation. International Review of Economic and Finance 3 (2).

151 DETECCIÓN DE ALUMNOS EN SITUACIÓN DE VULNERABILIDAD EDUCATIVA A PARTIR DE INDICADORES DE RENDIMIENTO ACADÉMICO EN INSTITUCIONES UNIVERSITARIAS

Devincenzi, Gustavo H.(1 y 2); Piccini, Analía M. (2 y 3); Bonaffini, María L (2); Giraudo, Marta B.(1 y 3)
(1)-Facultad de Ingeniería UNNE; (2)-Facultad de Ciencias Económicas UNNE; (3)-Facultad de Arquitectura UNNE
gdevin@ing.unne.edu.ar; grohde@eco.unne.edu.ar; mbonaffini@eco.unne.edu.ar;
martabvgiraudo@gmail.com; apapiccini@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Rendimiento Académico, Modelos matemáticos, vulnerabilidad, eficiencia, Índices.

Resumen

La Educación Superior es uno de los principales instrumentos para lograr una mejor calidad de vida en el desarrollo de las personas. Para su fortalecimiento se hace evidente la necesidad de evaluar o cuantificar los logros académicos de sus alumnos, ya sea en un tramo de la carrera o en la totalidad de la misma, para que esta información constituya el soporte de toda propuesta estratégica de optimización del nivel del egresado.
El objetivo de este trabajo fue detectar en forma temprana situaciones de vulnerabilidad en los alumnos de primer año de una unidad académica de la Universidad Nacional del Nordeste, que conlleven a una posible deserción o retraso en su carrera, partiendo de una zona crítica determinada en trabajos previos, y corroborando sus resultados con la aplicación de un modelo matemático (DEA), para medir la eficiencia de las cátedras, y con encuestas realizadas a los alumnos tratando la misma problemática.
Se abordó el estudio partiendo de trabajos previos realizados por este grupo de investigación en los cuales se determinó, a través de un Índice de Rendimiento Académico General, (RAG), una zona crítica que representa a los alumnos en situación de vulnerabilidad, para los que se sugiere intensificar programas de asistencia o apoyo, como los de acción tutorial, en el ámbito de su unidad académica.

1.- Introducción:

El estudio del rendimiento académico de los estudiantes universitarios presenta múltiples relaciones y complejidades. El mismo se viene analizando por los autores de este trabajo desde el año 2015, en el marco del Proyecto de Investigación denominado *Aplicación de Métodos Matemáticos para Evaluar la Eficiencia y la Vulnerabilidad de los Alumnos en los primeros años de Estudios Universitarios.*
Si se considera que en dicho rendimiento actúan variables subjetivas, históricas y sociales, entre otras, su expresión en las calificaciones obtenidas por el alumno lo identifican con objetividad, brindando un criterio de fiabilidad y validez con los índices calculados y analizados (Cascón, 2000 p.2).
En este trabajo se presentan los resultados de una investigación efectuada con el objeto de realizar un análisis de los resultados que arrojan los siguientes procesos:

1. El cálculo de un índice de Rendimiento Académico General, para detectar en forma temprana, situaciones de vulnerabilidad en los alumnos de primer año, que puedan llevarlos a una posible situación de abandono o retraso en sus estudios, partiendo de una zona critica del mismo, determinada en trabajos previos. (Devincenzi, Rohde, Bonaffini, Giraudo y Piccini, 2018).
2. Estos resultados se confrontan con la aplicación del modelo matemático DEA, utilizado para medir la eficiencia de las cátedras, para poder determinar aquellas en las que los alumnos presentan mayores dificultades.

3. En una tercera etapa, se validan los análisis anteriores realizados por este grupo de investigación, con lo observado en el resultado de la encuesta efectuada a los estudiantes de la unidad académica analizada, tratando de determinar la correlación entre los mismos.

El índice de Rendimiento Académico General (RAG), se seleccionó por su pertinencia para el análisis del objeto de estudio, de un modelo teórico de Luque y Sequi, (2002), realizando las modificaciones necesarias para su aplicación. El mismo está constituido por una suma ponderada de otros tres índices, el Rendimiento Integral de Regularidad, el de Aprobación y el de Logro Cognitivo.

Los mismos permiten observar y analizar, con un criterio objetivo, las variaciones en las calificaciones y en la condición de cada alumno, con respecto a un valor máximo teórico prefijado.

Para calcularlos se ha utilizado la base de datos que se encuentra en un Sistema de Información Universitaria (SIU Guaraní), desde el año 2005 hasta el 2018.

La otra herramienta utilizada es el modelo matemático DEA, orientado a los outputs, (salidas), considerando los rendimientos a escala constante (CCR), el cual constituye una técnica que utiliza la programación lineal para generar una frontera eficiente e indicadores relativos de eficiencia, en la población de la unidad académica estudiada (Grupo IMAGEN, 2015).

Con referencia a las encuestas realizadas a los alumnos, las mismas fueron diseñadas y procesadas por el grupo de investigación.

2.- Metodología:

Para realizar este trabajo se seleccionó, analizó y posteriormente se procesó la información disponible para el primer año de la carrera, considerando los alumnos de las cohortes desde el año 2005 hasta el año 2018 para el análisis del rendimiento académico, el mismo período para medir la eficiencia de las cátedras y el resultado de las encuestas a los alumnos efectuada en el año 2018, contrastando el resultado de las mismas, con la eficiencia de las cátedras y el RAG de ese último año.

Las asignaturas consideradas fueron las ocho que componen el primer año: Álgebra y Geometría, Análisis Matemático I, Sistemas de Representación (Módulo I), Fundamentos de Ingeniería, Análisis Matemático II, Física I, Química, Sistemas de Representación (Módulo II).

La información procesada fue extraída del Sistema de Gestión SIU-Guaraní de la Universidad Nacional del Nordeste.

Para realizar este trabajo, se partió del cálculo del RAG realizado en trabajos previos por este grupo (2018), donde se determinó la franja o intervalo de variación del mencionado índice, dentro del cual se encuentran los alumnos en situación de vulnerabilidad, con riesgo de abandonar sus estudios, y que deberían recibir acciones remediales/tutoriales.

Posteriormente se procedió a medir la eficiencia de las cátedras mediante el modelo matemático DEA, de todas las materias de primer año, para el mismo período, es decir 2005/2018.

Para finalizar, se realizaron las encuestas en el año 2019 a los alumnos que habían cursado en el 2018 las materias analizadas, y así corroborar la opinión de los mismos respecto de las que les demandaron mayor dificultad, teniendo la mirada docente y de los alumnos ante una misma problemática.

2.1.- Índice de Rendimiento Académico General

A partir de una metodología cuantitativa, se planteó la construcción y el estudio de índices, bajo el enfoque de investigación desarrollado desde la perspectiva teórica, destacando la importancia de la medición a través de procedimientos estadísticos.

El "Rendimiento Académico General (RAG)", se define en este trabajo, como el resultado de la suma ponderada de los índices parciales de Regularización (RIR), Aprobación (RIA) y Logro Cognitivo (LC). Para el mismo se consideró la siguiente ponderación:

$$RAG = 0.2\ RIR + 0.5\ RIA + 0.3\ LC$$

Este índice tiene un valor que varía entre 0 y 1, siendo "1" el de mayor rendimiento.

El cálculo del RAG en un estudio previo (3), permitió obtener una zona crítica, para cuya obtención se dividió la población total estudiada en dos grupos:

El propósito de esta división fue obtener dos conjuntos de alumnos, los que lograron graduarse en el tiempo promedio, y los que no lo hicieron. A partir de allí, se analizaron los valores de RAG obtenidos, con el objeto de verificar la validez del indicador para evidenciar esta diferencia de performance académica, y en particular, si se podían apreciar valores del mismo que pudieran servir para identificar alumnos en situación de abandono o de criticidad académica en el Grupo B.

En aquella investigación pudimos determinar que la franja de alumnos que se encontraban en situación de vulnerabilidad, no aprobando la cantidad de materias para la obtención del título en un tiempo superior a la media, tenían, en un 85%, valores de RAG por debajo de la media menos el desvío estándar.

Grupo (A): alumnos con RAG mayor al promedio menos la desviación estándar

Grupo (B): alumnos con RAG inferior al promedio más la desviación estándar

Con esos resultados, se procesó esta nueva población y se obtuvieron los dos Grupos de alumnos, cuyos valores estadísticos más significativos se muestran en la Tabla 1.

Tabla1. Presentación de la zona crítica a partir del cálculo del RAG y de la media aritmética más/menos desvío.

AÑOS ANALIZADOS	AÑO 2005	AÑO 2006	AÑO 2007	AÑO 2008	AÑO 2009	AÑO 2010	AÑO 2011	AÑO 2012	AÑO 2013	AÑO 2014	AÑO 2015	AÑO 2016	AÑO 2017	AÑO 2018
PROMEDIO-DESVIO-GRUPO B	0,21	0,18	0,20	0,22	0,20	0,17	0,27	0,29	0,23	0,20	0,25	0,19	0,22	0,14
PROMEDIO-DESVIO-GRUPO A	0,75	0,78	0,78	0,80	0,79	0,75	0,76	0,77	0,73	0,77	0,72	0,70	0,62	0,61
PROMEDIO + DESVÍO-GRUPO B	0,55	0,58	0,58	0,63	0,62	0,55	0,59	0,60	0,55	0,54	0,54	0,47	0,45	0,42
PROMEDIO + DESVÍO-GRUPO A	0,93	0,93	0,93	0,94	0,92	0,92	0,92	0,93	0,92	0,93	0,89	0,91	0,82	0,90
PERCENTIL 45	0,39	0,37	0,38	0,43	0,36	0,32	0,39	0,40	0,35	0,33	0,35	0,31	0,32	0,27
PERCENTIL 15	0,71	0,75	0,76	0,77	0,76	0,71	0,73	0,72	0,70	0,74	0,70	0,65	0,61	0,57

Se ha encontrado la barrera de alumnos de los grupos A y B, que necesitan asistencia tutorial para poder continuar sus estudios, considerando que este intervalo abarca los estudiantes que se encuentran enmarcados dentro de los percentiles 15 a 45 que hacen referencia a los RAG que van desde 0,40 a 0,80; estos percentiles se posicionan dentro del área demarcada por la media aritmética más el desvío y la media aritmética menos el desvío.

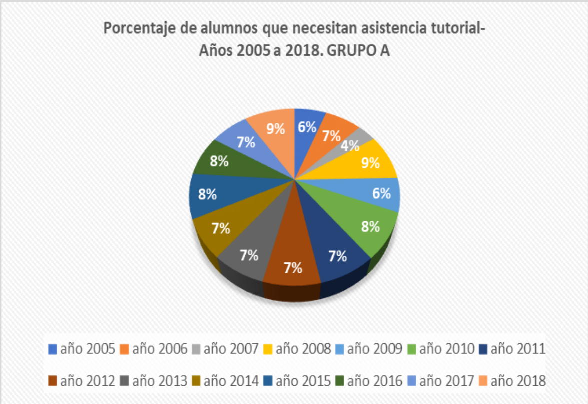


Gráfico 1. Determinación de la zona crítica a partir de la comparación de los RAG con la media aritmética más/menos desvío

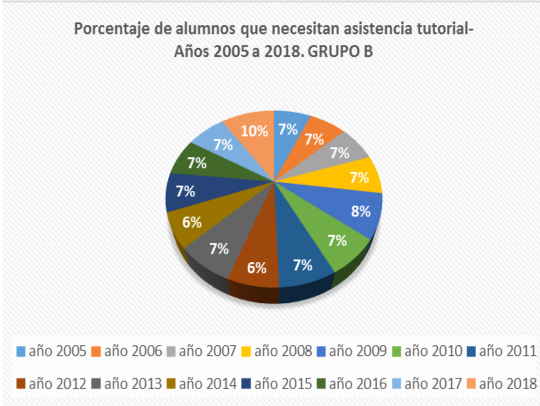


Gráfico 2. Determinación de la cantidad de alumnos que necesitan una acción remedial por cohorte y grupo analizado

Mediante el análisis de estos dos gráficos porcentuales se puede observar que en el año 2018, se presenta el mayor porcentaje de estudiantes que requieren de acción remedial.

2.2.- Análisis de la eficiencia de las asignaturas

Para esta investigación se realizó el corte al finalizar el cursado de cada una de las asignaturas. Se tomó como input (variable de entrada), la cantidad de alumnos inscriptos para cursar, y como outputs (variables de salida) la cantidad de estudiantes que regularizaron y la cantidad que promocionaron las materias (no se consideraron promociones / aprobaciones por equivalencia). En el análisis de la eficiencia se trabajó con el modelo matemático DEA, eligiendo la orientación a los outputs y considerando los rendimientos a escala constante (CCR).

Se realizó el análisis de las ocho asignaturas en el período comprendido entre 2005 y 2018, sin considerar los alumnos recursantes para el primer año (2005) de este estudio.

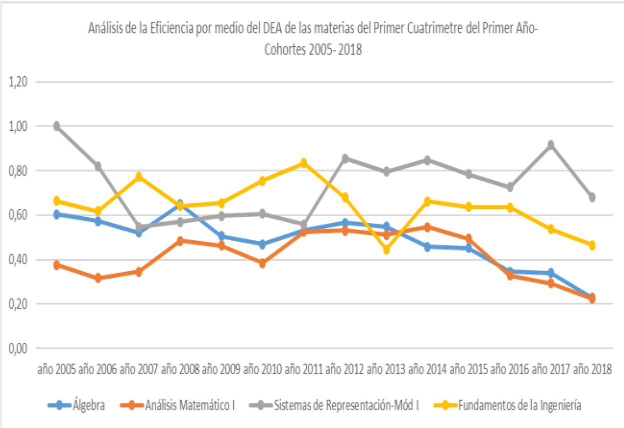
Para el procesamiento de estos datos se utilizó el Programa Microsoft Excel, en lenguaje VBA, con rutina desarrollada por el equipo.

Tabla2. Análisis de la eficiencia (DEA) de las materias correspondientes al primer año de la carrera

	año 2005	**año 2006**	**año 2007**	**año 2008**	**año 2009**	**año 2010**	**año 2011**	**año 2012**	**año 2013**	**año 2014**	**año 2015**	**año 2016**	**año 2017**	**año 2018**
Álgebra	0,60	0,57	0,52	0,65	0,50	0,47	0,53	0,57	0,55	0,46	0,45	0,34	0,34	0,23
Análisis Mat. I	0,38	0,32	0,35	0,48	0,46	0,38	0,53	0,53	0,51	0,55	0,49	0,33	0,29	0,22
Sistema de representación. Módulo I	1,00	0,82	0,55	0,57	0,60	0,61	0,56	0,86	0,79	0,85	0,78	0,73	0,92	0,68
Fundamentos de la ingeniería	0,66	0,62	0,77	0,64	0,65	0,75	0,83	0,68	0,45	0,66	0,64	0,63	0,54	0,46

Análisis Mat. II	0,81	0,89	0,96	0,58	0,84	0,69	0,66	0,74	0,79	0,91	0,79	0,80	0,93	0,50
Física I	0,95	0,96	0,99	1,00	1,00	0,99	1,00	0,88	0,96	1,00	0,86	0,89	0,84	0,93
Química	0,76	0,94	0,82	0,65	0,78	0,78	0,72	0,85	0,58	0,71	0,70	0,86	0,67	0,77
Sistema de Rep.- Módulo II	1,00	0,69	0,78	0,79	0,67	0,76	0,37	0,49	0,46	0,43	0,45	0,42	0,33	0,33

Se comparó dicha eficiencia por medio de gráficos de líneas, agrupando las materias del primer cuatrimestre y luego las del segundo, obteniéndose los siguientes resultados:



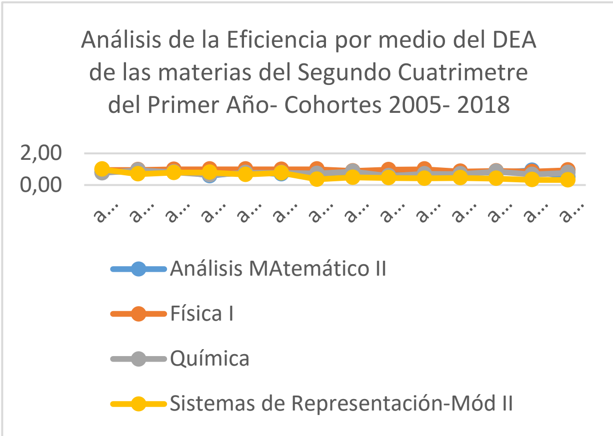


Gráfico 3. Determinación de la eficiencia (DEA) de las materias del primer y segundo cuatrimestre de las cohortes 2005-2018

Del análisis surge que, de las materias del primer cuatrimestre, aquellas relacionadas al campo abstracto o lógico formal: Álgebra y Geometría Analítica; Análisis Matemático I y Sistemas de Representación- Módulo I son las que demuestran un marcado descenso en los coeficientes que denotan la eficiencia.

Al considerar el segundo cuatrimestre, surge la misma conclusión con las materias de ese campo, en este caso Análisis Matemático II, Física I y Sistema de Representación- Módulo II.

2.3.- Encuesta a Alumnos:

Se encuestaron 141 alumnos donde se pudo determinar aquellas materias en las cuales los mismos tienen dificultades para su aprobación, según su propia opinión. Esta encuesta se realizó en el presente año (2019), a los alumnos que cursaron el primer año en el 2018.

Se observa en el **Gráfico 4** que más de 100 alumnos han aprobado todas las materias de primer año, informando que las materias que más dificultades les han ocasionado son Análisis Matemático I, Sistema de Representación I y Física I. En los tres casos mencionados, más del 50% lo admite.

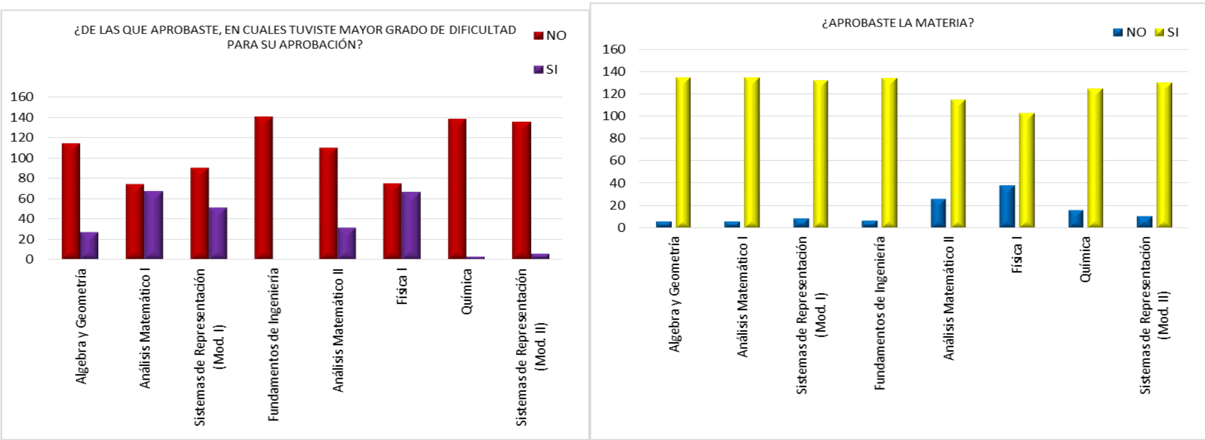


Gráfico 4. Análisis de la cantidad de materias aprobadas y del grado de dificultad que les ha provocado a los alumnos de la cohorte 2018

A raíz de estas preguntas realizadas se ha decidido indagar en sus hábitos de estudio, considerando la cantidad de horas semanales dedicadas al cursado y al estudio como así también los recursos utilizados para hacerlo:

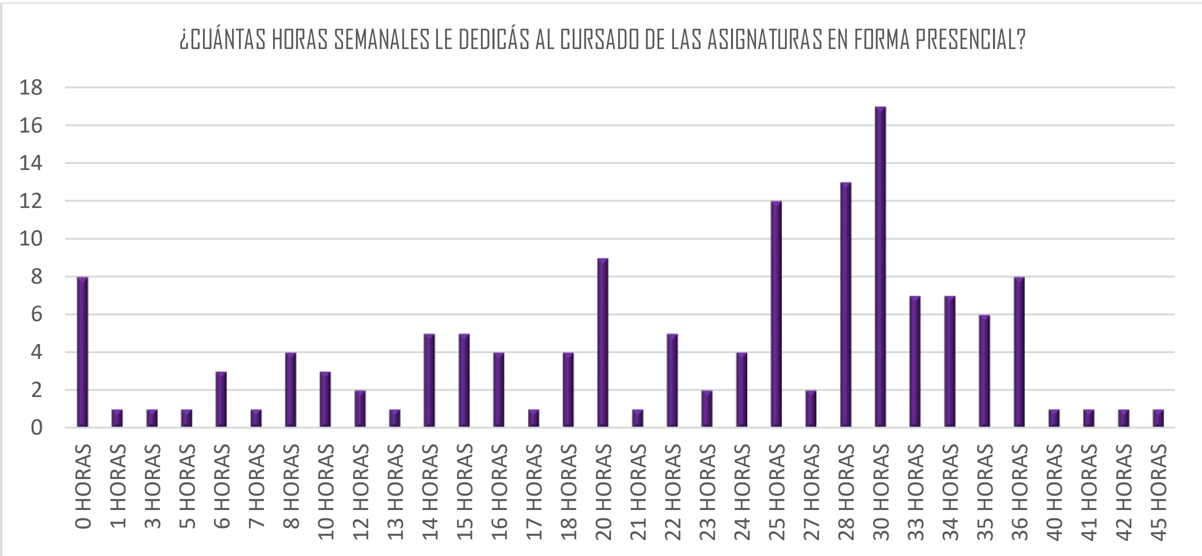


Gráfico 5. Análisis de la cantidad de horas semanales que le dedican al cursado de materias los alumnos de la cohorte 2018

En promedio, los alumnos dedican al cursado de las diferentes materias 23 horas semanales con una diferencia en más/menos de 10 horas aproximadamente.

Si se considera la cantidad de horas semanales que los estudiantes dedican al estudio se obtiene que, en promedio, lo hacen 21 horas, con un diferencia en más/ menos de 12 horas aproximadamente.

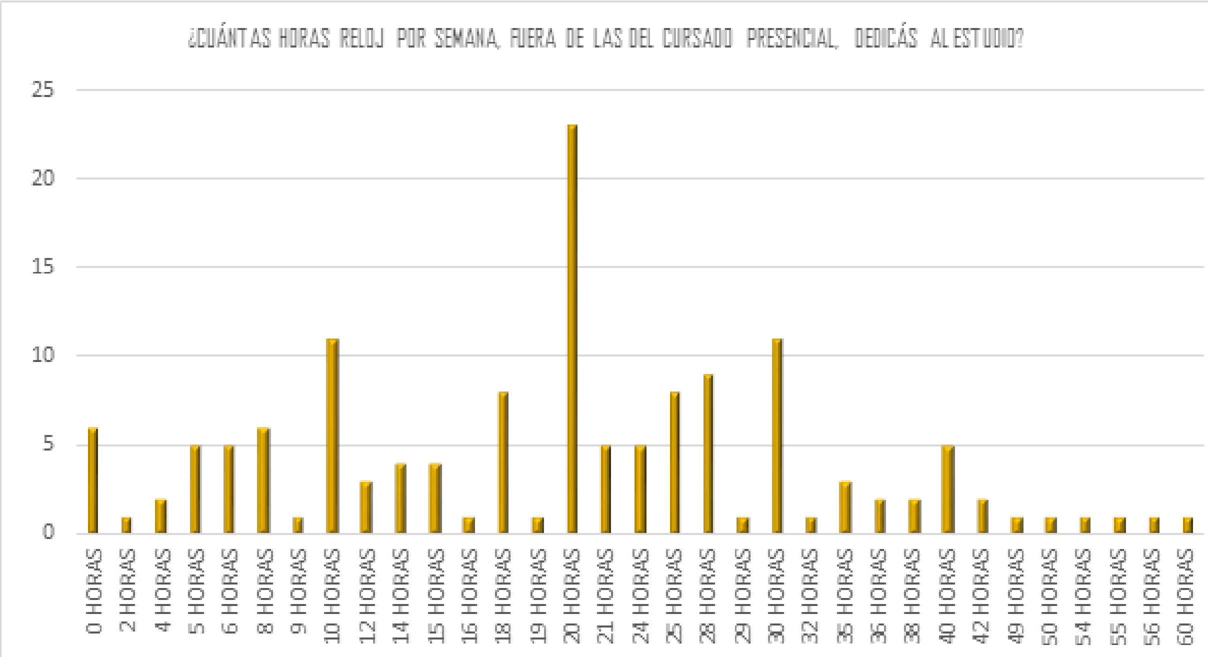


Gráfico 6. Análisis de la cantidad de horas semanales que le dedican al estudio de materias los alumnos de la cohorte 2018

Luego de analizar la cantidad de horas semanales que le dedican al estudio de las materias, se les preguntó sobre la realización de consultas a: material de estudio, a docentes, a tutores y sobre las materias que mayor dificultad les han causado, obteniéndose los siguientes resultados:

92 alumnos de los 141 no realizan las lecturas previas del material ofrecido por las diferentes cátedras.

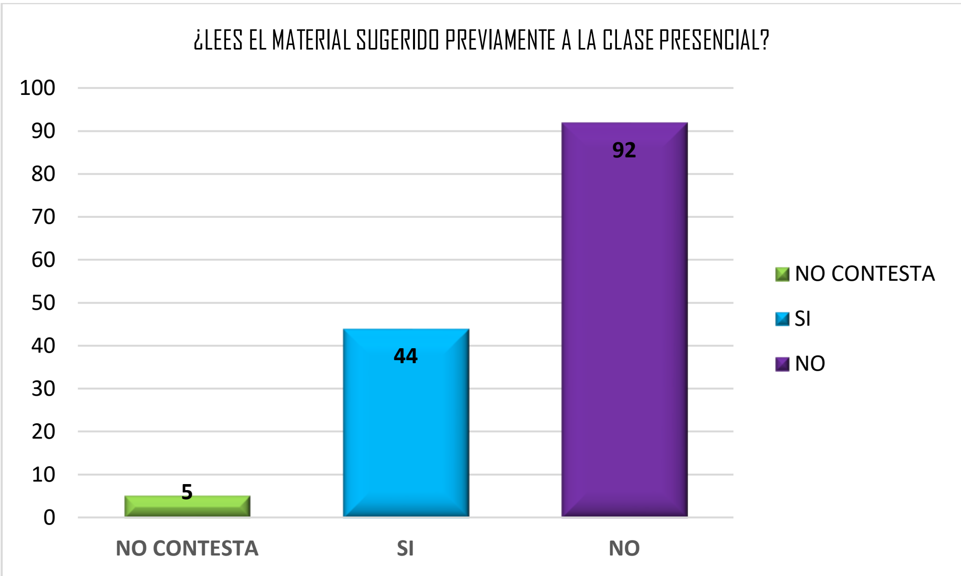


Gráfico 7. Análisis de la cantidad de lectura previa realizada por los alumnos en las diferentes materias del primer año que cursan

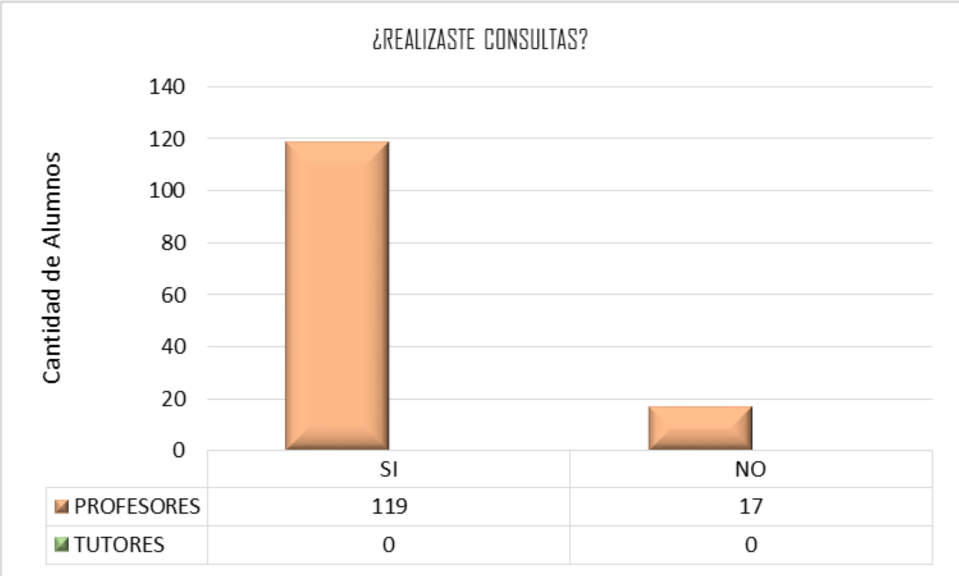


Gráfico 8. Análisis de la cantidad de consultas realizadas por los alumnos a los docentes y/o tutores en las diferentes materias del primer año que cursan

De los 141 alumnos, 119 manifiestan haber realizado consultas y 17 informan no haber realizado ninguna. Asimismo, los 119 dicen haberla realizado siempre a profesores de la cátedra, por lo que es posible deducir que la figura del tutor no es reconocida.

Con respecto a la bibliografía, 103 admiten que consultan la bibliografía recomendada por la cátedra:

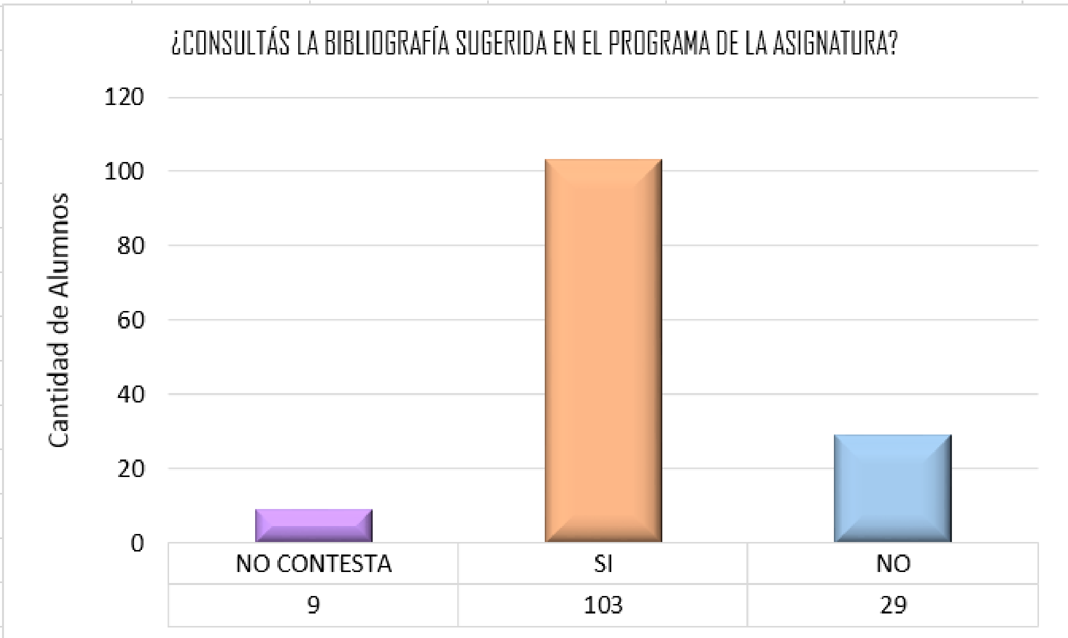


Gráfico 9. Análisis de la cantidad de consultas realizadas por los alumnos de primer año a la bibliografía propuesta por las cátedras en las diferentes materias

3.- Conclusiones y trabajos futuros

El trabajo realizado permitió encontrar un área crítica, a partir de los valores de un índice de rendimiento académico, identificando a los alumnos con vulnerabilidad académica en un estadío temprano de su vida universitaria, posibilitando realizar acciones remediales o tutoriales más ajustadas. La unidad académica en la que se realizó el estudio tiene implementado un programa de tutorías desde el 2005, pero no cuenta con otros procedimientos de detección más que algunas encuestas, que le permitan una mejor identificación del alumno en riesgo de abandono. Este procedimiento se sistematizará a los efectos de entregar a esta Facultad un proceso casi automático para la individualización mencionada.

Manifestaron también interés en contar con estudios y herramientas similares otras unidades académicas, habiéndose empezado a trabajar con la UTN Facultad Regional Resistencia y las Facultades de Ciencias Económicas y Arquitectura de la UNNE- Universidad Nacional del Noreste.

4.- Referencias

Cascón, Inocencio V. (2000). 2*Análisis de las calificaciones escolares como criterio de rendimiento académico"*. En: Colegio Público. Juan García Pérez. Consultado: 12/04/2019. Recuperado de:https://campus.usal.es/~inico/investigacion/jornadas/jornada2/comun/c17.html

Luque, E. y Sequi, J. R. (2002). "*Modelo Teórico para la Determinación del Rendimiento Académico General del Alumno, en la Enseñanza Superior"*. Congreso Regional de Ciencia y Tecnología. NOA 2002. Secretaría de Ciencia y Tecnología. Universidad Nacional de Catamarca. Argentina. P.5-14.

Grupo IMAGEN (Investigación Matemática Aplicada a la GEstióN). Devincenzi, G., Rohde, G., Bonaffini, M.; Giraudo M.; Piccini A. *"Determinación de un Índice de Rendimiento Académico General para Medir el Riesgo de Deserción Universitaria"*. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas-UNNE Actualidad & Prospectiva. Nº 20. Otoño 2018. ISSN – 1668 - 6365 (formato digital) ISSN - 1668 - 6357 (formato impreso). P.109-121. En http://revistas.unne.edu.ar/index.php/rfce

Grupo IMAGEN (Investigación Matemática Aplicada a la GEstióN). *"DEA – Análisis Envolvente de Datos-Manual Teórico Práctico".* Facultad de Ciencias Económicas – Facultad de Ingeniería. U.N.N.E. Editorial de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste. Resistencia. Chaco. Noviembre de 2015. ISBN: 978-987-45571-3-1.

Grupo IMAGEN (Investigación Matemática Aplicada a la GEstióN). Devincenzi, G., Rohde, G., Bonaffini, M.; Giraudo M.; Piccini A. *"Utilización de Índices para Estudiar el Rendimiento Académico de Alumnos de la Facultad de Ciencias Económicas en Riesgo de Deserción"*. XXXIII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines. Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán. ISSN 1668 - 6365. Págs. 109 – 121.

162 GESTIÓN ÓPTIMA DE UN RECURSO MINERO UTILIZANDO PROGRAMACIÓN DINÁMICA

García Fronti Verónica y García Roberto
Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económica, Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la economía y la gestión (CMA – IADCOM)
vgarciafronti@hotmail.com , robertogarcia@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática aplicada
Palabras clave: Programación dinámica determinística, tiempo discreto

Resumen

El objetivo de este trabajo es introducir a los alumnos de las carreras de Contador y Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires en el uso de la herramienta matemática denominada programación dinámica que forma parte del programa de la asignatura Métodos Cuantitativos.
La programación dinámica es una metodología aplicable en la toma de decisiones frente a problemáticas que pueden descomponerse en subproblemas secuenciales de menor tamaño. Se basa en el principio de optimalidad, el que establece que dado un estado actual del problema la política de decisión óptima para las siguientes etapas es independiente de la decisión tomada en las etapas anteriores, es decir depende sólo del estado actual del problema y no de cómo se llegó a esa situación actual. Para llevar a cabo el procedimiento se dispone de una relación recursiva que permite identificar la política óptima en una etapa dada la política óptima en la etapa siguiente o anterior (dependiendo de si la recursividad se realiza hacia adelante o hacia atrás).
En este trabajo el tema se aborda a partir de un caso concreto referido a la explotación de un recurso minero conocido el stock inicial y con un horizonte temporal determinado y finito. El mismo se estructura en tres partes, primero se formulan las características generales de la programación dinámica, luego se aborda el problema de gestión óptima de un único recurso minero para un período determinado y con un stock inicial fijo, y por último se exponen las conclusiones abordadas.

INTRODUCCION

La programación dinámica es una técnica cuantitativa adecuada para definir la política de extracción óptima de un único recurso minero para un período determinado y con un stock inicial fijo. El problema consiste en determinar cuánto extraer en cada uno de los períodos considerados con el objetivo de maximizar el beneficio obtenido para el lapso de tiempo considerado.
De esta forma, en este trabajo se explica a través de un ejemplo práctico como es la política óptima de extracción de un recurso minero, el procedimiento utilizado es la programación dinámica determinística en tiempo discreto.
En la primera parte del trabajo se describen las características comunes de los problemas que pueden ser resueltos mediante esta técnica cuantitiva de programación dinámica y luego, en la segunda parte, se presenta el desarrollo de la misma a través la resolución de un caso de gestión óptima de un recurso minero.

FUNDAMENTACIÓN

La programación dinámica es un procedimiento matemático que ayuda a la toma de decisiones secuenciales interrelacionadas. Se comienza descomponiendo el problema original en subproblemas de menor tamaño en los que es más fácil realizar los cálculos. Estos cálculos se realizan en forma recursiva donde la solución óptima de un subproblema se utiliza como dato de entrada para el siguiente problema, de forma que la solución óptima para todo el problema se obtiene cuando se soluciona el último subproblema.

La forma en que se realizan los cálculos recursivos dependerá de cómo se descomponga el problema original y por otro lado los cálculos podrán realizarse hacia adelante o hacia atrás. En la recursividad hacia adelante (también denominado en avance) los cálculos van desde la etapa inicial a la final mientras que en la recursividad hacia atrás (o en retroceso) se comienza por la etapa final y se termina el proceso en la etapa inicial. Ambos cálculos de recursividad llegan a la misma solución óptima pero la más usada es la recursividad en retroceso porque es más eficiente desde el punto de vista computacional.

El procedimiento utilizado se basa en el principio de optimalidad en donde las decisiones futuras para las etapas posteriores constituyen una política óptima que es independiente de la política adoptada en todas las etapas precedentes, de esta forma es posible descomponer el problema original en subproblemas que son mucho más manejables.

Los elementos característicos básicos de la programación dinámica son:

1. Cada problema original es posible descomponerlo en subproblemas o etapas. Cada una de estas etapas requiere una política de decisión.
2. En cada etapa es posible determinar estados asociados al inicio (estos pueden ser finitos o infinitos), la política de decisión de cada etapa modifica el estado inicial de la etapa actual en un estado asociado con el inicio de la siguiente etapa.
3. Al efectuar el procedimiento de programación dinámica es posible definir la decisión óptima para cada etapa en cada uno de los estados iniciales posibles.
4. La programación dinámica es determinística si el estado de la siguiente etapa está completamente determinado por el estado y la decisión tomada en la etapa actual, mientras que se dice que es probabilística cuando existe una distribución de probabilidades para el valor de los posibles estados de la siguiente etapa.
5. Se considera que, definido un estado actual del sistema, la política de decisión óptima para las siguientes etapas es independiente de la decisión tomada en las etapas anteriores, es decir sólo depende del estado actual y no de la forma en que se llegó a ese estado. Esto se conoce como principio de optimalidad de programación dinámica.
6. Se dispone de una relación recursiva que identifica la política óptima de la etapa n dada la política optima de la etapa n+1, en el caso de realizar recursividad en retroceso. De la misma forma, si se realiza una recursividad en avance se conocerá la política óptima de la etapa n conocida la política óptima de la etapa n-1.

Es posible clasificar los problemas de programación dinámica según la forma que tenga su función objetivo, esta puede ser de maximizar o minimizar las contribuciones de cada subproblema. Por otro lado, la naturaleza de los estados o variables de decisión pueden ser continuas o discretas. Estas diferencias no afectan la estructura básica que se plantea para los problemas abordados con programación dinámica.

A continuación, se analizará un ejemplo de gestión óptima de un recurso minero con el enfoque de programación dinámica determinística en donde se va a maximizar la función objetivo y las variables de estado y decisión son discretas.

DESARROLLO

Se debe definir la tasa óptima de extracción de un mineral determinado, conocido el stock del mismo en el momento inicial y frente a un plazo de tiempo de extracción del recurso definido. Para tomar la decisión se aplicará el procedimiento de programación dinámica en tiempo discreto de forma de determinar la tasa de extracción óptima para el período de análisis completo, pero abordando el problema por etapas e incorporando secuencialmente más etapas.

Ejemplo del recurso minero[3]

El problema que se analizará se extrajo del libro Optimización dinámica de Cerdá Tena, en el mismo se debe determinar, para un lapso de explotación de 4 años, el plan óptimo de extracción de un mineral que posee un stock inicial de 80 unidades. Pasado el lapso de 4 años de explotación el valor del mineral que queda en la mina es nulo.

La cantidad a extraer en cada uno de los cuatro períodos es de 0, 10 o 20 unidades, debiendo ser menor a la cantidad de mineral que quede en la mina en el momento de extracción.

El beneficio que se obtiene depende del stock del mineral disponible (s) y de la cantidad que se extraiga en dicho período (x) en la Tabla 1 se pueden observar los beneficios en cada caso.

Tabla 1: Beneficios según el stock y cantidad a extraer

Stock disponible (s)		0	10	20	30	40	50	60	70	80
Unidades a extraer en cada etapa (x)	0	-5	-5	-5	-5	-10	-10	-10	-15	-15
	10		-35	-25	-20	0	5	15	20	25
	20			-35	-25	-15	-10	10	30	40

Las variables que se encuentran en el modelo son:

$B(s_n,\ x_n)$= beneficio que se obtiene en el período n en el que el stock al inicio del período es s_n y la extracción es x_n

s_n = stock del recurso minero al inicio de cada período n donde n=*1,2,3,4*

x_n = cantidad de mineral a extraer en cada período n donde n=*1,2,3,4*

El planteo matemático del problema es:

$$\max_{\{x(n)\}_{n=1}^{4}} V = \sum_{n=1}^{4} B(x(n), s(n))$$

Sujeto a: $s_{n+1} = s_n - x_n$

Con: $s_1 = 80$

$$x_n \in \{0{,}10{,}20\},\ para\ n = 1{,}2{,}3{,}4$$

$x_n \leq s_n$, *para* n=1,2,3,4

Sea $V_n(s_n,\ x_n)$ el beneficio total de la política óptima de extracción para enfrentar las etapas restantes, cuando el stock disponible al inicio de esa etapa es s_n y el decisor elige extraer x_n del recurso minero. Dados s_n y n, sea x_n^* el valor de x_n que maximiza la función $V_n(s_n,\ x_n)$ y sea $V_n^*(s_n, x_n)$ el valor máximo correspondiente de $V_n(s_n,\ x_n)$:

$$V_n(s_n,\ x_n) = B(s_n,\ x_n) + V_{n+1}^*(x_n)$$

$$V_n^*(s_n, x_n) = \max_{x_n} V_n(s_n, x_n) = V_n(s_n, x_n^*)$$

[3] Este ejemplo se ha extraído del libro Optimización dinámica (2012)

De acuerdo a la política de extracción del recurso minero que permite extraer en cada etapa 0, 10 o 20 unidades, es posible armar una tabla (Tabla 2) con los posibles valores que puede tomar el stock (s) del recurso minero en cada etapa. La construcción de esta tabla se realiza partiendo de la etapa 1 en donde el stock es conocido y es de 80 unidades ($s_1 = 80$), en la etapa 2 el stock inicial va a depender de la etapa anterior : $s_2 = s_1 - x_1$ por lo tanto, s_2 puede ser de 80 (si no se extrajo nada en la etapa 1), 70 (si se extrajeron 10 unidades en la etapa 1) y 60 (si se extrajeron 20 unidades del mineral en la etapa 1). Para las siguientes se definen los stocks disponibles de la misma forma como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2: Stocks disponibles al comienzo de cada etapa

Stock disponible al inicio de la etapa 1 (s_1)	80								
Stock disponible al inicio de la etapa 2 (s_2)	80	70	60						
Stock disponible al inicio de la etapa 3 (s_3)	80	70	60	50	40				
Stock disponible al inicio de la etapa 4 (s_4)	80	70	60	50	40	30	20		
Stock disponible al inicio de la etapa 5 (s_5)	80	70	60	50	40	30	20	10	0

Como se ha explicado la programación dinámica comienza analizando una etapa del problema inicial en la que se busca la solución óptima y después se va agrandando en forma gradual hasta resolver el problema original completo. A continuación, se explicará este procedimiento para este problema de extracción del recurso minero.

El inicio del procedimiento se realiza con la última etapa, en el caso del ejemplo la etapa 4 ya que se analizará la gestión óptima para un alcance de 4 períodos.

ETAPA 4 (etapa final)

Al final de la etapa 4, el stock disponible no es conocido y se denomina: s_5. De acuerdo al problema planteado, los beneficios serán nulos de ahí en más, por lo que el valor de la función de beneficio en la etapa 5 será nula ($V_5^* = 0$).

De acuerdo a la tabla de los stocks al inicio de cada etapa (Tabla 2), los posibles stocks disponibles al inicio de la etapa 4 son:

$$s_4 \in \{20,30,40,50,60,70,\ 80\}$$

Suponiendo conocido el stock al inicio de la etapa 4:

$$V_4(s_4, x_4) = B(s_4, x_4) + V_5^*$$

$$V_4^*(s_4) = \max_{x_4 \epsilon \{0,10,20\}} V_4(s_4, x_4)$$

En base esto se construye la tabla 3, por ejemplo si el stock al inicio de la etapa 4 es de 70 unidades, se podrá extraer 0, 10 o 20 unidades para cada una de esta decisiones el beneficio global obtenido ($V_4(70, x_4)$):

$V_4(70{,}0)$: $B(70{,}0)$+0 =-15

$V_4(70{,}10)$: $B(70{,}10)$+0 =20

$V_4(70{,}20)$: $B(70{,}0)$+0 =30

Si se repite el procedimiento para cada estado se obtiene la Tabla 3, en donde se han explicitado, para facilitar la comprensión los cálculos realizados cuando el stock inicial es de 80 unidades.

Tabla 3: Beneficio global en función del stock inicial (s_4) las diferentes políticas de extracción (x) en la Etapa 4

s_4	x_4	$V_4(s_4)$
80	0	$B(80{,}0)$+ V_5^*= -15 + 0=**15**
	10	$B(80{,}10)$+ V_5^*=25+0=**25**
	20	$B(80{,}20)$+ $V_5^* = 40 + 0 =$**40**
70	0	-15
	10	20
	20	30
60	0	-10
	10	15
	20	10
50	0	-10
	10	5
	20	-10
40	0	-10
	10	-10
	20	0
30	0	-15
	10	-5
	20	-20
20	0	-5
	10	-25
	20	-35

De la Tabla 3 se desprende la decisión óptima en la etapa 4 para cada estado y el beneficio global máximo correspondiente. Esto se presenta en el Tabla 4.

Tabla 4: Decisión óptima en la etapa 4 según el stock inicial en la etapa 4

s_4	$V_4^*(s_4)$	x_4^*
80	40	20
70	30	20
60	15	10
50	5	10
40	0	20
30	-5	10
20	-5	0

La tabla 4 permite definir al decisor cuanto extraer del recurso de acuerdo al stock disponible en la mina, por ejemplo, si al comienzo de la etapa 4 se contaba con 50 unidades de stock del recurso la decisión óptima es extraer 10 unidades y el beneficio óptimo será de 5.

Una vez que se definió la política óptima dado cada stock inicial en la etapa 4 se procede a ampliar el problema secuencialmente, por lo que se incorpora la etapa 3.

ETAPA 3 (n=3)

De acuerdo a la Tabla 2 los posibles stocks al comienzo de la etapa 3 son:

$$s_3 \in \{80,70,60,50,40\}$$

Siendo conocido s_3 :

$$V_3(s_3,x_3) = B(s_3,x_3)+V_4^*(s_4 = s_3 - x_3)$$

$$V_3^*(s_3) = \max_{x_3 \epsilon \{0,10,20\}} V_3(s_3,x_3)$$

Con estas ecuaciones se procede a armar la tabla de beneficios obtenidos según el stock disponible al comienzo de la etapa 3 (Tabla 5), nuevamente para una mejor comprensión en la tabla se han incorporado los cálculos realizados cuando el stock inicial en la etapa 3 es de 80 unidades.

Tabla 5: Beneficio global en función del stock inicial (s_3) y las diferentes políticas de extracción (x) en la Etapa 3

s_3	x_3	$V_3(s_3)$ = $B(s_3,x_3)$ + $V_4^*(s_4)$
80	0	$B(80,0)$+$V_4^*(80)$= -15+40 = 25
	10	$B(80,10)$+$V_4^*(70)$ = 25 +30 = 55
	20	$B(80,20)$+$V_4^*(60)$ = 40+15 = 55
70	0	15
	10	35
	20	35
60	0	5
	10	20

	20	10
50	0	-5
	10	5
	20	-15
40	0	-10
	10	-5
	20	-20

Al igual que se hizo en la etapa anterior, se selecciona la cantidad de recurso minero a extraer que maximice la función beneficio global de acuerdo a cuál es el stock disponible al comienzo de cada etapa, esto se puede visualizar en la Tabla 6

Tabla 6: Decisión óptima según el stock inicial en la Etapa 3

s_3	$V_3^*(s_3)$	x_3^*
80	55	10 o 20
70	35	10 o 20
60	20	10
50	5	10
40	-5	10

ETAPA 2 (n=2)

$$s_2 \in \{80,70,60\}$$

Siendo conocido s_2 :

$$V_2(s_2,x_2) = B(s_2,x_2) + V_3^*(s_3 = s_2 - x_2)$$

$$V_2^*(s_2) = \max_{x_2 \epsilon \{0,10,20\}} V_2(s_2,x_2)$$

Tabla 7: Beneficio global en función del stock inicial (s_2) y las diferentes políticas de extracción (x) en la Etapa 2

s_2	x_2	$V_2(s_2) = B(s_2, x_2) + V_3^*(s_3)$
80	0	40
	10	60
	20	60
70	0	20
	10	40
	20	35
60	0	10
	10	20
	20	5

Tabla 8: Decisión óptima según el stock inicial en la Etapa 2

s_2	$V_2^*(s_2)$	x_2^*
80	60	10 o 20
70	40	10
60	20	10

ETAPA 1 (n=1)

En la etapa inicial el stock disponible ya es conocido, por lo tanto el decisor debe definir la mejor política de extracción si $s_1 = 80$, por lo tanto:

$$V_1(80, x_1) = B(80, x_1) + V_2^*(s_2 = 80 - x_1)$$

$$V_1^*(s_1) = \max_{x_1 \epsilon \{0,10,20\}} V_1(80, x_1)$$

Tabla 9: Beneficio global en función del stock inicial (s_2) y las diferentes políticas de extracción (x) en la Etapa 1

s_1	x_1	$V_1(s_1, x_1) = B(80, x_1) + V_2^*(s_2)$
80	0	-15+ 60 = 45
	10	25 + 40 = 65
	20	40 + 20 = 60

Tabla 10: Decisión óptima según el stock inicial en la Etapa 1

s_1	$V_1^*(s_1)$	x_1^*
80	65	10

De esta forma finalizó el procedimiento de programación dinámica hacia atrás, y es posible establecer la política de extracción óptima para las cuatro etapas revisando las tablas óptimas (Tablas: 10,8, 6 y 4). Así, en la Etapa 1 la tasa de extracción óptima es de 10 unidades $(x_1^* = 10)$ resultando un estado inicial para la Etapa 2 de 70 (s_2=70), por lo que la decisión óptima para la segunda etapa será de 10 $(x_2^* = 10)$. El estado inicial en la etapa 3 es de 60 (s_3= 60) y la decisión óptima es de 10 (x_3^* =10), por último la etapa 4 se inicia con un estado de 50 (s_4=50) correspondiendo una decisión óptima es en este ejemplo de 10 $(x_4^* = 10)$.

Como resultado final la mejor política de gestión del mineral consiste en extraer 10 unidades en cada uno de los períodos quedando al final del horizonte temporal 40 unidades y arrojando un beneficio máximo de 65.

CONCLUSIÓN

En este trabajo se han explicado las características básicas de la programación dinámica determinística a través de un ejemplo de gestión óptima de un recurso minero en un lapso de tiempo determinado. El objetivo del problema planteado es enseñar a utilizar esta herramienta que es muy útil para la toma de decisiones que se encuentran interrelacionadas.

En el caso analizado la función objetivo era de maximización y las variables de estado (stock del recurso minero) y de decisión (cantidad a extraer en cada período) eran discretas, pero como se ha explicado en el trabajo este método es fácilmente aplicable a problemas de minimización y con variable continuas.

Asimismo, es importante observar que, si bien se ha identificado la gestión óptima de extracción para el problema dado, esta metodología permite conocer cómo proceder si es que el decisor se ha desviado de la trayectoria óptima. En los problemas de la realidad lo más probable es que no se pueda seguir en todas las etapas la decisión óptima, pero ante algún cambio en el trayecto las tablas confeccionadas mediante programación dinámica permiten redefinir la nueva ruta óptima.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HILLIER F.S., LIEBERMAN G. J. (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones.* México. Mc Graw Hill.

TAHA HAMDY A. (2012) *Investigación de Operaciones* México. Pearson.

CERDÁ TENA, E. (2012) *Optimización dinámica*. México. Alfaomega

DE LA FUENTE, A. (2000). *Mathematical methods and models for economists*. UK. Cambridge University Press.

204 UNA APLICACIÓN ECONÓMICA DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN: EL MODELO DE PHILLIPS

Schneeberger, Marino – Weidmann, Gabriel
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Entre Ríos
marinos@fceco.uner.edu.ar –goweidmann@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Ecuaciones diferenciales, Aplicaciones, Economía, Modelos

Resumen

El presente trabajo aborda una propuesta concreta respecto de la aplicación de las ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden con coeficientes constantes, tema desarrollado en un curso avanzado de Matemática para Economistas de la Licenciatura en Economía.

Muchos de los contenidos que forman parte del programa de esta asignatura resultan, de alguna manera, bastante complejos para los estudiantes. Es por este motivo que se trata en todos los casos de mostrar las aplicaciones económicas de los mismos, con la finalidad de que los alumnos puedan percibir la real importancia que tienen en su formación profesional.

Particularmente, las ecuaciones diferenciales, y fundamentalmente las de orden superior, presentan ciertos niveles de dificultad a la hora de tratarlas dado que en primera instancia no parecen contribuir de manera muy clara y determinante en el planteo de cuestiones económicas que resulten concretas e interesantes al mismo tiempo.

Se trata de hacer notar la relevancia que las mismas poseen a la hora de plantear modelos económicos que permitan analizar en forma rigurosa fenómenos vinculados al campo económico, sobre todo si las variables que en los mismos intervienen vinculan fenómenos de la realidad, que pueden visualizarse de manera clara y precisa.

Partimos de la concepción que propone la enseñanza de la matemática basada en el planteo y solución de situaciones y problemas del campo económico, como una forma de motivar e incentivar el interés por estos temas. Si bien es necesario desarrollar algunas conceptualizaciones teóricas previas como punto de partida para el abordaje de situaciones particulares, la aplicación de estos contenidos en forma inmediata en problemas propios del campo de las ciencias económicas resulta de fundamental importancia.

Para este tema en particular, el modelo de Phillips y el análisis de la curva asociada que permite vincular y establecer relaciones entre variables importantes resulta muy relevante.

Introducción

La asignatura Matemática para Economistas, que se dicta en el tercer año de la Licenciatura en Economía, aborda una variedad de contenidos muy interesante por sus aplicaciones al campo económico, tales como los espacios vectoriales, las transformaciones lineales, las formas cuadráticas, la optimización, entre otros. Un tema de relevante importancia lo constituyen las ecuaciones diferenciales, al igual que las ecuaciones en diferencias.

Particularmente, las ecuaciones diferenciales de orden superior originan en su tratamiento ciertas dificultadas, muchas veces vinculadas a la necesidad de visualizar cuál es su aplicación concreta para plantear, resolver y analizar problemas de naturaleza económica, que permitan a su vez realizar predicciones en base a los resultados obtenidos.

Es por este motivo que, al igual que en todos los temas que se tratan, se pretende desarrollar inicialmente un contenido teórico básico que incluya las conceptualizaciones fundamentales para poder luego, al mismo tiempo que se profundiza en su abordaje, plantear y analizar sus aplicaciones en el campo específico.

Si bien la introducción de las ecuaciones diferenciales para plantear modelos continuos resulta bastante sencilla, el tratamiento de las de orden superior no lo es tanto, dado que se complejiza el procedimiento para encontrar las soluciones adecuadas.

Para el caso específico de las ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes, resulta muy interesante poder encontrar y mostrar la mayor cantidad de problemas concretos en los que las mismas intervienen, como un elemento motivador del aprendizaje. En este trabajo en particular, se desarrolla una importante aplicación de las mismas, tal como lo es la denominada curva de Phillips.

Fundamentación

Las ecuaciones diferenciales son ecuaciones en las que la incógnita resulta ser una *función* (muchas veces en términos aplicados una función respecto del tiempo), donde intervienen una o más derivadas de la misma. Es decir, es una relación no trivial entre una función desconocida y una o más de sus derivadas. Cada ecuación diferencial presenta un *orden* y un *grado*. El orden está dado por la derivada superior presente en la ecuación, y el grado es la potencia correspondiente a dicha derivada.

Para el caso de una ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes, la ecuación relaciona una función con sus derivadas, siendo la segunda derivada la mayor, por lo que, en forma explícita, puede expresarse en la forma $y'' = f(x, y, y')$. Si el exponente de la derivada segunda es 1, se corresponde con el caso de una ecuación diferencial lineal de segundo orden. Asimismo, si los coeficientes correspondientes a las distintas derivadas involucradas son constantes, se trata de una *ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes, la cuál puede expresarse como sigue*: $a_2y'' + a_1y' + a_0y = b \quad con \;\; a_2 \neq 0$

En este planteo hay dos posibilidades. Si el término *b* es igual a 0, estamos en el caso de una ecuación *homogénea*, mientras que, si dicho término es distinto de cero, la ecuación es *no homogénea*. Esta diferenciación es fundamental para plantear las soluciones correspondientes.

Para el caso de una ecuación diferencia homogénea, si y_1 e y_2 son soluciones linealmente independientes de la ecuación diferencial planteada, entonces también será solución de dicha ecuación toda expresión que pueda escribirse como $y=C_1y_1+C_2y_2$. Resulta necesario, en consecuencia, proponer una función posible que cumpla con las condiciones que requiere la ecuación.

La resolución del caso homogéneo nos permite una primera solución. Considerando el caso homogéneo $a_2y'' + a_1y' + a_0y = 0$, esta situación requiere tener dos soluciones posibles no proporcionales. Al ser coeficientes constantes, se pueden ensayar soluciones con la propiedad de qué *y, y'* e *y''* sean múltiplos entre ellos. Esta situación se cumple para las soluciones de tipo $y = e^{rx}$, ya que $y' = r\,e^{rx} = ry \;\; ; y'' = r^2\,e^{rx} = r^2y$. Esta solución, según nuestro esquema general de una ecuación homogénea, requiere que: $a_2r^2\,e^{rx} + a_1r\,e^{rx} + a_0\,e^{rx} = 0$, lo que, factorizando, implica que se verifique la siguiente igualdad $a_2r^2 + a_1\,r + a_0 = 0$

Esta última expresión se conoce como *ecuación característica* de la ecuación diferencial. Es una ecuación de segundo grado cuyas raíces (r_1 y r_2) pueden asumir tres posibles situaciones, las cuales influirán en la forma de la solución de la ecuación diferencial. Esto es, r_1 y r_2 pueden ser reales y distintas (caso 1), reales e iguales (caso 2), o complejas (caso 3). Las soluciones propuestas, por lo tanto, serán para cada caso:

$Caso\ 1\!: \; y_h = C_1e^{r_1x} + C_2e^{r_2x}$

$Caso\ 2\!: \; y_h = C_1e^{rx} + C_2e^{rx}x$

$Caso\ 3\ con\ r_1 = \alpha + \beta i\ y\ \ r_2 = \alpha - \beta i:\ \ y_h = C_1\, e^{\alpha x}\ \cos \beta x + C_2\, e^{\alpha x}\ sen\, \beta x$

Si planteamos el caso de las ecuaciones diferenciales de segundo orden *no homogéneas*, su solución será la combinación entre la solución del correspondiente caso homogéneo asociado, con una solución particular propuesta para su caso no homogéneo, la cual dependerá del término *b*. Entonces, la solución quedará planteada como $y=y_h+ y_p$.

La solución homogénea se construye de la misma forma planteada anteriormente. Queda por analizar la propuesta de la solución particular que dependerá de las características que posea la función del segundo miembro de la ecuación.

La tabla siguiente ejemplifica algunos posibles tipos de solución particular a ensayar en cada caso

$F(x)$	y_p	Si estos valores no son raíces de la ecuación característica
Polinomio de grado n	$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$	0
$e^{\alpha x}$	$A e^{\alpha x}$	α
$k \cos \beta x$ $k\, sen \beta x$	$A \cos \beta x + B\, sen \beta x$	$\alpha + \beta i$

Si se hacen presentes los valores de la tercera columna, la solución propuesta se debe multiplicar por *x* elevada al orden de multiplicidad de la raíz. Asimismo, si el término *b* se presenta como una combinación de casos (suma o multiplicación), la solución propuesta también debe proponerse de la misma forma, según las características de las funciones.

Deberán encontrarse los coeficientes correspondientes según las relaciones planteadas entre las derivadas en la ecuación diferencial. Allí se podrá plantear un sistema de ecuaciones para identificar el valor de los coeficientes. Si se hacen presentes los valores de la 3er columna, la solución propuesta se debe multiplicar por *x* (elevada al orden de multiplicidad de la raíz). Asimismo, si el término *b* se presenta como una combinación de casos (sumas o multiplicación), la solución propuesta también debería serlo.

A modo de ejemplo podemos proponer la ecuación diferencial $y'' - y' - 2y = 4x$. En este caso, la ecuación homogénea asociada plantea una ecuación característica tal que $r^2 - r - 2 = 0$, donde sus raíces son $r_1=2$; $r_2=-1$. Por lo tanto, la solución del caso homogéneo quedaría planteada como:

$$y_h = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-1x}$$

Para encontrar la solución del caso no homogéneo, debemos analizar el término *4x*. El mismo es un polinomio de grado 1, por lo tanto, la solución particular propuesta sería $y_p=Ax+B$, donde $y'=A$ e $y''=0$. Reemplazando estos valores en la ecuación diferencial propuesta se plantea: $0-Ax-2(AX+B)=4x \rightarrow -AX-2AX-B=4x$. Resolviendo este planteo, se identifica que $A=-2$ y $B=1$, por lo tanto, la solución particular queda planteada como $y_p=-2x+1$. Combinando ambas situaciones, la solución queda planteada como:

$$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-1x} - 2x + 1$$

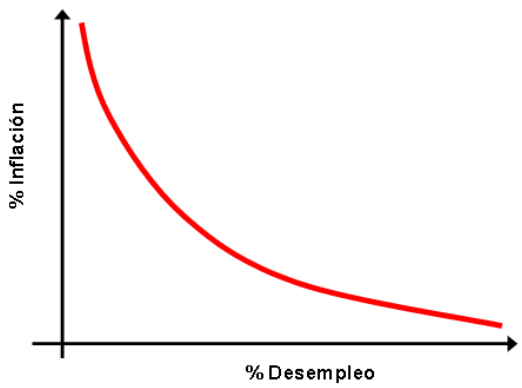
La estabilidad dinámica de la solución se determinará si la ecuación homogénea asociada tiende a 0 a medida que x tiende a infinito. Por lo tanto, su trayectoria quedará determinada por el signo de las raíces de la ecuación características. Para los *casos 1 y 2* donde las raíces son reales, es necesario que dichas raíces sean negativas ambas para cumplir con la condición planteada, mientras en el *caso 3* es necesario que α sea negativo. Por lo tanto, la solución será estable si y solo si ambas raíces de la ecuación característica tienen partes reales negativas (Sydsaeter&Hammod; 1996). Conocer la estabilidad de una ecuación diferencial es fundamental para las aplicaciones económicas, ya que permite entender si el planteo teórico supone una trayectoria estable, es decir que tiende al equilibrio, o si el planteo realizado presenta una inestabilidad o trayectorias divergentes.

Desarrollo

Nos dedicaremos ahora a plantear, de forma concreta, una importante aplicación de las ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes, tal como es la denominada curva de Phillips.

Por más que la denominada curva de Phillips se asocia a la relación entre el desempleo y la inflación, A. W. Phillips en su artículo "La relación entre el desempleo y la tasa de variación de los salarios monetarios en el Reino Unido, 1861-1957" estudió la relación existente entre los niveles de desempleo que presenta una economía con la variación del salario nominal de los mismos.

Ilustración 1: Curva de Phillips



La relación entre inflación y desempleo había sido estudiada previamente por Irving Fisher, y posteriormente a la publicación de Phillips, serían Friedman y Phelps los que ampliarían la relación del desempleo hacia la inflación, más allá de los niveles de salario nominal. Si bien en los años previos a la década de los 70 la formulación original de Phillips se adecuaba a los datos observados, la adecuación de Friedman-Phelps le permitió adaptar la misma a los fenómenos observados en la economía internacional a partir de dicha década, donde las tasas de inflación tendieron a aumentar en forma considerable.

Los esquemas de Phillips, Friedman y Phelps por lo general son introducidos y estudiados en las carreras de grado a través de distintos manuales de Macroeconomía. Para tal fin, aquí partimos de la formulación que realizan Sachs y Larrain (1994), el cual suele ser un primer acercamiento analítico a su formulación. De esta forma, el desarrollo de aplicaciones de ecuaciones diferenciales de orden superior para la resolución de modelos económicos permite a los estudiantes profundizar el análisis y comprensión de dicho modelo, así como el trabajo en concreto con el modelo específico. En dicha formulación, se parte de la idea de que las condiciones del mercado laboral influyen en los salarios. Es decir, cuando el desempleo es bajo se generan presiones al alza de los salarios por varios motivos, por ejemplo mayor poder de negociación. Por otra parte, cuando el desempleo es mayor, es más difícil conseguir un trabajo, lo que erosiona las condiciones de negociación y contratación por parte de los trabajadores, pudiendo incluso aceptarse trabajos con reducciones de los salarios reales.

En términos formales, la tasa de cambio del salario real es una función que depende en forma inversa de los niveles de desempleo, así como en forma positiva de las expectativas inflacionarias:

$$\widehat{w} = f(U) + \alpha\pi$$

siendo $\widehat{w}$ la variación del salario real, U representando la tasa de desempleo, π la expectativa de inflación, y α un coeficiente de traslado desde las expectativas inflacionarias hacia la variación del salario real.

Asimismo, este cambio salarial implicará impactos en los precios. Si se supone un traslado desde el salario hacia los precios que solo se vea amortiguado por los cambios en la productividad (T), se llega a la relación de la curva de Phillips con expectativas inflacionarias de la siguiente forma:

$\widehat{p} = \widehat{w} - T \;\rightarrow\; \widehat{p} = f(U) + \alpha\pi - T$, donde p indica la variación de precios.

Asimismo, el modelo deposita en las expectativas inflacionarias un mecanismo sumamente importante en la trayectoria inflacionaria. Los mecanismos específicos entre el vínculo entre desempleo e inflación ahora quedan mediados por las formas en que los agentes económicos construyen dichas expectativas. En este sentido, la teoría económica ha desarrollado dos grandes grupos de propuestas: las expectativas adaptativas y las expectativas racionales. Bajo el primer caso, los agentes forman sus expectativas en función de la inflación pasada. En cambio, las expectativas racionales suponen que los agentes económicos estiman la inflación esperada analizando las políticas económicas y mirando hacia adelante, entendiendo como se comporta la economía.

En este caso, se trabaja con las expectativas adaptativas, las cuales permiten incorporar al planteo del modelo una ecuación fundamental para su resolución. De esta forma, se puede esperar que las expectativas evolucionen de la siguiente manera:

$$\pi' = h(p - \pi)$$

dónde π' es la derivada primera de la función de expectativas respecto del tiempo, (p-π) es la diferencia entre el nivel de inflación del período presente respecto a la inflación esperada para dicho período, y h representa el factor de corrección de las expectativas inflacionarias respecto al error de estimación presente. Si $p>\pi$ las expectativas se corregirán al alza, y si $p<\pi$ a la baja.

Hasta aquí tenemos planteadas dos ecuaciones con tres incógnitas de nuestro interés. Es posible, para resolver el mismo, suponer el comportamiento exógeno de una de estas variables, o incorporar una ecuación más. Una ecuación posible de relacionar con este problema es aquella que relaciona el nivel de desempleo respecto del nivel de precios, la cual puede ser esquematizada de la siguiente forma:

$$U' = -\gamma(m - p)$$

dónde U' es la derivada de la función de desempleo, m es la emisión monetaria y p es el nivel inflacionario, siendo-γ el coeficiente negativo de vínculo entre los cambios de los salarios reales y el nivel de desempleo. De esta forma, m y p en forma conjunta representa la creación de salarios reales. La emisión monetaria por encima de los niveles inflacionarios llevará a la expansión de los saldos reales, una política monetaria expansiva, con el correspondiente aumento del nivel de actividad y una caída de los niveles de desempleo. En forma contraria, una inflación mayor a la emisión monetaria contraerá la actividad económica y aumentará el desempleo. La emisión monetaria m puede ser considerada una función respecto del tiempo m(t), ya que representa la tasa de crecimiento o variación de la cantidad de dinero nominal en la economía. En este caso, tomaremos m como una variable exógena, al ser considerada una decisión política, por lo que se plantea como una constante a lo largo del tiempo, y solo cambiaría por la autoridad monetaria.

Este planteo es suficiente para, a través de la aplicación de ecuaciones diferenciales de orden superior, poder encontrar la trayectoria temporal de las expectativas inflacionarias. La resolución del modelo con sus correspondientes coeficientes y su propia interpretación es tema específico de las materias de macroeconomía avanzada. En cambio, a través del trabajo de dicho modelo con la incorporación de valores en sus coeficientes es posible proponer un ejercicio económico que destaque los aspectos de las ecuaciones diferenciales que es de nuestro interés.

Para tal fin, se propone a continuación un desarrollo del caso propuesto por Bernardello y otros (2004), donde se trabaja con estas ecuaciones, pero en un caso particular, con los coeficientes precisos de la siguiente manera, donde α=1/10, h=4/5 e γ=3/5:

$$\begin{cases} p = \frac{1}{10} - 4U + \frac{2}{5}\pi \\ \pi' = \frac{4}{5}(p - \pi) \\ U' = -\frac{3}{5}(m - p) \end{cases}$$

Desde este planteo, el objetivo es lograr identificar la trayectoria temporal de las expectativas inflacionarias π(t). En este sentido, es necesario poder resolver el sistema de ecuaciones planteado con anterioridad. En primer lugar, se puede reemplazar la variable de inflación (p) de la segunda ecuación del sistema (π') por la primera ecuación, donde se encuentra su formulación, tal que:

$$\pi' = \frac{4}{5}\left[\left(\frac{1}{10} - 4U + \frac{2}{5}\pi\right) - \pi\right]$$

$$\pi' = \frac{2}{25} - \frac{16}{5}U - \frac{12}{25}\pi$$

Esta ecuación ya relaciona la derivada de la función de expectativas inflacionarias en función del desempleo y las expectativas inflacionarias, comenzando a identificarse las ecuaciones diferenciales, donde una función derivada depende de su función sin derivar. Pero para terminar de resolver este sistema es necesario continuar con las sustituciones. Si bien la función U no está presente en nuestro sistema, se propuso U'. Por lo tanto, será posible sustituir U' en dicha ecuación, en la medida que volvamos a derivar π', tal que:

$$\pi'' = -\frac{16}{5}U' - \frac{12}{25}\pi'$$

$$\pi'' = -\frac{16}{5}\left[-\frac{3}{5}(m - p)\right] - \frac{12}{25}\pi'$$

$$\pi'' = \frac{48}{25}(m - p) - \frac{12}{25}\pi'$$

Por último, para poder resolver nuestro problema, es necesario reemplazar p de nuestra última ecuación. La misma la podemos plantear desde la segunda ecuación del sistema original, π', a través de despejar la misma, obteniendo:

$$\pi' = \frac{4}{5}(\mathrm{p} - \pi)$$

$$\frac{5}{4}\pi' = (\mathrm{p} - \pi)$$

$$\mathrm{p} = \frac{5}{4}\pi' + \pi$$

Reemplazando en la función π'':

$$\pi'' = \frac{48}{25}\left[\mathrm{m} - \left(\frac{5}{4}\pi' + \pi\right)\right] - \frac{12}{25}\pi'$$

$$\pi'' = \frac{48}{25}\mathrm{m} - \frac{12}{5}\pi' - \frac{48}{25}\pi - \frac{12}{25}\pi'$$

$$\pi'' = \frac{48}{25}\mathrm{m} - \frac{12}{5}\pi' - \frac{48}{25}\pi - \frac{12}{25}\pi'$$

$$\pi'' + \frac{72}{25}\pi' + \frac{48}{25}\pi = \frac{48}{25}\mathrm{m}$$

De esta forma, se llega al planteo de una ecuación diferencial de segundo orden. La misma es posible de ser resuelta por medios de los procedimientos analizados en la cátedra Matemática para Economistas, donde se trabaja específicamente este tema. En este sentido, primero se estudiará la solución para el caso homogéneo, a través del estudio de la ecuación característica, y posteriormente se propondrá una solución para el caso no homogéneo.

Según la ecuación diferencial planteada, a través de los coeficientes de sus distintos términos, la ecuación característica queda planteada como:

$$r^2 + \frac{77}{25}r + \frac{48}{25} = 0$$

Donde sus raíces son r1=-1,048 y r2= -1,832. Por lo tanto, la solución del caso homogéneo con coeficientes constantes quedaría planteada de la siguiente forma:

$$\mu_h(t) = C_1 e^{-1{,}048\, t} + C_2 e^{-1{,}832\, t}$$

Por otro lado, la solución para el caso homogéneo parte de una propuesta según la forma que asuma el término no homogéneo. En este caso, el término corresponde a un polinomio de grado cero (48/25 m), ya que se ha considerado m como una constante a lo largo del tiempo, por lo tanto, queda planteado:

$$y_p = A\ ;\ y' = 0\ ;\ y'' = 0$$

Entonces, reemplazando en nuestra formulación original:

$$0 + \frac{72}{25}0 + \frac{48}{25}A = \frac{48}{25}m$$

$$A = \frac{48}{25}.\frac{25}{48}.m \ \rightarrow A = m$$

Entonces, arribamos a nuestra solución de la ecuación diferencial de segundo orden que caracteriza el comportamiento de la trayectoria de las expectativas inflacionarias a lo largo del tiempo, de la forma:

$$\mu(t) = C_1 e^{-1{,}048\, t} + C_2 e^{-1{,}832\, t} + m$$

Este modelo plantea que, por lo tanto, la trayectoria temporal de las expectativas inflacionarias a lo largo del tiempo, bajo el modelo de expectativas adaptativas, fluctuará alrededor del valor de m, el cual representa la emisión monetaria. Cambios en m impactarán tanto en la formación de precios como en las expectativas inflacionarias, variables que se acomodarán en forma fluctuante suavizada alrededor del nuevo valor.

Asimismo, cambios en la emisión monetaria m implicarán un doble impacto sobre el nivel de precios, a partir de estas conclusiones. En primer lugar, según nuestra ecuación U' original, la emisión monetaria por encima de la inflación genera caída en los niveles de desempleo, los que asimismo llevarán a aumentos en los niveles inflacionarios. Por otro lado, aumentos en los niveles de emisión monetaria impactarán también en las expectativas inflacionarias, lo que también repercutirán en los niveles de inflación.

Por otro lado, al identificar que ambas raíces de la ecuación característica de la ecuación homogénea asociada presentan valores negativos es deduce que presenta una trayectoria temporal estable, por lo que a lo largo que transcurra el tiempo, sin mediar cambios en las condiciones iniciales del modelo ni en la emisión monetaria, habrá estabilidad.

Las conclusiones de este modelo son posibles de ampliar para analizar la trayectoria del desempleo U o del nivel de inflación p a lo largo del tiempo, y de esta forma completar el análisis al que se arriba interpretando la curva de Phillips.

Este planteo, desarrollado con ciertos coeficientes específicos, variará según las raíces de la ecuación característica. En el caso planteado las mismas eran raíces reales y diferentes, pero dicho caso también puede asumir raíces reales e iguales, o raíces complejas. Para cada uno de estos casos lo que cambiará es la propuesta de la solución homogénea y su forma funcional, pero las conclusiones serán las mismas, y se mantendrá la dinámica estable del modelo (Chiang&Wainqright; 2006).

Conclusiones

El planteo desarrollado permite vincular y profundizar el análisis de la aplicación de un tema específico de la cátedra Matemática para Economistas, en un modelo económico que los alumnos estudian en Macroeconomía. Precisamente, el análisis de las trayectorias temporales de las expectativas inflacionarias en el modelo de Phillips respecto a los vínculos entre la inflación y el desempleo brinda una posibilidad de aplicar los conceptos asociados a las ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes.

En el estudio del modelo se puede deducir el comportamiento de las expectativas inflacionarias. Asimismo, permite identificar que las mismas dependen de los niveles de emisión monetaria, y vuelven a relacionar la emisión con la inflación, a través de las expectativas. Por otro lado, también se concluye la estabilidad del modelo planteado, por lo que su tendencia a lo largo del tiempo llevará a una situación estable, de equilibrio. Esta trayectoria puede verse perturbada por cambios en la emisión monetaria, pero una vez asumidos los cambios, la trayectoria se ubicará alrededor de otro equilibrio.

Se trata, en consecuencia, de arbitrar los medios necesarios que estén disponibles para vincular de manera concreta el contenido matemático con el campo de formación profesional específico, cuestión que contribuye a la motivación de los estudiantes y a hacer notar la potencia que los contenidos matemáticos tienen en la formación de un economista.

Referencias bibliográficas

Bernardello, A. y otros. (2004). Matemáticas para Economistas. Buenos Aires. EditorialOmicronSystem

Chiang, A. &Wainwright, A. (2006) Métodos fundamentales de economía matemática. México. McGraw-Hill

GarciaVenturini, A. &Kicillof, A. (2015) Análisis Matemático II para estudiantes de Ciencias Económicas. Buenos Aires. Ediciones Cooperativas.

Sachs, J. &Larrain, F. (1994) Macroeconomía en la economía global. México. Prentice Hall Hispanoamérica.

Schneeberger, Marino (2018). Enseñar, aprender y evaluar Matemática en carreras de Ciencias Económicas. Gestando. N°20. Páginas 30-39.

Schneeberger, Marino y otros. (2017). Impacto de las metodologías de enseñanza en el rendimiento académico. Gestando N°19. Páginas 4-9.

Sydsaeter, K &Hammond, P. (1996) Matemáticas para el análisis económico. Madrid. Prentice Hall.

212 TEST DE PRIMALIDAD

Ghersi Liliana Beatriz
Facultad Ciencias Económicas Universidad de Buenos Aires
lbghersi@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Primalidad, Pseudoprimos, Test probabilísticos, Test determinísticos, Firma digital

Resumen

La firma digital, es una herramienta tecnológica, que permite asegurar el origen de un documento digital o mensaje digital y verificar que su contenido no haya sido alterado; puede ser considerada como el resultado de una transformación de un documento digital empleando un criptograma asimétrico y un digesto seguro. Resulta ser recurso para desburocratizar, agilizar y transparentar los trámites, tanto en la administración pública como en el mundo de los negocios.
En la actualidad los algoritmos de firma digital que pueden citarse son: RSA (estándar internacional de facto), Gammal y DSA. Todos estos algoritmos, requieren el empleo de números primos muy grandes, siendo usual que la cantidad de bits de dichos números se ubique entre los 512 y 2048 y basan su seguridad en la imposibilidad práctica de factorizar números compuestos de gran tamaño.
Ahora bien, analizar la condición de primo o como se ha dado en llamar analizar la primalidad; como factorizar a números en el caso de que sea compuesto, son acciones que presentan un desafío operacional de alta complejidad cuando se trata de un número natural del tamaño de dígitos que requieren los citados sistemas criptográficos.
Es por ello, que es necesario de contar con técnicas apropiadas para la determinación sobre si un número puede ser considerado compuesto o primo. A tal efecto, existen pruebas de primalidad, comportando dos tipos; los test determinísticos de primalidad que son criterios que permite decidir si un número es o no primo y los test de pseudoprimalidad o probabilísticos de primalidad, que son criterios que permiten decidir con un alto grado de probabilidad si un número es o no primo. Estas pruebas, presentan un desafío operacional de alta complejidad puesto el/los números/s natural/es que requieren los citados sistemas criptográficos están determinados por una cantidad muy grande de bits.

1. Introducción:

La firma digital, como ya se dijo en el resumen de este trabajo; es una herramienta tecnológica, que permite asegurar el origen de un documento digital o mensaje digital y verificar que su contenido no haya sido alterado; puede ser considerada como el resultado de una transformación de un documento digital empleando un criptograma asimétrico y un digesto seguro. Resulta ser recurso para desburocratizar, agilizar y transparentar los trámites, tanto en la administración pública como en el mundo de los negocios. En la actualidad los algoritmos de firma digital que pueden citarse son: RSA (estándar internacional de facto), Gammal y DSA. Todos estos algoritmos, requieren el empleo de números primos muy grandes, siendo usual que la cantidad de bits de dichos números se ubique entre los 512 y 2048 y basan su seguridad en la imposibilidad práctica de factorizar números compuestos de gran tamaño; es por ello que analizar la condición de primo o como se ha dado en llamar analizar la primalidad y factorizar a números en el caso de que sea compuesto, son acciones que presentan un desafío operacional de alta complejidad cuando se trata de un número natural del tamaño de dígitos que requieren los citados sistemas criptográficos.
Los números primos, han llamado la atención desde la antigüedad, pues no existen pautas en cuanto a su aparición en la sucesión de los números naturales como tampoco tienen un comportamiento claro en lo que respecta a su ausencia o a la manera en que dejan de aparecer; y es esta peculiaridad lo que los hace tan interesantes para la aplicación en criptografía. Además, son la esencia de la aritmética ya que el vocablo primo, proviene del latín primus, que equivale a

decir primero y refiere al concepto de primitivo en el sentido de origen, puesto que todos los números pueden obtenerse a partir de ellos.

Considero oportuno subrayar las siguientes cuestiones:

1ª) Que el conjunto de los números primos es infinito, por lo tanto no es posible definirlo por extensión, lo que equivale a decir que es imposible listarlos completamente y que por ende la definición se basa en sus propiedades.

2ª) Que a partir de su definición, es posible describirlos y determinar las propiedades que los hacen identificables, pero usualmente la verificación práctica de las mismas resulta una actividad ardua en tiempo computacional.

3·ª) Que el número de veces que un número primo puede intervenir en la factorización de un compuesto no encuentra limitación

4ª) Que asimismo es inexistente la limitación en lo atinente al número de primos que pueden intervenir en la factorización de un compuesto.

Ahora bien, antes de abordar el tema relativo a los test de primalidad se presentarán algunas consideraciones, que pueden resultar conocidas, pero no por ello de peso en el desarrollo del presente trabajo. Definición: Si a y b son números naturales, el mayor de sus divisores positivos comunes será llamado el máximo común divisor de a y b, lo cual será denotado como: (a:b); si (a:b) = 1, o lo que es lo mismo decir que el único divisor positivo común de a y b es uno, siendo a y b números naturales; se dirá de a y b, que son coprimos.

Coprimalidad: Se emplea esta terminología para abordar el estudio del carácter de coprimos; que resulta ser una cuestión no menor en el contexto de este trabajo.

La probabilidad de que dos números enteros elegidos al azar sean coprimos es igual a $\frac{6}{\pi^2}$; un medio rápido para determinar si dos números enteros son primos entre sí es el algoritmo de Euclides.

Tabla 1: Ejemplo Algoritmo de Euclides

iteración	b	a	q	r
0	1326	129	10	36
1	129	36	3	21
2	36	21	1	15
3	21	15	1	6
4	15	6	2	3
5	6	3	1	3
6	3	3	1	0

$(1326:129) = (r_4:r_5) = r_5 = 3;\ r_6 = 0$

Definición: Sea n un número natural y sean a y b números enteros. Se dice que a es congruente con b módulo n si y sólo si a-b es múltiplo de n y en tal caso se emplea la notación:

$$a \equiv b(\text{módulo } n) \quad (1)$$

Pequeño Teorema de Fermat: El enunciado del teorema se puede presentar de dos maneras distintas;

A partir de la condición de primo/coprimos para los números intervinientes:

Si p es un número primo y a otro número cualquiera, de manera que a y p sean primos entre sí, entonces se cumple que la diferencia entre *a* potenciado a la *p* y *a*, es divisible por *p*.

Basándose en la aritmética modular: Si p es un número primo y a es un entero no divisible por p, entonces a potenciado a la (p-1) es congruente 1 módulo p.

La importancia de este teorema a la luz de la aritmética modular es que permite comprobar en determinadas condiciones y con cierta facilidad, si un número puede ser considerado primo.

Residuos Cuadráticos: Dados un primo p y un número a, se dice que a es un residuo cuadrático módulo p (RC módulo p) si y sólo si existe un número x tal que el cuadrado de dicho número es congruente *a* módulo *p*. Se puede interpretar como el residuo que corresponde a la división entre el cuadrado de un número y el número p. Todo cuadrado perfecto es un RC módulo p, pero la recíproca no es vale. Por ejemplo: 2 es RC módulo 7, ya que el cuadrado de 4 es 16 que resulta ser congruente con 2 módulo 7

Definición: Si a es un entero y p un primo impar, el símbolo de Legendre de a con respecto a p, denotado $\left(\frac{a}{p}\right)$, se define como: *cero* si *a* es divisible por *p,* uno si a es RC módulo p y el opuesto de uno si a no es RC módulo p

Criterio de Euler: afirma que si *a* es un entero no divisible por *p* (primo) y *p*>2, entonces, a es un RC módulo p si y solo si a potenciado a la mitad del anterior de p, es congruente 1 módulo p, que puede replantearse de la siguiente manera: el símbolo de Legendre de a con respecto a p, es congruente *a* potenciado a la mitad del anterior de p, módulo p

Tabla 2: Símbolo de Legendre módulo 19

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$a^9(19)$	1	18	18	1	1	1	1	18	1	18	1	18	18	18	18	1	1	18
Sìmbolo de Legendre	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1

El Símbolo de Jacobi: Es útil para evaluar si un número es pseudoprimo. Si a es un entero, se define el símbolo de Jacobi de *a* con respecto a *n* como el producto de los símbolos de Legendre de *a* con respecto a cada uno de los primos en que se factoriza *n*

Debe tenerse en cuenta que: Si n es primo el símbolo de Jacobi coincide con el símbolo de Legendre, por lo tanto es un buen elemento decisor sobre la condición de a respecto de si es RC módulo n.

Si n no es primo el símbolo de Jacobi no decide si a es RC módulo n; pero sí decide si a no es RC módulo n.

2. Pruebas de Primalidad.

En cuanto al tema de la determinación sobre si un número puede ser considerado compuesto o primo, existen pruebas de primalidad que no hacen necesaria la factorización del número y no brindan información n alguna referida a cuáles son los factores de ese número entero en el caso de que la prueba determine que el entero es compuesto. Existen dos tipos de pruebas de primalidad; los test determinísticos de primalidad que son criterios que permiten decidir si un número es o no primo y los test de pseudoprimalidad o probabilísticos de primalidad, que son criterios que permiten decidir con un alto grado de probabilidad si un número es o no primo. La condición de primalidad es fundamental, pues asegura la existencia de inversos para cualquier entero en la aritmética modular si el módulo es un primo, cuestión no menor en la criptografia asimétrica, que es la que sustenta la fortaleza de la firma digital.

2.1. Test Determinísticos de Primalidad:

2.1.1. Criba de Eratóstenes:

Uno de los primeros métodos de generación de números primos se conoce como la criba de Eratóstenes que se le atribuye a Eratóstenes de Cirene (276 – 194 a.C.) quien fuera director de la biblioteca de Alejandría; antes de abordarlo conviene tener presente el siguiente resultado: Todo número natural compuesto es divisible por algún primo menor ò igual que su raíz cuadrada.

Por lo tanto, si se desean obtener todos los números primos menores que una natural N se genera una matriz de $\sqrt{N} * \sqrt{N}$, se asigna a cada celda un natural de manera consecutiva hasta N, y a partir de ella sin el uno, se eliminan todos los números múltiplos de dos (1° ciclo), luego los de tres (2° ciclo), luego los de cinco (3° ciclo) y así sucesivamente por cada uno de los primos menores o iguales que $\sqrt{N}$; los números que no fueron eliminados de la tabla, son todos los números primos menores que N. Por ejemplo, si N=400, se requieren ocho ciclos, ya que hay ocho primos menores que $\sqrt{400} = 20$. Se descarta su uso en firma digital.

De la lista de los primos menores a mil, surge la siguiente distribución de frecuencias de números primos (visión probabilística):

Tabla 3: Distribución de frecuencias primos menores que 1000

Primos pertenecientes a:	(1-100]	(100-200]	(200-300]	(300-400]	(400-500]	(500-600]	(600-700]	(700-800]	(800-900]	(900-1000]
Frecuencia	25	21	16	16	17	14	16	14	15	14

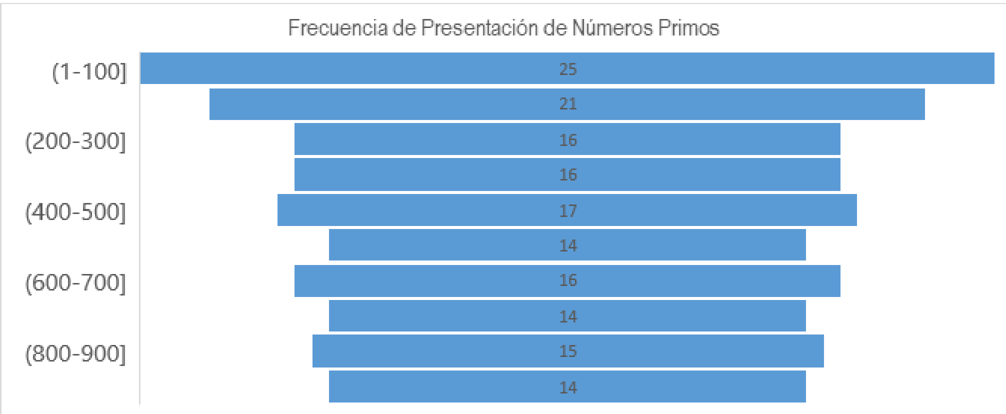


Gráfico 1: Distribución de Presentación de los Primos Menores que 1000

Teorema de Wilson: un número natural *n* es primo si y solo si, *n* es divisible por la suma entre factorial del anterior a n y uno

2.1.2. Prueba Resultante de Wilson:

Para determinar el carácter de primo de un número, a partir del Teorema de Wilson, no necesariamente se debe calcular el factorial en cuestión, pero si n es un valor grande la cantidad de reducciones módulo n necesarias lo hace impracticable, el enunciado del teorema a la luz de la aritmética modular es equivalente a la afirmación:

el factorial del anterior a *n*, es congruente a menos uno modulo *n*.

Tabla 4 – Ejemplos Numéricos del Teorema de Wilson

n	5	7	11	13
(n-1)!	24	720	3628800	479001600
A=(n-1)!+1	25	721	3628801	479001601
A/n	5,00	103,00	329891,00	36846277,00

Ambos procesos, la Criba de Eratóstenes y el que surge del Teorema de Wilson, son pruebas de primalidad determinísticas puesto que aseguran la condición de primo del número si el mismo supera el testeo, pero requieren de muchos ensayos y cálculos, con lo cual los mismos no resultan eficientes, para firma digital.

2.1.3. Prueba de Lucas-Lehmer:

La prueba de Lucas-Lehmer, desarrollada en 1878 por Edouard Lucas y perfeccionada por Derrick Henry Lehmer en la década de 1930, permite decidir de manera determinística si un número de Mersenne Mp es primo.

Los números primos de Mersenne M, son de la forma si $2^p - 1$ con p primo, pero debe tenerse en cuenta que p sea primo no implica que $2^p - 1$ sea primo, con lo cual tampoco resulta ser una fórmula de generación de primos.

La prueba para dichos números, consiste en definir una sucesión que viene dada de la siguiente manera: el primer elemento vale 4, y los siguientes se generan como el cuadra del anterior decrementado en dos. Entonces, Mp es primo si y sólo si el elemento p-2 de la sucesión es congruente 0 módulo Mp; para todo otro caso Mp es compuesto. El número s_{p-2} (módulo Mp) se llama residuo Lucas-Lehmer de p.

Tabla 5– Ejemplos Numéricos de la Prueba Lucas-Lehmer

p					Residuo Lucas-Lehmer de p
	s_0	4			
	s_1	14			
	s_2	194			
5	s_3	37634	31	0	0
	s_4	1416317954			
7	s_5	2,006E+18	127	0	0

2.2. Test de Pseudoprimalidad o Probabilísticos de Primalidad.

Estas pruebas someten a un número grande y candidato a primo, a varias rondas de chequeo; si bien las mismas no permiten afirmar que el número que supera las iteraciones sea primo, otorgan una razonable certeza que sí lo sea con una probabilidad alta y la que puede estimarse. Resultan ser muy ágiles en el caso que los números a validar como primos resulten ser compuesto.

Con estos tipos de pruebas, queda asegurada la condición de compuesto en tanto que la propiedad de primo es probabilística. Son las apropiadas para los algoritmos subyacentes en la firma digital.

2.2.1. Test de Fermat:

Sea n impar, el número natural que se pone a prueba su condición de primalidad. Sea a perteneciente al intervalo abierto (1; n-1) un número elegido aleatoriamente Vuelta Opcional recomendada: Por medio del algoritmo de Euclides analizar si el máximo común divisor entre n y a es 1, o sea si son coprimos, de no serlos es evidencia de que n es compuesto, y habrá encontrado un factor propio de n. Se descartan a=1 o a=n-1 como bases, debido a que las mismas siempre pasarán el test.

Primera vuelta: se calcula x, el cual viene dado por el resto de dividir a la potencia de *a* a la n menos uno por n, de ser distinto de uno, el numero n es compuesto y en este caso el test finaliza con certeza; en caso contrario, la prueba falla; nada se puede asegurar sobre n, pero se puede comenzar a sospechar levemente su primalidad. Se dirá que n supera el test respecto a la base a o bien que n es un probable primo respecto a la base a.

Vueltas subsiguientes: Habiendo fallado la prueba con la base elegida, se analiza si la cantidad de pruebas coincide con el 50% de las bases coprimas con n, si es menor o igual se elige una nueva base y se repiten la vuelta opcional y la primera vuelta; si en las mismas el número pasa la prueba aumenta la certidumbre acerca de la primalidad de n. Cuando la cantidad de pruebas supera al 50% de las bases coprimas con n, finaliza el test, y nuevamente nada se puede asegurar sobre n, pero se puede comenzar a sospechar con mayor seguridad su primalidad. Se dirá que n supera el test respecto a todas las bases coprimas o bien que n es un probable primo. La cantidad de vueltas para llegar al convencimiento de que n es primo se basa en el siguiente lema: Suponiendo que n no pasa el test respecto a una cierta base b; entonces n es un probable primo respecto a lo sumo al 50% de las bases coprimas con n y siendo esta cota óptima.

El lema citado plantea que si n es compuesto y no pasa el test para todas las posibles bases entonces se tendrá por lo menos el 50% de chance de que no lo pase respecto a una base elegida al azar. Dicho de otra manera, si n pasa el test respecto a una cierta base, existe una probabilidad menor o igual que 0,5 de que no sea primo. Si lo hace con respecto a dos bases dicha probabilidad será menor o igual que 0,25=0,52 y, generalizando, la probabilidad de que n sea compuesto y pase el test de Fermat respecto a k bases es menor o igual a 0,5k. A partir de este dato cuantitativo se puede estimar el número de rondas que se ejecutará el test antes de declarar primo a n, dependiendo del grado de certidumbre que se desee obtener. Si se desea tener un grado de confianza superior al 0,99 respecto a la primalidad de n, se deberán ejecutar al menos 7 rondas de la prueba, ya que 0,57=0,0078125 que resulta ser menor a un centésimo.

Sea n un entero compuesto y se a un entero perteneciente al intervalo [1; n-1] y el resto de dividir la potencia n-1 de a por n, es uno, se dice que n es un pseudoprimo con respecto a la base a. Al entero a, se lo llama “embaucador de Fermat” para n.

Ejemplo: Sea n=645=3*5*43 es pseudoprimo en base 2, puesto que 2^{644} es congruente 1 modulo 645

Es curioso que los pseudoprimos en base 2 sean muy escasos. Por ejemplo, hay 882206716 primos inferiores a 2×1010 y solo hay 19685 pseudoprimos en base 2 inferiores a 2×1010. Esto nos dice que la base 2 parece ser muy poco “embaucadora” en el sentido de que si tomamos un número grande n de manera aleatoria y si se verifica que $2^{n-1} \equiv 1$(módulo n), entonces es muy probable que n sea primo. También los pseudoprimos en base 3 son muy escasos y es altamente improbable que si tomamos un número grande n de manera aleatoria, este sea compuesto y que a la vez sea simultáneamente pseudoprimo en base 2 y base 3. Es decir, si un número n pasa los dos test $2^{n-1} \equiv 1$(módulo) y $3^{n-1} \equiv 1$(módulo) es muy probable que sea primo.

Pseudoprimos: el test también falla cuando se trata de un pseudoprimo, que son números conocidos como de Carmichael (1912). Estos números (n) cumplen con la propiedad que potencia (n-1) en una base que es coprima con él es congruente 1 módulo n. El número 561=3(11)17 no es primo, sin embargo Para toda base coprima con 560 es congruente 1 modulo 561.

$a^{560} = (a^{2})^{280} \equiv 1(módulo\ 3)$ $a^{560} = (a^{10})^{56} \equiv 1(módulo\ 11)$ $a^{560} = (a^{16})^{35} \equiv 1(módulo\ 17)$(2)

Estos números son realmente raros, por lo que su existencia no invalida la utilidad del test de Fermat y está demostrado desde 1992 que existen infinitos. es pertinente acotar que solo hay 2163 pseudoprimos menores que 25x109 o sea uno cada once millones y medio de números. El siguiente enunciado, permite caracterizar perfectamente a un pseudoprimo: Un número impar n es pseudoprimo si y solo si es producto de r primos distintos.

2.2.2. Test de Solovay-Strassen (SS):

También denominado test de Jacobi, se basa en la siguiente condición: sea n es un entero impar, y sea a, con 0<a<n, se calculan $a^{(n-1)/2}$ y el símbolo de Jaobi .Si estos dos valores no son congruentes módulo n entonces el criterio de Euler asegura con certeza que n es compuesto; si en cambio son congruentes se ha obtenido una cierta evidencia de que n es primo, y se dice que n es un pseudoprimo de Euler respecto a la base a.

Se elige al azar una base a (1<a<n-1): Si el máximo común divisor entre ello es distinto de uno, decae que n es compuesto y finaliza la prueba; de lo contrario se calculan a potenciado a la mitad de n-1 y el símbolo de Jacobi dependiendo de a y n; si estos dos valores no son congruentes módulo n entonces el criterio de Euler asegura con certeza que n es compuesto y finaliza la prueba y de ser congruentes se ha obtenido una cierta evidencia de que n es primo, y se dice que n es un pseudoprimo de Euler respecto a la base a.

Se vuelve a elegir otra base, y se repite el proceso de análisis descripto anteriormente. Se continúa ensayando hasta haber obtenido suficiente evidencia de la primalidad de n. Los valores de a que cumplen el criterio de Euler se denominan verificadores de Euler para la primalidad de n y los que no lo cumplen se denominan falsadores de Euler para la primalidad de n. Es conveniente observar, que una condición necesaria pero no suficiente para que n pase el test respecto a una base x cualquiera es que ésta verifique una de las relaciones : que $x^{(n-1)/2}$ sea congruente 1 o -1 módulo n, puestos que éstos son los únicos valores que toma el símbolo de Jacobi.

Comparando el test de Fermat con el SS se puede afirmar que si n supera el test de Jacobi respecto a una base a entonces supera el test de Fermat respecto a dicha base; asimismo el análisis de las probabilidades resulta semejante para ambas pruebas, pero para el test de Jacobi afortunadamente no se presenta la problemática que plantean los números Carmichael para el de Fermat, situaciones que están avaladas por la siguiente proposición: Si n es compuesto, entonces no pasa el test de Jacobi con respecto a alguna base b y en tal caso, pasará el test respecto a los sumo el 50% de las bases. Si se desea establecer la primalidad de n con una probabilidad de error menor ò igual a un cierto δ, se debe determinar k de manera que 2-k ≤ δ y se somete a n a prueba k veces; si las supera, se confía en su primalidad de no ser así se puede asegurar que n es compuesto.

El test de Jacobi, se lo puede considerar determinístico de primalidad puesto que n es primo si supera el test respecto a más de la mitad de las bases coprimas con él; pero por ser necesario operar con números muy grandes esta alternativa se convierte en impracticable y queda entonces en el ámbito de lo probabilístico. Fue descubierto en 1978 y fue modificado en 1982 por Atkin y Larson, pero en la actualidad está descartada su aplicación.

2.2.3. Test de Rabin-Miller:

También conocido como test fuerte del pseudoprimo o test fuerte de primalidad (TFP), es el más utilizado en la actualidad, ya que aventaja al de Jacobi y profundiza el método del test de Fermat. Se supone que n es un número natural impar y se desea estudiar su primalidad, y todas las cantidades referenciadas son reducidas módulo n.

Teorema de Rabin: Si n es un entero compuesto, a lo sumo ¼ de todos los números a, 1≤a≤n−1, son embaucadores fuertes de n. Dada una base b coprima con n primo, $b^{(n-1)}$ es congruente 1 módulo n se satisface si y sólo si $b^{(n-1)/2}$ sea congruente 1 o -1 módulo n

Se presentan entonces tres alternativas a considerar:

1ª) Si $b^{(n-1)/2}$ no es congruente 1 o -1 módulo n; se tiene con certeza que n es compuesto. 2ª) Si $b^{(n-1)/2}$ es congruente -1 módulo n; daría indicio que n es primo y se podría poner a prueba otra base. 3ªa) Si $b^{(n-1)/2}$ es congruente 1 módulo n y si (n-1)/2 es impar se repite la situación 2ª). 3ªb) Si $b^{(n-1)/2}$ es congruente 1 módulo n y si (n-1)/2 es par se replican las situaciones 1ª), 2ª) y 3ªa) pero referidas a los posibles valores de $b^{\frac{n-1}{4}} = b^m$.

Y así repetitivamente pero dividiendo sucesivamente por dos al valor de m del paso anterior (en tanto sea factible).

En la práctica, el algoritmo se plasma en los siguientes pasos y con el ordenamiento que se indica:

P1) Se factoriza a n-1 con 2^s (s mayor o igual a 1) y d (d impar). Lo cual implica dividir a n-1 por 2 todas las veces que sea posible.

P2) Se calcula $x_0 = b^d$ (b comprimo con n)

P2.1) Si x_0 es congruente 1 o -1 módulo n finaliza con cierta presunción que n es primo

Se dice que n pasa el test respecto a la base b o que n es un pseudoprimo fuerte respecto a la base b.

P2.2) Si

$$x_0 \equiv r(n)\ r \neq 1, se\ calcula\ x_j = x_{j-1}^2, 1 \leq j \leq s-1, x_j = b^{2^k d} y\ x_{s-1} = b^{\frac{n-1}{2}} (3)$$

xj congruente -1 módulo n finaliza con cierta presunción que n es primo
xj congruente 1 módulo n finaliza con certeza que n es compuesto
xj congruente r módulo n, r distinto de 1 o -1 se calcula x_{j+1} y se repite el análisis anterior si es que j es a lo sumo s-1

Por lo tanto, si se llega a j=s-1 y no se verifica que

$$x_{s-1} \equiv -1(n)\ (4),$$

se da por finalizado el test con la seguridad que n es compuesto.

En resumidas cuentas: n pasa el test de Rabin-Miller respecto a la base b si y solo si se verifica alguna de las siguientes relaciones, las cuales son mutuamente excluyentes:

$$b^d \equiv \pm 1(n)\ o\ b^{2^j d} \equiv -1(n) 1 \leq j \leq s-1\ (5)$$

En cualquier otro caso n es compuesto con certeza.

Si n pasa el test respecto de b se sigue probando con otras bases, hasta estar suficientemente convencidos que n es primo, o absolutamente seguros que no lo es.

Ejemplo: Tomado de Aritmética

Si $n = 481 = 13 * 37 \rightarrow n - 1 = 480 = 2^5 * 15$

Trabajando con congruencias módulo 13 y 37 y a través del teorema chino del resto, 481 pasa el TFP respecto a la base 8, puesto que:

$x_0 \equiv 8^{15} \equiv 31(módulo\ 481)$ Y por lo tanto: $x_1 \equiv 31^2 = 961 \equiv -1(módulo\ 481)$

Pero 481 no pasa el TFP respecto a la base 10, puesto que:

$x_0 \equiv 10^{15} \equiv 38(módulo\ 481)$ Y: $x_1 = 10^{30} \equiv 38^2 = 1444 \equiv 1(módulo\ 481)$

Es conveniente destacar que 481 pasa el test de Jacobi respecto a la base 10, ya que la última relación asegura que:

$10^{240} = 10^{30^8} \equiv 1(módulo\ 481)$ Y: $\left(\frac{10}{481}\right) = \left(\frac{10}{13}\right) * \left(\frac{10}{19}\right) = (-1) * (-1) = 1$

La siguiente proposición, que dará elementos para realizar el análisis probabilístico del test, confirmará que la supremacía del test de Jacobi sobre el TFP es aparente: Si n pasa el test de Rabin-Miller respecto a una cierta base, entonces también pasa el test de Jacobi respecto a dicha base. Además, si n es compuesto, sólo pasará el test de Rabin-Miller respecto a lo sumo el 25% se las bases.

Análisis de Probabilidad del test: si n pasa el TPF con respecto a una base, la probabilidad que n sea compuesto es a lo sumo 0,25 si n pasa el TPF con respecto a otra base (o sea dos bases), la probabilidad que n sea compuesto es a lo sumo el cuadrado de 0,25; si n pasa el TPF con respecto a k bases, la probabilidad que n sea compuesto es a lo sumo la potencia k-esima 0,25. Probabilidad que parece ser bastante conservadora; ya que está planteada la siguiente conjetura: si n es compuesto, entonces no pasa el TFP respecto a alguna base menor que $2ln^2n$; y que de ser así reduciría enormemente la cantidad de pruebas a efectuar.

3. Conclusiones y Trabajos Futuros:

Los tests probabilísticos están basados en la idea de relajar la corrección de la prueba para conseguir un comportamiento de respuesta polinomial o subpolinomial De los tres tests probabilísticos aquí presentados, el mejor desde el punto de vista técnico y práctico es el de Miller-Rabin. El test SS es computacionalmente peor y más difícil de implementar ya que hay que calcular el símbolo de Jacobi. Por otra parte ambos tienen la ventaja frente al de Fermat de que podemos aumentar la confianza de la primalidad con un valor de k (cantidad de rondas) arbitrariamente alto (Fermat tiene el límite definido por los números de Carmichael).

Se indagará a futuro sobre las pruebas que en este trabajo no se han abordado, debido a que el tema es de vigencia con fuerte volatilidad.

Referencias:

BECKER, M. E.; PIETROCOLA, N. Y SÁNCHEZ, C. (2001); *Aritmética*, Red Olímpica, Argentina.

GRACIÁN, E. (2011); *Los Números Primos, un Largo Camino al Infinito*, Navarra: EDITEC.

GÓMEZ, J. (2011); *Matemáticos, Espías y Piratas Informáticos, Codificación y Criptografía*, Navarra: EDITEC

MENEZES, A.; VAN OORSCHOT, P.; VANSTONE, S. (1996); *Handbook of Applied Cryptography*; CRC Press

MORA, W. (2014); *Introducción a la Teoría de Números*; Revista digital Matemática, Educación e Internet; https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica [Consulta 15/04/2018].

SCOLNIK, H. (2014); *Qué es la Seguridad Informática*; Argentina, Paidós

215 LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS PRESENTES EN LA GESTIÓN ESTRATÉGICA Y OPERATIVA DE EGRESADOS DE LA CARRERA LIC. EN ADMINISTRACIÓN EN SANTIAGO DEL ESTERO

Ceballos Ana Maria - Castillo, Jorge Segundo – Lescano, Carlos Omar
Universidad Nacional de Santiago del Estero. FHCSyS
anamariaceb@gmail.com - jorcast@unse.edu.ar - omarlescano50@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Competencias matemáticas, Gestión Estratégica, Gestión Operativa.

Resumen

En este trabajo se muestran los resultados obtenidos y el análisis posterior de una encuesta realizada a Licenciados en Administración que se desempeñan laboralmente en la ciudad capital de Santiago del Estero. La misma se ha realizado en el marco de las actividades del proyecto de investigación “Estudio acerca de las competencias matemáticas usadas en el ejercicio de la profesión del Licenciado en Administración en la provincia de Santiago del Estero”.
Se han considerado dos campos de posible uso de competencias matemáticas, la gestión estratégica y la operativa y en relación con ellas se consideraron variables e indicadores. Además se indagó sobre qué competencias matemáticas desarrollan en su ámbito laboral. Se relacionaron así, las competencias matemáticas con las gestiones antes nombradas, detectando implicancias entre las mismas.

1. Introducción

La competencia profesional suele interpretarse como el dominio de un conjunto de saberes, capacidades, actitudes y habilidades para realizar con efectividad ciertas acciones que pertenecen a un determinado campo ocupacional (Sobrado Fernandez,2005). En particular interesan las competencias matemáticas desarrolladas en su formación y en el uso actual de las mismas en relación a la gestión estratégica y gestión operativa en su ocupación actual. Por lo tanto surge el interés de indagar, identificar y evaluar el nivel de aplicación de esas competencias matemáticas, utilizadas por los Licenciados en Administración que se desempeñan profesionalmente en la ciudad de Santiago del Estero. En pos de ese objetivo, se analizaron las respuestas de una encuesta presentada a los profesionales.

1.1. Metodología

Se aplicó la encuesta a una muestra de veinte (20) Licenciados en Administración, que trabajan en diferentes ámbitos públicos y privados de la ciudad de Sgo. Del Estero.
Se han considerado los siguientes campos de posible aplicación de competencias: a) gestión estratégica, b) gestión operativa. Además se indagó sobre aspectos relativos a sus tareas laborales relacionadas con seis de las competencias matemáticas correspondientes al marco teórico adoptado. En cuanto a la Gestión Estratégica, se consideró la variable Planeamiento, y los indicadores siguientes: Diseña y revisa la misión de la Empresa- Formula la visión en la organización- Realiza un diagnóstico interno- Reconoce áreas de Organización- Analiza relaciones internas- Usa Diagramas o Representaciones de Relaciones- Realiza un análisis externo- Identifica y clasifica el medio de competencia- Define prioridades estratégicas. Por la Gestión Operativa, se consideró la variable Ejecución, y los indicadores siguientes: Planifica metas por áreas- Planifica la asignación de recursos- Diseña presupuestos- Toma decisiones en función al análisis estratégico. Por último, respecto de las competencias matemáticas usadas por el Lic.

en Administración en su tarea laboral, se han seleccionado a las 6 competencias como indicadores: Realiza cuantificaciones- Realiza inferencias/Conjeturas/Deducciones/
Estimaciones- Usa Modelos matemáticos- Resuelve problemas con estrategias matemáticas- Usa representaciones matemáticas- Comunica con entidades matemáticas

2. Resultados, Análisis e Interpretación de la encuesta

Se han considerado los siguientes campos de posible aplicación de competencias: a) gestión estratégica, b) gestión operativa. Además se indagó sobre aspectos relativos a sus tareas laborales relacionadas con las competencias matemáticas correspondientes al marco teórico adoptado en la presente investigación y su opinión respecto del uso de la matemática en su ámbito laboral.

Las competencias matemáticas consideradas en la investigación, con el objeto de asociar las mismas a las variables o actividades del Lic. en Administración, son las siguientes:

I- Pensar y razonar matemáticamente

II- El planteamiento y la resolución de problemas

III- Saber construir modelos matemáticamente

IV- Argumentar matemáticamente

V- Representación de entidades matemáticas

VI- El manejo de símbolos matemáticos y formalismos

VII- Comunicación en, con y acerca de la matemáticas

VIII- El uso de recursos y herramientas

2.1. En cuanto a la Gestión Estratégica, se consideró la variable Planeamiento, y los indicadores siguientes:

2.1.1 Diseña y revisa la misión de la Empresa.

Este indicador se asocia principalmente con la competencia matemática "Pensar y Razonar matemáticamente"

2.1.2 Formula la visión en la organización.

Este componente está en relación con el pensamiento probabilístico que forma parte de la primera competencia considerada.

2.1.3 Realiza un diagnóstico interno

2.1.4 Reconoce áreas de Organización

2.1.5 Analiza relaciones internas

2.1.6 Usa Diagramas o Representaciones de Relaciones

2.1.7 Realiza un análisis externo

2.1.8 Identifica y clasifica el medio de competencia

2.1.9 Define prioridades estratégicas

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1. Planeamiento de la Gestión Estratégica

Planeamiento	SI	PARC	NO
2.1.1	8	4	8

2.1.2	3	4	13
2.1.3	14	2	4
2.1.4	19	1	0
2.1.5	16	2	2
2.1.6	8	7	5
2.1.7	10	6	4
2.1.8	11	3	4
2.1.9	10	5	5

Corresponde a la misma el siguiente gráfico:

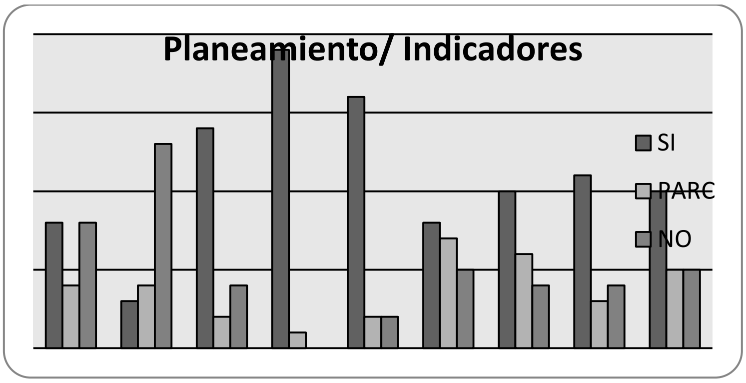


Gráfico 1. Resultados de la Variable Planeamiento

Análisis e Interpretación de los resultados:

Con relación al 2.1.1 "Diseña y revisa la misión de la empresa", los valores muestran que el 60% de los encuestados si realiza esta actividad, mientras que el 40% no tiene ninguna injerencia en la misma, lo que indica que gran parte de los encuestados no tienen participación en componentes importantes para el diseño del planeamiento.

Se asocia este indicador a la competencia matemática "Pensar y razonar matemáticamente", pues esta actividad involucra un razonamiento de tipo deductivo para validar los componentes de la misión. De modo que mas de la mitad de la muestra seleccionada tiene oportunidad de poner en práctica esta competencia matemática.

Con relación al 2.1.2. "Formula la visión de la empresa", los valores muestran que el 35 % participan en el diseño de la visión, siendo el 65 % restante no tiene participación en su formulación. Por lo tanto podemos expresar que más de la mitad de los encuestados no define ni construye el futuro de la empresa.

Se relaciona esta actividad con el pensamiento probabilístico, de que ocurra o no los sucesos proyectados. Además de la posibilidad de realizar inferencias, poner en práctica un razonamiento de tipo inductivo, que es un razonamiento usado en la matemática, por lo que interviene la competencia "Pensar y Razonar matemáticamente". Por otro lado para realizar la formulación, puede utilizar lenguaje, símbolos y representaciones propias de la matemática, como gráficos estadísticos, que está en relación con las competencias “Representación de entidades matemáticas” y “El manejo de símbolos matemáticos y formalismos”. De modo que el 35% de la muestra desarrolla estas competencias.

Con relación al 2.1.3. “Realiza un diagnóstico interno”, los índices muestra que el 80 % se involucra y tiene gestión en aspectos internos de la empresa, siendo el 20 % no tiene participación alguna, por lo tanto podemos decir que la gran mayoría de los encuestados tienen incidencia en la participación y análisis de aspectos internos de la organización a la que pertenecen.

Se considera que este indicador está en relación con la asignación de variables, la valoración de las mismas, por lo que tiene la posibilidad de usar, por ejemplo, matrices como modelo matemático, que hace referencia a la competencia “Saber construir modelos matemáticamente”. Se infiere que la gran mayoría de los encuestados tiene oportunidad de desarrollar esta competencia, en su actividad laboral.

Con relación al 2.1.4. “ Reconoce áreas de organización”, los indicadores muestran que el 100 % de los encuestados reconocen las áreas de la empresa, por lo tanto estos valores indican que tienen una visión total de la estructura.

Se relaciona este indicador con la teoría de conjuntos donde se consideran las relaciones y funciones, las clases según categorías, que identifican la pertenencia o no a las mismas. Estos entes matemáticos son usados en el reconocimiento de las áreas de organización. Se asocia este indicador con la competencia el “Manejo de símbolos matemáticos y formalismos”.

Dada esta asociación se interpreta que la totalidad de los encuestados, desarrolla de alguna manera esta competencia.

Con relación al 2.1.5. “ Analiza relaciones internas”, los valores muestran que el 90 % de los encuestados tiene conocimientos de las relaciones y funciones de la organización, por lo tanto el 10 % no muestra la participación en este indicador, esto significa que la mayoría de los egresados tienen un visión sistémica de las múltiples relaciones que se dan en la organización en la participan. El análisis es una actividad que forma parte de una de las estructuras matemáticas que se aplica a funciones y relaciones entre diferentes conjuntos, en este caso se consideran las posibles relaciones dentro de las organizaciones, entre variables o subsistemas. Luego es posible asociar esta actividad con la competencia “Manejo de símbolos matemáticos y formalismos” y “Argumentar matemáticamente”.

Con relación al 2.1.6. “ Usa diagramas o representación de relaciones”, los indicadores muestran que el 75 % utilizan procedimientos para representar la gestión, siendo el 25 % no utiliza formas de representación en sus tareas, esto significa que gran parte de los encuestados considera la importancia de utilizar la diagramación en su gestión. Se ha relacionado este indicador con la competencia “Representación de entidades matemáticas”.

Con relación al 2.1.7. “Realiza un análisis externo” los valores obtenidos revelan que el 50% si lo hace, el 30% parcialmente y el 20% no realiza tal actividad, lo que significa que hay un alto porcentaje de egresados que desarrolla la evaluación del sector externo y tiene la oportunidad de poner en práctica competencias que están en relación con la misma. Este indicador se asocia con las competencias “Manejo de símbolos matemáticos y formalismos”, “Argumentar matemáticamente” y posiblemente “El planteamiento y resolución de problemas”

Con respecto al 2.1.8. “Identifica y clasifica el medio de competencia” los resultados muestran que el 55% si lo hace, el 15% parcialmente y el 30% no. Esto se interpreta como que el 70% tiene conocimiento del medio competitivo, mientras que el 30% no tiene contacto con esa variable. Se relaciona este indicador con la teoría de conjuntos donde se consideran las relaciones y funciones, las clases según categorías, que identifican la pertenencia o no a las mismas.

Estos entes matemáticos son usados en el la identificación y clasificación del medio de competencia. Se asocia este indicador con la competencia el "Manejo de símbolos matemáticos y formalismos".

Con respecto al 2.1.9. "Define prioridades estratégicas" los datos obtenidos revelan que el 50% participa en la definición de estrategias, el 25% lo hace en forma relativa y el resto no tiene incidencia en la definición de estrategias en la organización en la que participa.

Se asocia este indicador con el "Planteamiento y resolución de problemas", fundamentalmente porque el administrador tiene que plantear estrategias adecuadas para la resolución de cuestiones que surgen de la complejidad de relaciones entre lo externo e interno.

2.2. En cuanto a la Gestión Operativa, se consideró la variable Ejecución, y los indicadores siguientes:

2.2.1. Planifica metas por áreas

2.2.2 Planifica la asignación de recursos.

2.2.3 Diseña presupuestos

2.2.4 Toma decisiones en función al análisis estratégico.

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla

Tabla 2. Ejecución de la Gestión Operativa

	SI	PARC	NO
2.2.1	11	5	4
2.2.2	12	5	3
2.2.3	13	2	5
2.2.4	8	7	5

Estos valores se representan en el siguiente gráfico

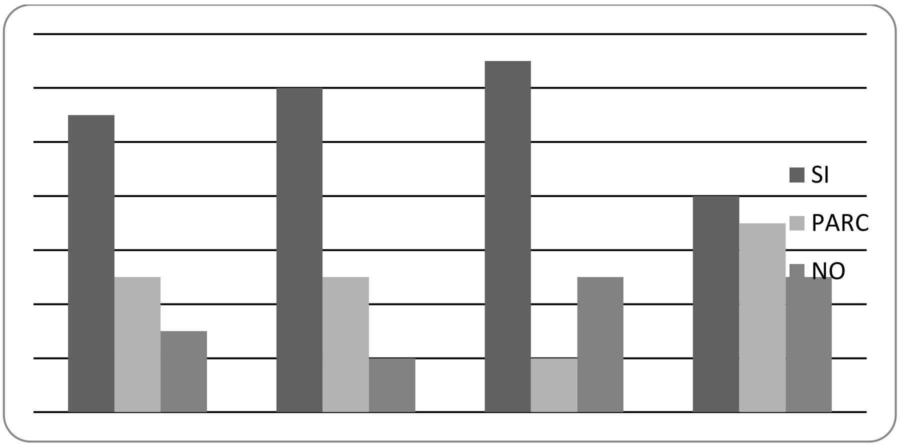


Grafico 2. Resultados de los indicadores de Ejecucion de Gestión Estrategica

Interpretación:

Con relación al 2.2.1 "Planifica metas por áreas". Los resultados muestran que el 55% de los encuestados si lo hace, el 25% realiza esta actividad en algunas oportunidades mientras que el 20% no lo hace.

Con relación al 2.2.2 "Planifica la asignación de recursos", los datos obtenidos revelan que el 60% realiza actividades de planificación de recursos en la organización, el 25% lo hace de manera ocasional y el 15% no tiene participación alguna en esa actividad.

Con respecto al 2.2.3 "Diseña presupuesto", los resultados muestran que el 65% formula presupuestos, el 10% lo hace parcialmente y el 25% no realiza actividades de esta naturaleza.

Con respecto al 2.2.4 "Toma decisiones en función al análisis estratégico" el 40% si toma decisiones teniendo en cuenta el análisis estratégico previo, el 35% lo hace en algunas ocasiones y el 25% no tiene ingerencia en esa actividad.

En relación a las competencias matemáticas usadas por el Lic. en Administración en su tarea laboral, se han seleccionado los siguientes indicadores:

2.3.1. Realiza cuantificaciones (asigna valores numéricos a acciones, procesos, recursos, bienes, resultados de análisis, etc)

2.3.2. Realiza inferencias/Conjeturas/Deducciones/Estimaciones

2.3.3. Usa Modelos matemáticos

2.3.4. Resuelve problemas con estrategias matemáticas

2.3.5. Usa representaciones matemáticas

2.3.6 Comunica con entidades matemáticas

Los resultados obtenidos en la encuesta se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 3. Competencias Matemáticas usadas en la Tarea Laboral

B	SI	PARC	NO
2.3.1	17	1	2
2.3.2	16	2	2
2.3.3	9	4	7
2.3.4	5	6	9
2.3.5	7	5	8
2.3.6	6	2	12

Se representan estos valores en el siguiente gráfico:

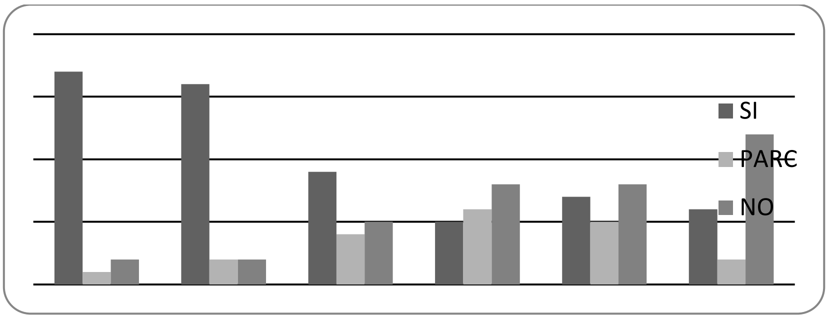


Grafico 3. Competencias Matematicas usadas por el Lic. en Administracion

Interpretación de los resultados:

El 90% de los encuestados realiza cuantificaciones, es decir asigna valores numéricos a acciones, procesos, recursos, bienes o resultados de análisis en el ejercicio de su actividad profesional. De ese porcentaje la mayoría (85%) reconoce hacerlo siempre.

Respecto de si realiza inferencias/Conjeturas/Deducciones/Estimaciones, el 80% dice que sí, el 10% que lo hace de modo parcial y el 10% no lleva a cabo ese tipo de actividades matemáticas.

Con relación al uso de Modelos matemáticos, el 45% lo hace, el 20% a veces o parcialmente y el 35% no lo hace.

Con respecto a si usa estrategias matemáticas en la resolución de problemas, el 25% de los encuestados manifiesta que si, el 30% lo hace de modo parcial y el 45% no lo hace.

Con respecto a si usa representaciones matemáticas, el 35% manifiesta que si lo hace, el 25% que lo hace parcialmente y el 40% no lo hace.

Respecto del uso de entidades matemáticas para comunicar el 30% reconoce hacerlo, el 10% lo hace parcialmente y el 60% no lo hace.

Analizando estos resultados se advierte que las competencias matemáticas que más reconocen poner en juego en el ejercicio de su profesión son las que están asociadas a las cuantificaciones y a las inferencias, conjeturas, deducciones o estimaciones, que se pueden conectar con la competencia de pensar y razonar matemáticamente. Respecto de las que están en relación con la resolución de problemas, la construcción de modelos matemáticos y el uso de representaciones matemáticas, más de la mitad de los encuestados manifiestan si realizar estas actividades , mientras que más de la mitad no usa la matemática para comunicar resultados.

Para finalizar se propuso condensar estos resultados en una figura hexagonal con centro G y vértices: A,B,C,D,E y F, donde se ubican los indicadores de competencias matemáticas, para permitir visualizar y comparar las regiones y los porcentajes obtenidos en las encuestas.

1. AG: Cuantifica
2. BG: Razona matemáticamente
3. CG: Modeliza con Matemática
4. DG: Resuelve Problemas con Matemática.
5. EG: Representa Matemáticamente.
6. FG: Comunica con Matemática.

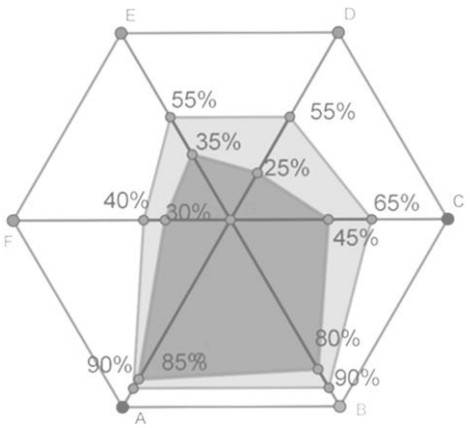


Grafico 4. Competencias Matemáticas del Lic. En Administración

3. Reflexiones Finales:

El análisis anterior no solo sirvió para conocer el nivel de presencia de las competencias matemáticas usadas por Lic. en Administración en el ámbito laboral, sino para determinar y destacar la importancia de la formación matemática a lo largo de la carrera. Esto es, conocer como se aplica el pensamiento cuantitativo o lógico como soporte en la gestión estratégica, la gestión táctica y la gestión operativa. Se infirió que pensar y razonar matemáticamente implica la formación del pensamiento cuantitativo o lógico que se puede ver en la *gestión estratégica* a través de indicadores como: el diseño y revisión de la misión de la empresa, la formulación de la visión en la organización, la realización del diagnóstico interno, el reconocimiento de las áreas de la organización, el análisis de las relaciones internas, el uso de diagramas o representación de las relaciones, la realización del análisis interno, la identificación y clasificación de la competencia, la definición de prioridades estratégicas. Se advierte además, que las competencias matemáticas que más reconocen poner en juego en el ejercicio de su profesión los licenciados en administración son las que están asociadas a las cuantificaciones y a las inferencias, conjeturas, deducciones o estimaciones, que se pueden conectar con la competencia de pensar y razonar matemáticamente. Respecto de las que están en relación con la resolución de problemas, la construcción de modelos matemáticos y el uso de representaciones matemáticas, se usan medianamente y en menor medida aplica la misma para comunicar resultados.

Referencias Bibliográficas:

Amezola Huerta, J.; Pérez García, I; Castellanos, A (2000) *Desarrollo curricular por competencias profesionales integrales*. Revista digital Educar, 13/2000. Ed. Secretaría de Educación – Gobierno de Jalisco, en http://educar.jalisco.gob.mx/13/13Huerta.html [consulta: 01/07/2016]

Guerra, Y. (2019) *Aplicación de herramientas matemáticas y computacionales para el dimensionamiento de stock de una distribuidora de productos de cosmética capilar en la ciudad de La Banda*. Trabajo Final de Graduación. UNSE. 2019

Informe Final del Proyecto 6x4 Unión Europea, América Latina y el Caribe - UEALC (2008) *Propuestas y acciones universitarias para la transformación de la educación superior en América Latina*. Bogotá: Asociación Colombiana de Universidades - ASCUN.

INCUAL (2004) *Educación. Cualificaciones profesionales*. Consultado en la web el 12 de julio de 2016 en http://www.mec.es/educa/incual/.

Niss, M. (2003) *Quantitative Literacy and Mathematics Competencies.* En Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges, 215-220. http:// www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf [Consulta 30 mayo 2013].

OCDE - INECSE (2004). *Marcos Teóricos de PISA 2003*. Madrid. http://www. educacion.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/marcoteoricopisa2003. pdf?documentId=0901e72b801106cd [Consulta 30 de mayo 2013].

OCDE (2006) *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve.* París: OCDE. http:// www.oecd.org/pisa/39730818.pdf [Consulta 30 mayo 2013]. POLLAK, H.O. (1997): Solving Problems in the Real World. En Steen, L.A. (ed.): Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America. Nueva York. The College Board, 91-105. PO

Ravitsky, M. (2002) *Metodología francesa: diseño de una acción de capacitació* Proyecto ETFP Conferencia magistral. III Encuentro sobre Formación Tecnológica de Europa y América Latina. Hotel Neptuno, Ciudad de la Habana, del 4 al 8 de noviembre del 2002.

Sobrado Fernández (2005) *Acreditación de las cualificaciones profesionales*. Seminarios de la Sociedad Española de Pedagogía. Consultado el 11 de julio de 2016. Disponible en: http://www.uv.es/soespe/2SeminarioLSobrado.htm

Segredo Pérez, A. (2004) *Caracterización del sistema de dirección en la Atención Primaria de Salud*. Revista Cubana. Vol 5-6.

ESTADISTICA

119 MEDICIÓN DEL COCIENTE DE SACRIFICIO POR DESINFLACIÓN PARA ARGENTINA

Brufman, Juana - Trajtenberg, Luis - Rodríguez, Macarena - Sosa, Juan Bautista
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
juana.brufman@fce.uba.ar - luis_trajtenberg@hotmail.com - macareniones@gmail.com - sosajuanbautista@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada
Palabras Clave: inflación, cociente de sacrificio, SVAR

Resumen

En este trabajo se estima el cociente de sacrificio - el costo de reducir la inflación, en términos de la pérdida de producto por hacerlo - para la economía argentina, utilizando datos trimestrales del PIB y la inflación desde 1970 hasta 2018. Se aplican dos metodologías: una, que llamaremos “narrativa”, desarrollada por Ball (1994) y extendida por Zhang (2005) y Hofstetter (2006), consiste en identificar episodios históricos de desinflación y calcular la desviación del producto observado con respecto a su nivel potencial; y la segunda, que llamaremos “econométrica”, desarrollada por Cecchetti y Rich (2001) consiste en analizar las funciones impulso respuesta de un modelo estructural de vectores autorregresivos (SVAR) para las dos variables.
Los resultados obtenidos en la primera metodología arrojan cocientes de sacrificio promedio entre -1,03 y 2,82, lo que no nos permite concluir con evidencia suficiente si hay pérdidas o ganancias reales de bajar la inflación. Los resultados obtenidos en la metodología econométrica van entre 0,03 y 0,59. A pesar de que sugieren que incurrir en una desinflación es costoso para Argentina, encontramos que los intervalos de confianza del 90% para la respuesta acumulada del producto incluyen el cero, por lo que no podemos descartar de forma definitiva que el costo de bajar la inflación en términos de producto sea nulo.

1. Introducción

La persistencia de inflación moderada o alta en la economía es un problema que Argentina no logra resolver. Numerosos estudios a nivel mundial muestran que existe una relación negativa entre tasas de inflación moderadas y altas, y crecimiento económico. A nivel local, Trajtenberg *et al* (2016) encontraron que, en el caso de Argentina, la inflación incide negativamente en el crecimiento para niveles superiores al 12,9% anual.

Uno de los obstáculos principales a la hora de llevar la inflación a niveles propicios para el crecimiento económico es la ralentización o disminución de la actividad económica que resulta de llevar a cabo un programa de estabilización nominal. Esto desata un desafío para los hacedores de política monetaria ya que son quienes deben decidir si implementar la política desinflacionaria y el momento oportuno para hacerlo. Frente a esta disyuntiva, consideramos que es de gran utilidad contar con una medida aproximada de la magnitud de dichos costos.

Se define *cociente de sacrificio por desinflación*, en adelante *CS*, como el cociente entre la pérdida total de producto - expresada como el porcentaje de desviación del producto potencial - y la variación de la inflación en un determinado período. El valor de la tasa de sacrificio indica el porcentaje del PIB al que, en promedio, se debe renunciar para bajar en 1% la inflación.

Existen dos líneas de trabajo complementarias para cuantificar el CS. Por un lado, el enfoque descriptivo de naturaleza narrativa propuesto por Ball (1994) extendido por Zhang (2005) y Hofstetter (2006). Esta metodología permite medir el *trade-off* entre estabilidad nominal y real a partir de la identificación de episodios individuales de desinflación. La segunda estrategia empírica propuesta por Cecchetti y Rich (2001) consiste en estimar modelos VAR Estructurales para dar cuenta de la transmisión de shocks de demanda que afectan la tasa de inflación y repercuten negativamente sobre la actividad económica en el corto plazo.

2. Datos

Los datos utilizados son de frecuencia trimestral. Para los precios, se tomó el promedio del IPC mensual publicado por el INDEC desde 1970I hasta 2006IV; luego se empalmó con un índice compuesto por los IPC de San Luis y CABA ponderados por población, desde 2007I hasta 2016I; con el IPC GBA del INDEC desde 2016II hasta 2016IV; y con el IPC Nacional del INDEC desde 2017I hasta 2018IV. Para el PIB se utilizaron datos trimestrales publicados por en INDEC a precios constantes de 2004 desde 1970 a 2018, y se desestacionalizaron.
El test ADF arrojó evidencia de raíz unitaria para la inflación en el período 2003I-2018IV, y para el logaritmo del PIB en los tres períodos. Ambas variables en diferencias muestran un orden de integración I(0).

3. Metodología narrativa por episodios de desinflación

La metodología narrativa propuesta por Ball consiste en identificar episodios de desinflación específicos y analizar conjuntamente la dinámica del producto y la inflación para cada uno de ellos. El criterio de identificación es el siguiente: considera periodo de desinflación aquél en el que baja sustancialmente la inflación tendencial, medida como media móvil centrada de nueve trimestres de la inflación trimestral anualizada[4]. Cada episodio empieza en un "pico" inflacionario y termina en un "valle". Los picos se definen como trimestres en los cuales la inflación tendencial es mayor a la de los cuatro trimestres anteriores y posteriores, y los valles de forma análoga cuando la inflación es menor. Además, Ball descarta episodios en los cuales la diferencia entre la inflación en el pico y en el valle es menor a 2%, y aquellos países en los que la inflación tendencial supera el 20% en todo el periodo analizado. Este último criterio nos llevaría a dejar de lado el uso de esta metodología para el caso argentino, por lo cual lo re-interpretaremos como una restricción para el valor máximo que puede tomar la inflación tendencial en el pico, y no en el periodo completo. Una vez identificado el episodio, el cociente de sacrificio se calcula de la siguiente manera:

$$CS = \frac{[\sum_{t=I}^{F+4}(y_t^* - y_t)]}{(\pi_I - \pi_F)} \qquad (1)$$

Donde y_t expresa el logaritmo del PIB real, y_t^* el logaritmo del PIB real potencial, π_I la inflación pico en el inicio del episodio, y π_F la inflación valle en el final. El numerador indica la pérdida de producto acumulada, en términos porcentuales, hasta 4 trimestres después del final del episodio; y el denominador la magnitud de la baja de la inflación de inicio a fin. El "sacrificio" de bajar la inflación es la diferencia entre el producto que podría tener una economía de acuerdo a su capacidad productiva potencial, y el producto observable. Específicamente, Ball interpreta el CS como el costo de reducir la inflación en un punto porcentual a través de una contracción de la demanda agregada.
Para medir el producto potencial el autor hace tres supuestos: 1) el producto se encuentra en su nivel potencial al inicio del episodio, 2) vuelve a su nivel potencial 4 trimestres luego del final del episodio, y 3) el producto potencial crece log-linealmente entre el inicio y el final del episodio.

[4] Se utiliza una versión tendencial de la inflación con el propósito de eliminar posibles shocks de oferta de corto plazo.

Con este método Ball encuentra mediciones del CS en episodios individuales de países de la OCDE situadas entre 0 y 14,2 para datos trimestrales, y -3,4 y 15,7 para datos anuales, con promedios de 5,8 y 3,1 respectivamente. Si bien la mayoría de las mediciones son positivas, lo cual indica que bajar la inflación tiene costos, nos resultará de interés el hecho de que algunos de sus resultados muestren CS negativos.

La principal falencia de esta metodología es asumir que el producto revierte a su nivel potencial luego de 1 año del final del episodio. De esta manera, el autor descarta la posibilidad de que los shocks de demanda tengan efectos persistentes sobre el producto. Por esta razón, la metodología puede generar posibles subestimaciones del CS. Además, debido a que los efectos persistentes pueden ser diferentes para distintos episodios, el sesgo a la baja del cálculo del CS también puede variar, lo nos llevaría a una comparación errónea del costo de bajar la inflación entre los distintos episodios.

Estos inconvenientes sirvieron de motivación al trabajo de Zhang, que modifica los supuestos sobre el producto potencial del método de Ball para tomar en cuenta dichos efectos. La modificación consiste en aplicar el filtro Hodrick-Prescott al logaritmo del PIB, calcular la tasa de crecimiento de este PIB filtrado, y proyectar el PIB potencial asumiendo que crece a la misma tasa de crecimiento que el PIB filtrado por Hodrick-Prescott en el inicio del episodio. De esta manera, no se impone ninguna restricción al lapso en el cual el producto difiere de su nivel potencial. Luego se procede a calcular el CS con la ecuación (1), indiferentemente de si el producto volvió a su nivel potencial luego de 1 año del final del episodio.

Utilizando el PIB filtrado por Hodrick-Prescott con parámetros de suavización de 1600 y 16000, Zhang encuentra CS entre -2,8 y 8, y -3,3 y 11,9, con promedios de 3,6 y 2,1, respectivamente. Para 21 de los 30 episodios estudiados encuentra que los CS calculados con su método son mayores que los calculados con el método de Ball.

Por último, Hofstetter calcula el CS para países de Latinoamérica y el Caribe ampliando el criterio de identificación de episodios de Ball, incluyendo aquéllos con inflación inicial de hasta 30% anual y con una diferencia mínima entre pico y valle de 1,5%. Dado que considera episodios de mayor inflación, también restringe los episodios a aquéllos en los que la inflación disminuyó al menos un cuarto de su nivel inicial. Por otro lado, al observar que durante las décadas de los 70s y 80s el crecimiento del PIB ya había caído antes de que la inflación llegara a su pico, reconoce que es posible que la inflación muestre un comportamiento inercial, por lo que los efectos de la política monetaria contractiva podrían impactar sobre el producto antes que sobre los precios. Por ello, utiliza un método casi idéntico al de Zhang para calcular el producto potencial, con la excepción de que modifica un supuesto sobre su comportamiento para tomar en cuenta la posible inercia inflacionaria: asume que el producto se encuentra en su nivel potencial un período antes que el pico de inflación. Con este nuevo criterio el autor encuentra un CS promedio de -0,61 para su muestra.

Nuestro interés reside en lograr una medición de la magnitud del producto que Argentina debe sacrificar para bajar la inflación. Dado que el PIB potencial es una variable no observable y que no existe una única manera de calcularlo establecida en la literatura, optamos por calcular el CS para Argentina utilizando alternativamente las tres variaciones de la metodología narrativa mencionada.

3.1 Resultados empíricos – Metodología narrativa

Utilizando datos de frecuencia trimestral para la inflación anualizada y el PIB entre 1970 y 2018, encontramos un sólo episodio de desinflación que cumple con los requisitos de identificación propuestos por Ball, mientras que el criterio de Hofstetter selecciona un episodio adicional. La tabla 1 muestra las características de cada episodio y los CS obtenidos mediante las diferentes maneras de calcular el PIB potencial:

Tabla 1: episodios de desinflación

.Identificación de episodios según Ball (1994):							
Periodo	Duración (trimestres)	Inflación Inicial	CS - Ball	CS - Zhang(a)	CS - Zhang(b)	CS - Hofstetter(a)	CS - Hofstetter(b)
1997III-1999IV	9	1.04%	-6.02	20.82	19.51	2.76	2.76
Identificación de episodios según Hofstetter (2006):							
2003I-2003IV	3	21.66%	-0.91	-3.61	-3.45	-3.87	-3.55
		Promedio:	-3.47	8.60	8.03	-0.55	-0.40
Episodios adicionales:							
1972II-1973III	5	62.47%	0.67	-0.25	-0.49	-1.73	-2.11
1976II-1977III	5	429.68%	-0.02	-0.05	-0.05	-0.12	-0.14
1984II-1986III	8	761.45%	0.07	0.03	0.03	0.03	0.03
1989II-1996IV	30	27783.07%	0.002	-0.02	-0.01	-0.02	-0.02
		Promedio:	0.18	-0.07	-0.13	-0.46	-0.56
		Promedio (total):	-1.03	2.82	2.59	-0.49	-0.50

Nota: (a) parámetro de suavización de H-P de 1600, (b) parámetro de suavización de H-P de 16000

Los CS promedio para Argentina que resultan de estos dos episodios, calculados según las tres variaciones de la metodología, arrojan valores dispersos, que van desde -3,61 a 8,60. Esto significa que para bajar en 1% la inflación anual, puede haber tanto ganancias de 3,61% del producto, como pérdidas del 8,6%. Decidimos, entonces, eliminar la restricción para el valor máximo de la inflación en el pico, y encontramos cuatro episodios adicionales. Uno de ellos (de 1989II a 1996IV) coincide con la desinflación que sucedió a las dos hiperinflaciones de 1989 y 1990, y mientras que los otros tres comienzan de una inflación al menos mayor al 50%.

Para los seis episodios seleccionados, los CS obtenidos van desde -1,03 a 2,82. Si bien estos resultados no pueden tomarse como evidencia definitiva para determinar si bajar la inflación en Argentina tiene costos o ganancias reales, hay indicios de que el CS es menor que el de los países estudiados por Ball y Zhang, y más parecido a los obtenidos por Hofstetter para Latinoamérica. De hecho, 18 de las 30 mediciones obtenidas para los episodios individuales fueron negativas.

Dos observaciones se desprenden del hecho de que la mayoría de los procesos de desinflación en Argentina comenzaron con niveles de inflación relativamente altos: primero, no hay que subestimar un CS bajo pero positivo. Por ejemplo, para el episodio que va de 1984II a 1986III, un CS de 0,03 y una caída de la inflación de 647% significaron un sacrificio de casi 20% del PIB repartido en 2 años. Por lo tanto, si un país presenta CS bajos, pero inflaciones a combatir muy altas, los costos de bajarlas serán significativos. En segundo lugar, no debería sorprendernos encontrar CS negativos para episodios con picos de inflación muy alta. En vistas de que los regímenes de inflación alta se caracterizan por acortamientos de los horizontes de planeamiento de los agentes y disminución de proyectos de inversión de largo plazo, y debilitamiento del crédito, (Heymann & Leijonhufvud (1992)); y que una mayor volatilidad de la inflación constituye una fuente de alta incertidumbre y de inestabilidad del poder adquisitivo y el nivel de actividad

(Frenkel (1989)), es probable que en estos casos las ganancias obtenidas por la mayor estabilidad y previsibilidad que significa volver a niveles de inflación moderados o bajos superen a las pérdidas necesarias para conseguirlo.
Una crítica relevante a la metodología narrativa es que supone que cada episodio de desinflación es generado por shocks negativos de demanda agregada vía política monetaria contractiva, ignorando los efectos posibles de shocks de oferta agregada, o de shocks de demanda agregada de otro origen. La metodología econométrica presentada en la siguiente sección pretende superar este inconveniente.

4. Metodología econométrica

La metodología alternativa que utilizamos para medir el CS es a través del análisis de las funciones impulso respuestas obtenidas de un modelo de vectores autorregresivos estructurales (SVAR). La utilidad de estos modelos reside en que nos permiten recuperar perturbaciones estructurales con interpretación económica a partir de los residuos de la forma reducida, sin la necesidad de imponer demasiadas restricciones teóricas al comportamiento de las variables. Siguiendo a Cecchetti y Rich, consideramos el siguiente modelo estructural para el producto y la inflación:

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^{n} b_{11}^{i}\, \Delta y_{t-i} + b_{12}^{0} \Delta\pi_t + \sum_{i=1}^{n} b_{12}^{i}\, \Delta\pi_{t-i} + \varepsilon_t^{s} \qquad (2)$$

$$\Delta\pi_t = b_{21}^{0} \Delta y_t + \sum_{i=1}^{n} b_{21}^{i}\, \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^{n} b_{22}^{i}\, \Delta\pi_{t-i} + \varepsilon_t^{d}$$

que puede ser expresado como:

$$B(L)\begin{bmatrix}\Delta y_t \\ \Delta\pi_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\varepsilon_t^{s} \\ \varepsilon_t^{d}\end{bmatrix}\ , \quad \text{con}\ \ B(L) = \begin{bmatrix}B_{11}(L) & B_{12}(L) \\ B_{21}(L) & B_{22}(L)\end{bmatrix} \qquad (3)$$

donde y_t es el logaritmo del producto en el período t, π_t la tasa de inflación entre t y t-1, ε_t^{s} un shock de oferta agregada, ε_t^{d} un shock de demanda agregada, b_{jk}^{i} el efecto de la variable k en la variable j, i períodos adelante, y B(L) una matriz de polinomios de rezagos tal que $B_{jj}(L) = 1 - \sum_{i=1}^{n} b_{jj}^{i}\, L^{i}$ y $B_{jk}(L) = -\sum_{i=0}^{n} b_{jk}^{i}\, L^{i}$, para j, k = 1, 2. Se asume que ambos shocks no están correlacionados entre sí, no presentan correlación serial, y tienen varianza unitaria. La inflación es tomada en diferencias por la evidencia de raíz unitaria encontrada para el período 2003I-2018IV. Además, esto permite que pueda haber una reducción permanente de la inflación, situación que nos resulta de interés para calcular el CS.

Nuestro interés reside en modelizar el impacto que tiene un shock de política monetaria en la inflación y el producto (asumimos que los shocks de demanda agregada son provocados únicamente por cambios en la política monetaria, es decir, por un intento deliberado de la autoridad monetaria de modificar la inflación). Con este fin, invertimos el SVAR para obtener la representación de vector de medias móviles (VMA):

$$\begin{bmatrix}\Delta y_t \\ \Delta\pi_t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sum_{i=0}^{\infty} a_{11}^{i}\varepsilon_{t-i}^{s} + \sum_{i=0}^{\infty} a_{12}^{i}\varepsilon_{t-i}^{d} \\ \sum_{i=0}^{\infty} a_{21}^{i}\varepsilon_{t-i}^{s} + \sum_{i=0}^{\infty} a_{22}^{i}\varepsilon_{t-i}^{d}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_{11}(L) & A_{12}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_t^{s} \\ \varepsilon_t^{d}\end{bmatrix} = \mathrm{A(L)}\begin{bmatrix}\varepsilon_t^{s} \\ \varepsilon_t^{d}\end{bmatrix} \qquad (4)$$

La suma de los primeros τ coeficientes en $A_{22}(L)$ brindan el efecto de ε_t^d sobre el nivel de la inflación τ períodos adelante, mientras que para el producto necesitamos calcular la pérdida acumulada, que será una función de $A_{12}(L)$. Específicamente, podemos computar el CS de la siguiente forma:

$$CS_{\varepsilon^d}(\tau) = \frac{\left(\sum_{j=0}^{\tau} \frac{\partial y_{t+j}}{\partial \varepsilon_t^d}\right)}{\frac{\partial \pi_{t+j}}{\partial \varepsilon_t^d}} = \frac{\sum_{i=0}^{0} a_{12}^i + \sum_{i=0}^{1} a_{12}^i + \ldots + \sum_{i=0}^{\tau} a_{12}^i}{\sum_{i=0}^{\tau} a_{22}^i} = \frac{\sum_{i=0}^{\tau} \sum_{j=0}^{i} a_{12}^i}{\sum_{i=0}^{\tau} a_{22}^i} \qquad (5)$$

donde el numerador mide la pérdida acumulada de producto durante τ periodos y el denominador es la diferencia en el nivel de inflación τ periodos después.

Debido a que los shocks estructurales no son observables, es necesario recuperarlos a partir de los residuos estimados de la forma reducida del VAR en su representación VMA. Para esto, es necesario recordar que los residuos de la forma reducida son combinación lineal de las perturbaciones estructurales. Formalmente se prueba que:

$$\begin{bmatrix} u_t^y \\ u_t^\pi \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \varepsilon_t^S \\ \varepsilon_t^d \end{bmatrix} \text{, donde } S = A(0) = B(0)^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11}^0 & a_{12}^0 \\ a_{21}^0 & a_{22}^0 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

Para poder estimar los coeficientes de la matriz S e identificar el modelo estructural se realizó un supuesto adicional de acuerdo a la metodología propuesta por Blanchard y Quah (1989). La misma consiste en suponer que los shocks de demanda no tienen efectos permanentes sobre el nivel del producto, lo que equivale a imponer la restricción $A_{12}(1) = \sum_{i=0}^{\infty} a_{12}^i = 0$ en la ecuación (4). A diferencia del método tradicional por descomposición de Cholesky, las restricciones utilizadas se basan en la teoría económica y no en un ordenamiento discrecional de las variables.

Una vez identificado el modelo estructural, procedemos a computar los CS a partir de las funciones impulso respuesta de las dos variables ante un shock negativo de demanda agregada.

4.1 Resultados empíricos - Metodología econométrica

Las estimaciones del CS usando el modelo SVAR de la sección anterior, incluyendo 4 rezagos, se realizaron con un horizonte de 1, 2 y 3 años, debido a que observamos que en esa ventana de tiempo concluyen los efectos del shock de demanda sobre las variables analizadas. Calculamos a la inflación trimestral anualizada por diferencia del logaritmo natural del IPC para estabilizar su varianza y disminuir su fuerte asimetría. Los resultados se muestran en la tabla 2.

Tabla 2: estimaciones del CS para Argentina con SVAR

	CS - Cecchetti y Rich			
Período	**τ=4**	**τ=8**	**τ=12**	**Promedio**
1970I - 2018IV	0.02	0.02	0.04	0.03
1992I - 2018IV	0.20	0.16	0.16	0.17
2003I - 2018IV	0.70	0.53	0.55	0.59

Los CS encontrados toman valores entre 0.02 y 0.70. Decidimos estimar el modelo para el período completo (1970I-2018IV) y dos subperíodos. Con esta separación buscamos estudiar un régimen con tasas elevadas de inflación (período completo), otro con tasas de bajas a moderadas (1992I-2018IV) y un tercer régimen con tasas de inflación de moderadas a altas (2003I-2018IV). Otra motivación para acortar la serie es que el modelo econométrico presenta limitaciones al modelizar períodos de suma volatilidad como lo fueron las hiperinflaciones de 1989 y 1990, y la crisis del 2001. El segundo subperíodo (2003I-2018IV) comprende un contexto de relativa estabilidad con el fin de conseguir estimaciones más precisas.

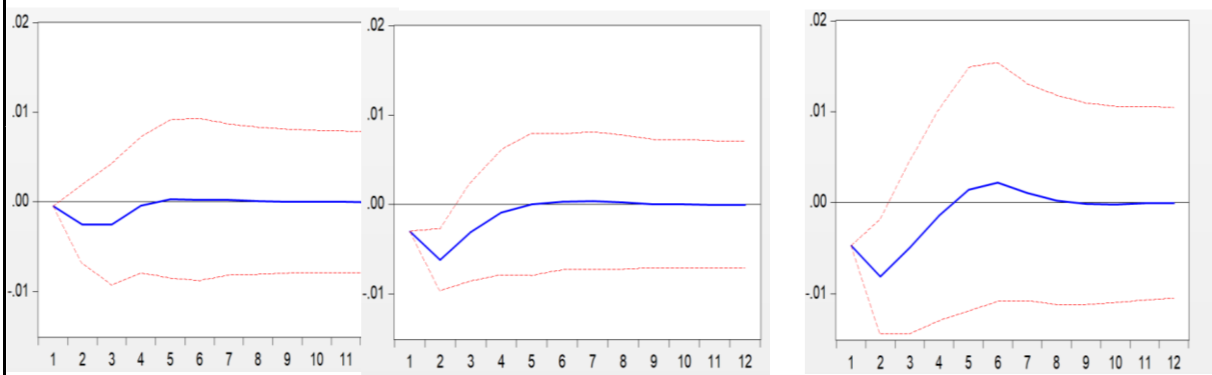
Considerando lo mencionado en la sección 3.1 sobre los regímenes de alta inflación, el menor CS en el período completo con respecto a los otros dos puede explicarse por la relación inversa entre las dos variables en los períodos de inflación acelerada, coincidiendo con los resultados encontrados en dicha sección. A su vez, que el CS del primer subperíodo (1992I-2018IV) sea menor al del segundo subperíodo puede explicarse conjuntamente por años de crecimiento económico con desinflación durante la primera etapa del régimen de la convertibilidad, y por la caída abrupta del producto y la posterior suba de la inflación durante la crisis 2001-2002.[5]

Cabe notar que, a diferencia de las estimaciones realizadas con la metodología anterior, todos estos resultados ofrecen CS positivos, lo cual implica costos frente a una desinflación. Sin embargo, en las tres estimaciones los intervalos de confianza del 90% en las funciones impulso respuesta presentadas en la figura 1 comprenden el cero, por lo cual no encontramos evidencia suficiente para descartar la posibilidad de que el costo de bajar la inflación en Argentina sea nulo.

Examinando las funciones de impulso respuesta podemos reafirmar patrones sostenidos por la teoría económica. Por un lado, verificamos que, frente a un shock negativo de política monetaria, el crecimiento del producto responde negativamente. En el período completo y en el primer subperíodo, el producto cae por aproximadamente 4 trimestres hasta que se estabiliza; en el segundo la variable PIB responde de la misma manera que en los modelos anteriores con la salvedad que en el 4 trimestre en lugar de estabilizarse presenta un incremento que se agota pasados 3 trimestres más. Por el otro, encontramos que para todos los períodos la inflación responde de manera negativa frente al shock; aunque pasados los primeros trimestres aumenta un poco, lo cual contrarresta parcialmente el impulso inicial. Luego se estabiliza en un valor inferior, es decir, no retorna a su nivel inicial.

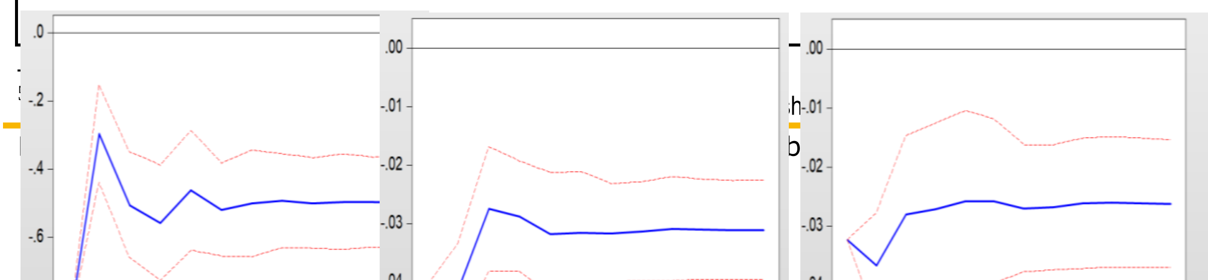
Respuesta acumulada a un shock negativo de demanda agregada del ln(PIB) en diferencias:

A: 1970I - 2018IV B: 1992I - 2018IV C: 2003I - 2018IV



Respuesta acumulada a un shock negativo de demanda agregada de la inflación en diferencias

D: 1970I - 2018IV E: 1992I - 2018IV F: 2003I - 2018IV



positivo.

Figura 1: Funciones de impulso respuesta

5. Conclusiones

Nuestro objetivo fue lograr una medición de la magnitud del producto que Argentina debe sacrificar para bajar la inflación. Nos sirvió de motivación entender que el diseño y la implementación de políticas de desinflación requiere previamente la medición del CS para evaluar el costo de implementarlas.

Las estimaciones realizadas proporcionaron un rango de resultados que son congruentes con estimaciones anteriores llevadas a cabo por distintos autores (Hofstetter, 2006, Belke & Böing, 2014, IMF, 2016). La razón por la cual algunas de nuestras estimaciones del CS son negativas o cercanas a cero puede encontrarse en el hecho de haber considerado periodos de hiperinflación. En estos casos sería esperable que las ganancias obtenidas por la mayor estabilidad y previsibilidad superen a las pérdidas necesarias para conseguirlo.

Otro asunto a resaltar de los resultados obtenidos es que las estimaciones de las funciones de impulso respuesta han reflejado que el efecto de un shock negativo de demanda agregada ocasiona una baja en el nivel de producto que perdura por un año, y luego la variable revierte su nivel inicial. Esto puede brindar una intuición para la elección del momento oportuno para implementar una política monetaria contractiva.

De todas maneras, una crítica que puede objetarse a las metodologías implementadas es que ambas ignoran los intentos fallidos de bajar la inflación por parte de la autoridad monetaria. Además, el modelo SVAR utilizado no discrimina entre diferentes tipos de shocks de demanda, como podrían ser aquellos provocados por un cambio en la oferta de dinero o en la demanda de dinero. Extender el modelo para incluir variables como la tasa de interés o los saldos reales podría ser una motivación para un estudio posterior.

Referencias

Ball, L. (1994). What Determines the Sacrifice Ratio? Monetary Policy. U. of Chicago, G. Mankiw, pp.155-193.

Belke, A. & Böing, T. (2014). Sacrifice Ratios for Euro Area Countries: New Evidence on the Costs of Price Stability. Australian Economic Review, 47: 455-471.

Blanchard, O. J. & Quah, D. (1989). The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances. American Economic Review, vol. 79, pp. 655-673.

Canales-Kriljenko, I. (2016). Disinflation under inflation targeting: a small macro model for Argentina. IMF Country Report No. 16/347, pp. 72-91.

Cecchetti, S. G. & Rich, R. W. (2001). Structural estimates of the U.S. sacrifice ratio. Journal of Business and Economics Statistics, vol. 19, pp. 416-427.

Frenkel, R. (1989). Inflación e hiperinflación, el infierno tan temido. Revista Ciencia Hoy, vol. 1, No. 3, abril-mayo 1989, pp. 52-61, Asociación Ciencia Hoy, Buenos Aires.

Heymann, D. and Leijonhufvud, A. (1992). High Inflation: The Arne Ryde Memorial Lectures. Oxford, 1995. Clarendon Press.

Hofstetter, M. (2006). Disinflations in Latin America and the Caribbean: a free lunch? Documentos CEDE 002375, Universidad de los Andes, CEDE.

Trajtenberg, L., Maia, J. y Pierri, D. (2016). La relación entre inflación y crecimiento. Estimación de Umbral de Inflación para Argentina. Anales, AAEP - LI Reunión Anual.

Zhang, H. L. (2005). Sacrifice Ratios with Long-Lived Effects. Working Papers in Economics, Hopkins University.

120 UNA ACTIVIDAD DE FORMACIÓN PRÁCTICA SOBRE CORRELACIÓN Y REGRESIÓN LINEAL SIMPLE CON RSTUDIO EN LA ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA

Belcastro Nilda Esther – Bogoni Gladys
Delegación Comodoro Rivadavia Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
nildaeb@gmail.com – gladysbogoni@gmail.com

Especialidad: Estadística aplicada
Palabras clave: Estadística, Rstudio, Regresión Lineal Simple, Formación Práctica, R

Resumen

La Ley de Educación Superior establece que los planes de estudio de carreras correspondientes a profesiones cuyo ejercicio pudiera comprometer el interés público, deben tener en cuenta la carga horaria mínima, los contenidos curriculares básicos y los criterios sobre intensidad de la formación práctica.
La resolución ministerial 3400-E/2017 establece que la intensidad de la formación práctica al igual que la carga horaria, deben ser criteriosamente establecidas, teniendo en cuenta cuánto puede aprender adecuadamente un alumno por la periodización de los procesos de enseñanza – aprendizaje que se pretenda establecer. Los programas de las asignaturas se han adecuado asignando un 40% del total de las horas, a prácticas profesionales.
En estadística planteamos distintas estrategias de formación práctica para algunas unidades, entre ellos, aprendizaje basado en problemas, proyecto de investigación de cátedra, proyecto de extensión de cátedra y método de casos.
El número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso, en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas, es por ello que el presente trabajo pretende mostrar el proceso de enseñanza de estadística en la Unidad de Correlación Lineal Simple y Regresión Lineal Simple, donde proponemos el uso del entorno R utilizando como interfaz el Rstudio, ejercicios prácticos tipo, actividades de formación práctica, en forma presencial y a través de aula virtual. Como así también conclusiones sobre la opinión de los alumnos frente a estas nuevas herramientas informáticas de aprendizaje y los rendimientos de los estudiantes es esta unidad comparando con años anteriores.

1. Introducción

La estadística no puede ser comprendida separada de su contexto de aplicación, ni aplicada únicamente a problemas abstractos que no se encuentran en la vida real. Ello implica que los conceptos y técnicas estadísticas deben ser presentadas contextualizadas, tal que permitan el desarrollo de las diferentes fases de un estudio estadístico: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos, obtención de conclusiones sobre el problema planteado, previsiones, toma de decisiones, etc.
Es innegable que la economía, la contabilidad y la administración, necesitan de la Estadística, ya que constituye un instrumento de suma importancia para que se conozca el comportamiento de las diferentes variables a diferentes niveles. En la era digital, la información es sinónimo de poder. Actualmente las grandes empresas manejan grandes conjuntos de datos, Big Data, que sólo pueden entenderse mediante su procesamiento a través de aplicaciones informáticas. Estas aplicaciones buscan patrones y coincidencias dentro de los datos, clasificándolos y organizándolos de forma que sean de utilidad y puedan comprenderse sencillamente.
Preparar a los estudiantes para aprender a lo largo de toda la vida aparece como fin de la formación básica. Proporcionar a los jóvenes una educación que abarque los conocimientos y las competencias básicas que resultan necesarias en la sociedad actual, puede estimular en ellos el deseo de seguir aprendiendo desde la autonomía y capacidad de aprender por sí mismos.

En nuestra asignatura, como una implementación de las Ntics podemos mencionar la experiencia de la utilización de la plataforma virtual Moodle y sus facilidades, que contribuyen tanto como apoyo informático en cuanto a la facilidad de acercar a los estudiantes material digital, archivos zipeados que facilitan la instalación del Rstudio; videos instructivos de instalación, como así también, actividades de formación práctica, evaluar con posibilidad de retroalimentación estas actividades de formación práctica, foros, realizar autoevaluaciones y cuestionarios.

2. **Fundamentación**

Los estudiantes que adquieren habilidades de cálculo, pero que no comprenden ni pueden interpretar lo que están calculando en el contexto problemático, están desarrollando sólo una parte de la estadística, no están aprendiendo a manipular los conceptos, ni a descubrir relaciones entre ellos. Los softwares estadísticos y la tecnología son una herramienta que ayuda a lo anterior.

Por ello este trabajo tiene como propósito formular una alternativa a la problemática del proceso de la enseñanza aprendizaje de la Estadística, en particular el tema Regresión y Correlación, en base al contexto real y el trabajo colaborativo, para lo cual utilizamos herramientas disponibles como el software estadístico R y la utilización de datos del mundo real. Consideramos estrategias que implican:

- Un aprendizaje grupal.
- Un aprendizaje basado en recursos (Ntics)
- Un aprendizaje basado en una situación específica más que un aprendizaje teórico.

2. 1 . Ntics en Educación

“El auge y desarrollo de las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación (Ntics) permite incorporar a la educación un recurso muy bien recibido por los alumnos, ya que ellos utilizan la computadora como elemento lúdico, de comunicación y de información, y el acercamiento al estudio, podría resultarles más atractivo, práctico y hasta económico en algunos casos”. Manacorda, Mc Cormack, Pezullo, Alvarez, Maimone, Villagra (2008)

En este sentido, coincidimos con Batanero (2000) cuando expresa que la ventaja de la informática es su naturaleza dinámica, su velocidad, y el creciente rango de software que permite a los estudiantes desde experimentar y explorar todos los aspectos de los procesos estadísticos, la planificación de la muestra o del diseño experimental hasta la recolección y el manejo de datos, la simulación y el análisis, para interpretar y comunicar los resultados.

2. 2. R en Educación e Investigación

R está dedicado a cómputos estadísticos y financieros, es libre y como tal se distribuye gratuitamente bajo los términos GNU, General Public Licence. Se basa en una interfaz de línea de comandos, que requiere un entrenamiento básico para su utilización.

Coincidimos con Mirabal Sosa, Robaina García y Uranga Piña (2010) cuando mencionan que R es hoy día probablemente el entorno más usado por las universidades para investigaciones en estadística, lo cual ha garantizado su robustez.

2. 3. Rstudio: entorno de R

Rstudio es una interfaz de R, que facilita un entorno visual sencillo, especialmente a usuarios poco experimentados. Entre sus ventajas podemos mencionar su entorno unificado con cuatro ventanas como máximo, visor de gráficos e historial, visor de paquetes, autocompletado de código y variables, fácil instalación y actualización de paquetes. Los paquetes son las extensiones que el R necesita para poder realizar ciertas funciones. Otra de sus facilidades es la practicidad de poder cambiar fácilmente de una base de datos a otra para realizar análisis estadísticos y no perder de vista los datos, que se visualizan en diferentes lengüetas.

2. 4. La Formación Práctica aplicada en la unidad de Regresión y Correlación

Un tema estadístico de gran aplicación, tanto exploratorio como inferencial, es la asociación o dependencia estadística entre variables. En general, las técnicas de regresión y correlación se preocupan de la interrelación entre dos o más variables cuantitativas.

2.4.1 .Correlación Lineal Simple

Dos variables están asociadas, en el sentido de que el cambio en una de estas variables estará acompañado por un cambio en la otra variable. La medida de la intensidad de la relación entre dos variables, mediante un coeficiente adecuado, constituye el problema de correlación.

2.4.2. Regresión Lineal Simple

Se estudia el tipo más sencillo de análisis de regresión en el que interviene una variable independiente y una variable dependiente y en el que la relación entre estas variables es aproximada mediante una línea recta. Esta relación se representa por un modelo matemático, dado por la ecuación de regresión, a la que se añaden un conjunto de suposiciones básicas. Ya sea para obtener una descripción de la relación entre las variables, como una indicación de una posible causalidad o si se quiere predecir la variable dependiente, a partir de los valores de las variables independientes, lo cual es muy útil si la variable dependiente es costosa o difícil de medir.

3 Desarrollo

En esta sección comentamos sobre las actividades de formación práctica, las rutinas escritas para Rstudio, los datos de Salida del software Rstudio para Correlación Lineal Simple y para Regresión Lineal Simple. Y mostramos la comparación de las distribuciones de las calificaciones de los estudiantes en los test de lectura, en las autoevaluaciones y en las calificaciones del ejercicio del parcial correspondiente a la unidad de Regresión y Correlación.

También hemos realizado análisis sobre el rendimiento de los alumnos y comparaciones sobre rendimientos con respecto a años anteriores.

Adjuntamos algunos gráficos sobre el análisis de la Encuesta Final de Cátedra realizada.

3.1 Actividad de Formación Práctica

Presentamos al alumno material de lectura sobre el tema, y una clase expositiva-participativa para introducir los conceptos principales. Previamente a las actividades prácticas propuestas realizamos un Test de Lectura sobre el material digital entregado a través del Aula Virtual.

Para esta experiencia de formación práctica hemos utilizado el método de casos. Como inicio, planteamos al alumno un problema motivador con una situación problemática, los estudiantes deben analizar y generar una solución. Trabajan en forma individual en una primera instancia y luego en forma grupal hasta lograr definir la solución, siempre bajo la mediación de los docentes. Para esta actividad en el presente ciclo lectivo, utilizamos datos de setenta y nueve compañías multinacionales, los datos registrados de cada una de ellas son activos, ventas, valor de mercado, beneficio, flujo de fondos y empleados.

Para encontrar la solución al caso, los alumnos deben realizar un análisis de Correlación Lineal Simple, donde se pretende observar si las variables a analizar están o no relacionadas linealmente, mediante el uso de funciones gráficas del Rstudio para fijar conceptos básicos, como las gráficas de la matriz de Correlación. Dibujando el correlograma de los datos, como también la gráfica de la recta de regresión estimada, buscamos entrenar la visión del alumno hacia una primera presencia o no de una regresión lineal simple, que posteriormente se verifica con la prueba estadística correspondiente.

Por medio del aula virtual de la asignatura realizamos una autoevaluación sobre el tema. En la instancia de Parcial evaluamos con dos ejercicios los conceptos de Correlación y Regresión Lineal Simple.

Para valorar estas experiencias realizamos una encuesta final de Cátedra interrogando al alumno sobre algunos aspectos básicos de la contribución del Rstudio, del Aula Virtual y de las Actividades de Formación Práctica. También, una autoevaluación sobre el conocimiento adquirido al utilizar el software Rstudio.

3.2 Rutinas genéricas de código de Rstudio

Los archivos con los códigos simplificados del Rstudio son entregados a los estudiantes, ya que les permite realizar los engorrosos cálculos de este modelo en forma rápida y sencilla. Estos códigos siguen la consigna didáctica, de forma tal que puedan correr sobre el software la misma rutina con diferentes datos, facilitando así el análisis estadístico y la interpretación y comparación de resultados, con una rapidez y celeridad impensada años atrás. Esta forma de trabajo permite, además, que los estudiantes se animen a trabajar con el software tomando confianza en su utilización, sin la necesidad de convertirse en expertos en manejo del mismo.

Leemos los datos en Rstudio desde un archivo de Excel que tiene como nombre “companias”.

Ejemplo de código RSTUDIO

```
#Códigos Regresión y Correlación
dato=companias
# definición de variables
x=dato$valormercado
y=dato$ventas
# códigos para graficar los datos
# instalo paquete ggplot2
library("ggplot2", lib.loc="~/R/win-library/3.4")
plot(x,y,xlab="Valor de mercado",ylab="Beneficio")
# código para graficar matriz de correlación
pairs(~dato$activos+dato$ventas+dato$valormercado+dato$beneficio+dato$fluj
ofondos+dato$empleados,cex.labels=1.2)
# instalo paquete corrplot
library("corrplot", lib.loc="~/R/win-library/3.4")
correlacion=round(cor(d),2)
corrplot(correlacion, method="number", type="upper")
# códigos para regresión
regresion=lm(y ~ x)
summary(regresion)
# gráfica de la recta de regresión estimada
plot(x,y,xlab="Valor de mercado",ylab="Beneficio")
abline(regresion, col="2")
```

3.3 Datos de Salida del software Rstudio

3.3.2 Correlación

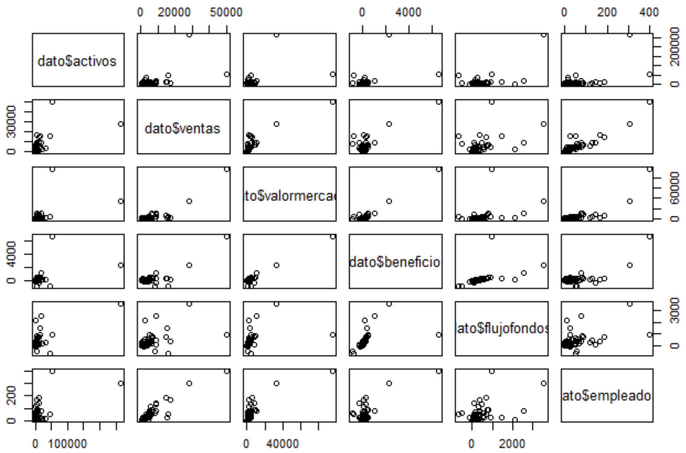
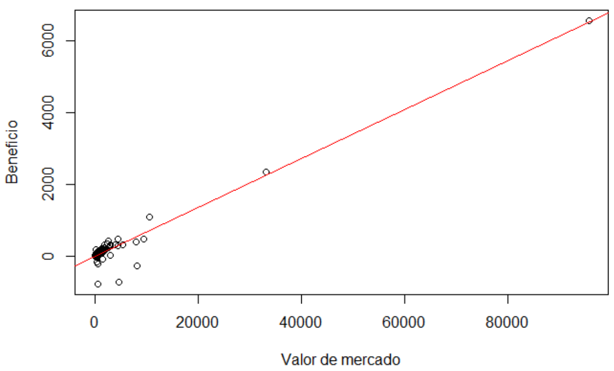


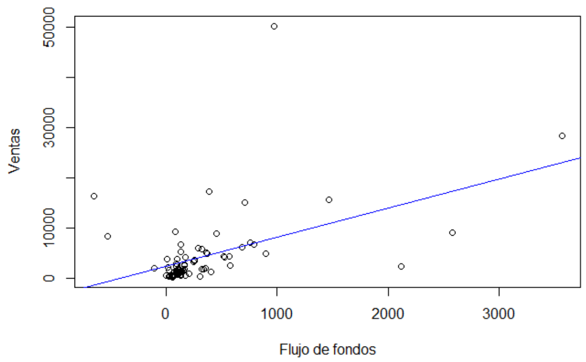
Gráfico 1. Correlogramas de las variables de la base “companias” con Rstudio.

Gráfico 2. Matriz de Correlación de las variables de la base "companias" con Rstudio.

3.3.2 Regresión Lineal Simple



Regresión Lineal Simple, con $r^2 = 0.9374$



Regresión lineal simple, con $r^2 = 0.2285$

Gráfico 3. Regresión Lineal Simple

3.3.3 Análisis de Calificaciones

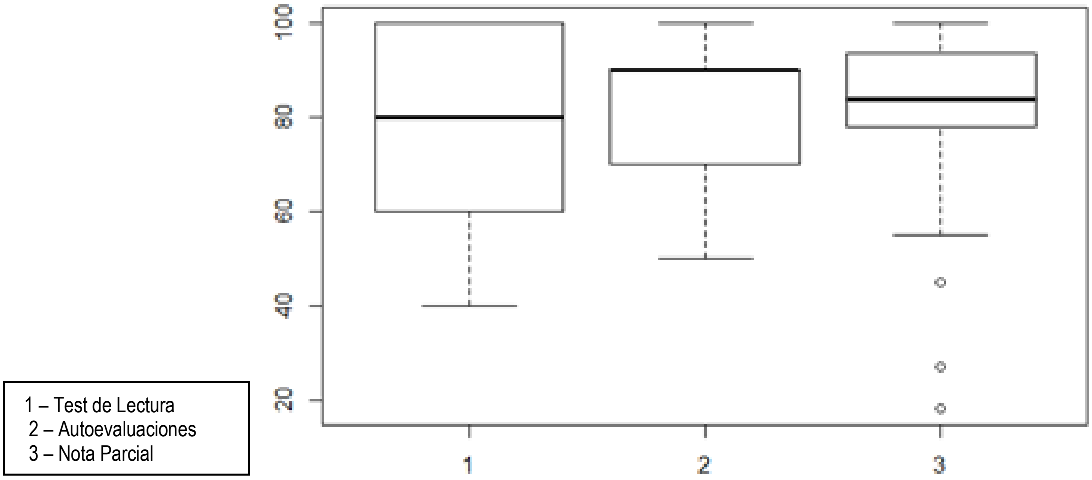


Gráfico 4. Calificaciones de Test de Lecturas, Autoevaluaciones y Notas de Parcial, sobre el tema Correlación y Regresión

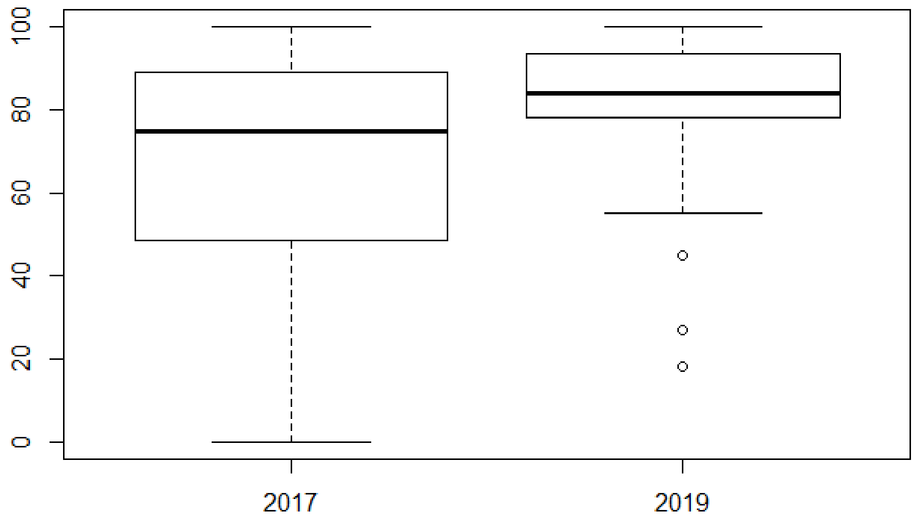


Gráfico 5. Comparación de calificaciones sobre Regresión y Correlación

3.3.4 Análisis de Encuesta Final de Cátedra

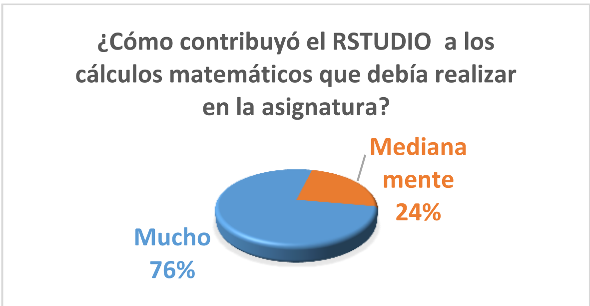


Gráfico 6. Contribución a cálculos matemáticos del Rstudio

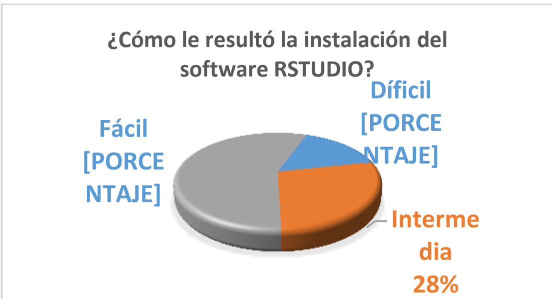


Gráfico 7. Instalación de Rstudio

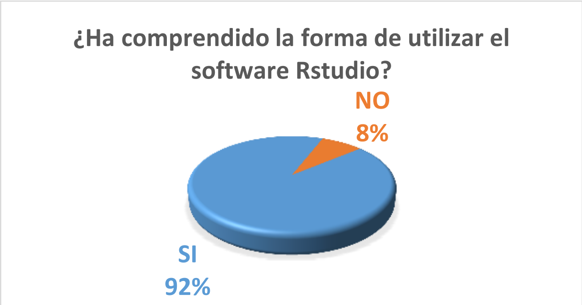


Gráfico 8. Comprensión de Rstudio

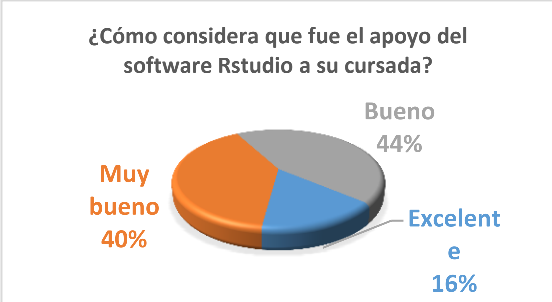


Gráfico 9. Apoyo de Rstudio al cursado

Gráfico 10. Aporte del aula virtual

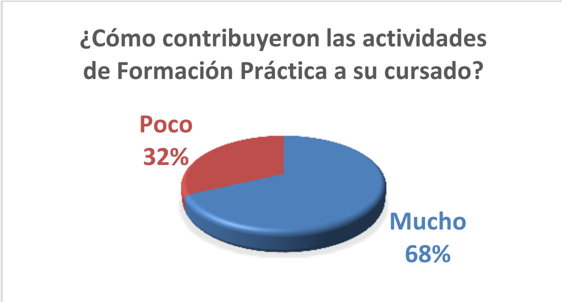


Gráfico 11. Contribución Formación Practica

4 Resultados

El Gráfico 1, obtenido a través del Rstudio, permite visualizar para todas las variables analizadas el correlograma de los datos, mostrando en la diagonal el nombre de las variables en el Rstudio. Observamos en el mismo una positiva y alta correlación entre ventas y valor de mercado, y una baja y positiva correlación entre los activos y el beneficio.

El Gráfico 2, también obtenido del Rstudio, muestra los valores del coeficiente de correlación incluyendo una escala de colores para facilitar su interpretación. Del mismo podemos concluir que entre las ventas y los empleados hay una fuerte y directa correlación, dado su coeficiente de correlación r de 0.9; y entre el valor de mercado y el flujo de fondos existe una directa y débil correlación, dada por su coeficiente de correlación r de 0.4.

Sobre Regresión Lineal Simple, observamos en el Gráfico 3 la posibilidad que brinda este software para graficar en el mismo diagrama tanto los puntos observados como la recta de regresión estimada. Mostramos a la derecha un análisis de regresión lineal simple con un coeficiente de determinación alto, como 0.9374; y a la izquierda una regresión lineal simple con un r^2 de 0.2285.

Análisis del rendimiento

Si bien sabemos que son muchas las variables que afectan al aprendizaje y al rendimiento académico de los alumnos, en este caso se analizó la calificación obtenida.

Del análisis del rendimiento de Regresión y Correlación (Gráfico 4) podemos indicar que, tanto los test de lectura como la autoevaluación y el parcial, indican que los estudiantes obtienen buenas calificaciones, se observa claramente que en el test de lectura los estudiantes tienen calificaciones más dispersas que en las otras instancias. Podemos destacar también que la menor dispersión se observa para las calificaciones del parcial. Las calificaciones del parcial son mejores a las obtenidas en la autoevaluación, si bien hay tres alumnos que presentan calificaciones outliers, pertenecientes a los alumnos que no aprobaron el tema. El 82 % de los alumnos aprobó el tema en el parcial.

De la comparación de las calificaciones obtenidas en la unidad de Regresión y Correlación entre los años 2017 y 2019 (Gráfico 5) podemos observar que las calificaciones del 2019 son superiores a la del 2017, y sobre todo presentan menor dispersión. Aparece la presencia de tres puntos outliers, que corresponden a aquellos alumnos que desaprobaron con muy bajo puntaje.

Análisis de la encuesta final

Del análisis de algunas preguntas de la Encuesta Final de Cátedra, relacionadas con el tema a tratar podemos concluir, observando los Gráficos 6 a 11 que el 76 % de los alumnos considera que el Rstudio contribuyó en mucho a los cálculos matemáticos, el 56 % considera que fue fácil la instalación del software, el 92 % considera que c**comprendió la forma de utilización del Rstudio**, el 16% considera Excelente y el 40 % Muy bueno el aporte de este software a su cursada, el 92 % considera que fue alto el aporte del aula virtual y que el 68 % que fue mucho el aporte de las Actividades de Formación Práctica a su cursada.

5 Conclusiones y trabajos futuros

Las actividades de Formación Práctica, cuando incluyen situaciones en las que se contrastan hipótesis, se diseñan planes para resolver problemas, se analizan e interpretan resultados, y se obtienen conclusiones, tienen un valor formativo muy importante. Las actividades aplicadas a problemas reales han permitido que los estudiantes se apropien del razonamiento estadístico, aumenten la motivación y responsabilidad por su propio aprendizaje y desarrollen el razonamiento estadístico hacia la comprensión y capacidad de explicar e interpretar resultados de procesos estadísticos. Introducir a los estudiantes en el procesamiento y análisis de datos con el Rstudio apoya lo anterior, ya que el alumno no debe concentrarse en fórmulas ni cálculos.

Con esta propuesta pretendemos que los estudiantes logren el aprendizaje de la estadística de una manera básica, real y aplicada, utilizando recursos didácticos, con su propia iniciativa, orientados por el equipo docente.

La implementación de estas estrategias conjuntamente con actividades propuestas a través del Aula Virtual y del Rstudio supone una importante planificación y gestión por parte de los docentes, es por ello que nos importa la opinión y el rendimiento de los estudiantes.

La encuesta final a través del aula virtual, donde consultamos, entre otros temas, sobre la utilidad del Aula Virtual, sobre las Actividades de Formación práctica y sobre el aporte del software Rstudio como herramienta de cálculo, nos permitió evidenciar que se están logrando resultados positivos. Las encuestas de este tipo son una herramienta básica para detectar los puntos fuertes y débiles de la oferta formativa.

El análisis de la encuesta final y del rendimiento proporciona una retroalimentación muy importante al proceso de enseñanza - aprendizaje, por lo que nos permitirá ajustar las actividades y guiar a los alumnos a lograr los fines propuestos por la cátedra.

Referencias

BATANERO, C. (2010) Didáctica de la Estadística. GEEUG. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, de https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf

MANACORDA, A. M., MC CORMACK, L., PEZZULLO, S. y ÁLVAREZ, A. (2008) Incorporación de las NTICs en clases de ciencias del nivel superior. de Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación a Distancia Educ@2008 Ponencias. Recuperado en 19 de julio de 2019 http://eduqa2008.eduqa.net/eduqa2008/images/ponencias/eje_tematico_5/5_73_Utilizacion_de_la_plataforma__Manacorda_Cormack_Pezzullo_Alvarez_Maimone_Villagra_.pdf

MIRABAL SOSA, M., ROBAINA GARCÍA, M. y URANGA PIÑA, R. (2010). R: una herramienta poco difundida y muy útil para la investigación clínica. Revista Cubana de Investigaciones Biomédicas, 29(2), 302-308. Recuperado en 23 de julio de 2019, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-03002010000200012&lng=es&tlng=es.

126 PROPUESTA PARA INFORMAR RESULTADOS DE UNA ENCUESTA CEDA

Emma Fernández Loureiro Ruben Lucero
Universidad de Buenos Aires.
iemmafl@fce.uba.ar ruben.lucero@fce.uba.ar

Especialidad: Estadística
Palabras clave: variables ordinales, medidas para variables ordinales, CEDA, SPSS

Resumen

La Subsecretaría de Evaluación Educativa de la Facultad de Ciencias Económica (UBA) realiza desde el año 2011 una encuesta a cada estudiante que accede al sistema informático de la Facultad que corresponden a cursos presenciales a partir del segundo tramo del Ciclo General (Res. (CD) 1360/11).
La encuesta contempla dos ítems: Satisfacción del proceso Educativo (CEDA) y Satisfacción Institucional. Cada uno de ellos presenta preguntas para variables de orden.
En esta ponencia nos limitaremos a la Satisfacción del proceso Educativo.
Las variables fueron transformadas convenientemente a variables cualitativas con rango entre 0 y 1 lo que permite, para los promedios, multiplicado por 100, expresar los resultados en porcentajes.
El proceso de transformación de las variables resulta, además de complejo, poco ágil por cuanto, la Subsecretaría depende para su tratamiento del Área de sistemas, organismo que por razones de otra tares, no puede responder con la velocidad pretendida.
Surge, por ello, la necesidad de implementar una forma más ágil de trabajar la información en la Subsecretaría
Dado que las variables en cuestión son ordinales proponemos trabajarlas como tales mediante el uso de SPSS. Las repuestas en lugar de promedios serán medidas de posición (medianas y modas).
Por tanto, la presente ponencia tiene como objetivo mostrar nuestra propuesta para trabajar la información.

1 Introducción

El uso de los cuestionarios de evaluación de la docencia por los alumnos (CEDA) tiene una larga historia en la educación superior, según Marsh, (1987) que considera a Herman Remmers de la Universidad de Purdue como el padre de la evaluación de los profesores por los estudiantes quien creó el primer cuestionario de evaluación en 1927, llamado “Rating Form”.
“A pesar de su creación hace casi 90 años, su uso en Estados Unidos empezó a popularizarse en sus universidades a fines de 1960 en un principio su aplicación era voluntarias y el mismo profesor responsable de su aplicación (García 2000 pag 4)”. Fue en la década de los 70 que el uso de esta forma de evaluación se generalizó (García 2000). Según Seldin (1993) señala que “actualmente un 86% de las instituciones de educación superior estadounidense hace uso de las formas CEDA” (García 2000).
“Básicamente, lo que miden este tipo de instrumentos es la satisfacción del estudiante con el curso y con el profesor. Implícitamente el uso de los CEDA obliga a ver al estudiante como a un cliente, y no sólo como un miembro subordinado a los deseos y normas institucionales” García (2003 pag 82).
Es para tener presente, que la evaluación docente es uno de los temas que más se ha estudiado en educación en los últimos 70 años (Olavarrieta, J. Et al, 2014), La investigación producida en estos últimos 30 años señala que los cuestionarios de evaluación son instrumentos válidos y confiables (García 2003 pag 81). La confiabilidad de los CEDA es igual a cualquier prueba objetiva y depende del número de alumnos que la respondan de acuerdo a Abrami y d’Apollonia, (1990) “La consistencia interna promedio en un grupo de 30 a 50 alumnos es de 0.90; en grupos de 10 es de 0.60, y en grupos de 5 es sólo de 0.23 (…) Grupos de alumnos menores de 10 pueden ocasionar problemas de

confiabilidad" García (2000 pag 12). También señala que ha quedado demostrado también que estos cuestionarios creados en Estados Unidos tienen validez transcultural de acuerdo a muchos autores como "--Bail y Mina, 1981; Marsh, Tourón y Wheeler, 1985; Marsh, 1986;; Watkins, 1994; Marsh, Hau, Chung y Siu, 1997" García (2000 pag 21), es decir que se pueden emplear en diferentes países con distintos grados de nivel de desarrollo sin que pierdan su validez, se ha utilizado en países tan diversos como España, México, Filipinas, India, Nepal, Hong Kong, Nueva Zelanda (García 2000).

2 Fundamentación

Desde el año 2010, la Subsecretaría de Evaluación Educativa detectó la necesidad de instrumentar una herramienta que fue posteriormente reglamentada por Resolución (CD) 1360/11 con fecha 29 de marzo de 2011. Nacieron por primera vez las encuestas de tipo CEDA en forma oficial en nuestra Facultad.

En la resolución mencionada, se hace referencia a la necesidad de implementar en la Facultad una encuesta a estudiantes para la Evaluación del proceso educativo o CEDA y Satisfacción Institucional. Asimismo, se dispone que dicha encuesta esté disponible en el sitio oficial de Facultad y que se otorgan 5 puntos en el ranking a los estudiantes cada vez que completen la encuesta al final de periodo, aclarando que estos puntos no son acumulativos.

3 Desarrollo

Dado que la metodología para ambos ítems **(**Evaluación del proceso educativo o CEDA y Satisfacción Institucional) es la misma presentaremos solamente la primera.

La información recopilada corresponde a "alumnos de cursos presenciales a partir del segundo tramo del ciclo general en todas las carreras". En la actualidad la oferta educativa se compone de cinco carreras de grado: Contador Público, Licenciatura en Administración, Licenciatura en Economía, Licenciatura en Sistemas de la Información de las Organizaciones y Actuario. Las carreras están configuradas de la siguiente manera**:**

Ciclo General. Comprende un primer tramo integrado por las 6 asignaturas de Ciclo Básico Común (CBC) y un segundo tramo con 6 asignaturas comunes a las carreras de grado de la Facultad.

La existencia de un tronco común no solo permite la optimización de recursos, sino también movilidad e integración estudiantil entre carreras de la Facultad.

El Ciclo Profesional, corresponde a la formación propia del campo profesional e incluye los conocimientos, habilidades y competencias correspondientes para el ejercicio profesional de cada carrera.

La Tabla 1 presenta la encuesta que responden a los alumnos por cada asignatura cursada, en el cuatrimestre correspondiente

Tabla 1. Encuesta del proceso educativo. Res (CD) 1360/11. Anexo I

1- Fue entregado al comienzo del curso el cronograma

Si	1

No	2

2- Ahora, por favor evalúe los siguientes aspectos referidos al desarrollo del curso:

	Siempre	A veces	Nunca
¿Desarrollaron los docentes sus explicaciones con claridad?	3	2	1
¿Lograron los docentes despertar su interés por la temática de la materia?	3	2	1
¿Fueron explicados con anticipación el tipo de examen y los criterios de evaluación?	3	2	1
¿Los exámenes exhibidos a solicitud de alumno, contenían correcciones u observaciones? (no responda si no solicito revisión)	3	2	1
¿Facilitaron los docentes el dialogo en clase para el planteo de dudas y preguntas?	3	2	1
¿Las evaluaciones fueron acorde a las pautas establecidas por el docente?	3	2	1

3- En cuanto a los temas de la bibliografía obligatoria estudiados durante el curso, ¿Cuántos le eran ya conocidos por haberlos estudiado en asignaturas previas?

Todos	Algunos	Ninguno
3	2	1

4- ¿Conseguir la bibliografía de la materia le resultó…

Muy Fácil	Algo fácil	Difícil
3	2	1

5- ¿La bibliografía fue la adecuada para su nivel de conocimiento?

Todos	Algunos	Ninguno
3	2	1

6- ¿Fueron los conocimientos previamente adquiridos suficientes para cursar la materia?

Siempre	A veces	Nunca
3	2	1

7- ¿Se dieron a conocer los nombres del profesor titular, adjunto y auxiliares docentes?

Si	Parcialmente	No
3	2	1

8- ¿Cómo se evaluaría la asistencia y la puntualidad del cuerpo docente?

Muy buena	Buena	Regular	Mala	Muy mala
5	4	3	2	1

9- ¿Cómo evaluaría la comodidad y las condiciones físicas del aula en que cursó la materia?

Muy buena	Buena	Regular	Mala	Muy mala
5	4	3	2	1

10- ¿Cómo evaluaría en líneas generales el desarrollo del curso?

Muy buena	Buena	Regular	Mala	Muy mala
5	4	3	2	1

Para trabajar la información utilizamos SPSS versión 22 y las respuestas de los alumnos del primer cuatrimestre de 2015. Respondieron 15476 encuestas.

Asignamos valor 0 en los casos de no respuesta en alguno de los ítems.

En SPSS versión 22: Analizar, descriptivo, frecuencias, seleccionar las variables, en Estadísticos seleccionar: cuartiles, mediana y moda, continuar gráficos si se desea, continuar, ACEPTAR

Las Tablas siguientes presentan resultados numéricos.

Tabla 2. Resultados numéricos que corresponden al segundo punto de la encuesta (Desarrollo del curso), exportados de SPSS a EXCEL: Frecuencias. Año 2015 Notas

Salida creada		23-JUL-2019 11:28:11
Comentarios		
Entrada	Datos	C:\Users\emma.perez\Documents\SPSS SUBSECRETARIA\CON DATOS REALES\Satsfaccion Educativa 1C 2015 X.sav
	Conjunto de datos activo	Conjunto_de_datos1
	Filtro	<ninguno>
	Ponderación	<ninguno>
	Segmentar archivo	<ninguno>
	N de filas en el archivo de datos de trabajo	15476
Manejo de valor perdido	Definición de ausencia	Los valores perdidos definidos por el usuario se tratan como perdidos.
	Casos utilizados	Las estadísticas se basan en todos los casos con datos válidos.
Sintaxis		FREQUENCIES VARIABLES=Claridad_21 Interes_22 Examen_23 correciones_24 Dialogo_25 Pautas_26 /NTILES=4 /STATISTICS=MEDIAN MODE /ORDER=ANALYSIS.
Recursos	Tiempo de procesador	00:00:00,02
	Tiempo transcurrido	00:00:00,02

Tabla 3. Resultados numéricos que corresponden al segundo punto de la encuesta (Desarrollo del curso), exportados de SPSS a EXCEL: Estadísticas: Año 2015

		¿Desarrollaron los docentes sus explicaciones con claridad?	¿Lograron los docentes despertar su interés por la temática de la materia?	¿Fueron explicados con anticipación el tipo de examen y los criterios de evaluación?	¿Los exámenes exhibidos a solicitud del alumno, contenían correcciones u observaciones?	¿Facilitaron los docentes el dialogo en clase para el planteo de dudas y preguntas?	¿Las evaluaciones fueron acorde a las pautas establecidas por el docente?
N	Válido	15476	15476	15476	15476	15476	15476

Perdidos		0	0	0	0	0	0
Mediana		3,00	2,00	3,00	0,00	3,00	3,00
Moda		3	3	3	0	3	3
Percentiles	25	2,00	2,00	2,00	0,00	3,00	2,00
	50	3,00	2,00	3,00	0,00	3,00	3,00
	75	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00

Tabla 4. Resultados numéricos obtenidos que corresponden al segundo punto de la encuesta (Desarrollo del curso), exportados de SPSS a EXCEL: Tablas de frecuencia de la pregunta 2: Año 2015

2-1 ¿Desarrollaron los docentes sus explicaciones con claridad?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	no contesta	405	2,6	2,6	2,6
	nunca	586	3,8	3,8	6,4
	a veces	5617	36,3	36,3	42,7
	siempre	8868	57,3	57,3	100,0
	Total	15476	100,0	100,0	

2-2 ¿Lograron los docentes despertar su interés por la temática de la materia?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	no contesta	516	3,3	3,3	3,3
	Nunca	1477	9,5	9,5	12,9
	a veces	6086	39,3	39,3	52,2
	siempre	7397	47,8	47,8	100,0
	Total	15476	100,0	100,0	

2-3 ¿Fueron explicados con anticipación el tipo de examen y los criterios de evaluación?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	no contesta	594	3,8	3,8	3,8
	nunca	823	5,3	5,3	9,2
	a veces	2983	19,3	19,3	28,4
	siempre	11076	71,6	71,6	100,0
	Total	15476	100,0	100,0	

2-4 ¿Los exámenes exhibidos a solicitud del alumno, contenían correcciones u observaciones?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	no contesta	8936	57,7	57,7	57,7
	nunca	871	5,6	5,6	63,4
	a veces	1334	8,6	8,6	72,0
	siempre	4335	28,0	28,0	100,0

	Total	15476	100,0	100,0	

2-5 ¿Facilitaron los docentes el dialogo en clase para el planteo de dudas y preguntas?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	no contesta	464	3,0	3,0	3,0
	nunca	374	2,4	2,4	5,4
	a veces	2642	17,1	17,1	22,5
	siempre	11996	77,5	77,5	100,0
	Total	15476	100,0	100,0	

2-6 ¿Las evaluaciones fueron acorde a las pautas establecidas por el docente?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	no contesta	1002	6,5	6,5	6,5
	nunca	625	4,0	4,0	10,5
	a veces	2983	19,3	19,3	29,8
	siempre	10866	70,2	70,2	100,0
	Total	15476	100,0	100,0	

Recordemos, a modo de ejemplo, la interpretación para ¿Desarrollaron los docentes sus explicaciones con claridad?:
La mediana 3 indica que el 50 % de las respuestas fueron: ”siempre” (o superior si existiera). El otro 50% opina “siempre o inferior”.
La moda 3 indica que el mayor número de opiniones es “siempre”

5 Conclusiones

Hemos presentado nuestra propuesta para informar desde la subsecretaria de Evaluación Educativa los resultados de la encuesta establecida por resolución CD 1360/11.
Aspiramos que la propuesta, motivo de esta ponencia, sea aplicada con el mismo éxito que se viene realizando desde 2011.

6 Referencias bibliográfica

Abrimi, P.C. y D´Apollonia, S. (1990). The dimensionality of ratings and their use in personnel decisions. En:

Theall M. y Franklin J. (Eds.), Student ratings of instruction (pp. 97-111). New Directions for Teaching and Learning, No. 43, San Francisco: Jossey-Bass.

Bail, F.T. y Mina, S. (1981). Filipino and American perceptions of teacher effectiveness. Research in Higher Education, 14, 135-145.

García G.J.M. (2000). Las dimensiones de la efectividad docente, validez y confiabilidad de los cuestionarios de evaluación de la docencia: síntesis de investigación internacional". En Rueda M. y Díaz-Barriga F. (compiladores), Evaluación de la docencia. México, Paidós, pp. 41-62.

García, G.J.M. (2003). Los pros y los contras del empleo de los cuestionarios para evaluar al docente. Revista de la Educación Superior 32 (3).

Marsh, H.W. (1986). "Applicability paradigm: Student´s evaluation of teaching effectiveness in diferent countries", Journal of Educational Psychology, 78.

Marsh, H.W. (1987). Student's evaluations of university teaching: Research findings, methodological issues, and directions for future research. [número completo]. International Journal of Educational Research, 11 (3).

Marsh, H.W., Hau, K., Siu, T. (1997). Student's evaluations of university teaching: Chinese version of the student´s evaluation of educational quality instrument". Journal of Educational Psychology, 89.

Marsh. H.W., Touron, J. y Wheeler, B. (1985). Students" evaluations of university instructors: The applicability of american instruments in a spanish setting". Teaching and teacher Education (1). Volume 1, Issue 2, 1985, Pp 123-138

Olavarrieta, J., Gómez, M., García, N. (2014). Estudio sobre el uso de cuestionarios de opinión de alumnos sobre profesores como método de evaluación docente en una universidad privada de México. Revista de evaluación educativa, 3 (2).

Seldin, P. (1993). The use and abuse of student ratings of professors. The Chronicle of her Education, p. A40.

Watkins, D. (1994). "Student evaluation of university teaching: A cross-cultural perspective", Research in Higher Education, 35.

206 ESTIMACION BAYESIANA DE MODELOS DE VOLATILIDAD ESTOCÁSTICA

Fabris, Julio Eduardo

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires

Jfabris88@yahoo.com.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Claves: Estimación Bayesiana – Modelos financieros – Volatilidad estocástica

Resumen

Las series financieras se modelan usualmente mediante la familia de procesos ARCH. Sin embargo una interesante alternativa a estos tradicionales modelos son los de volatilidad estocástica (SV) introducidos por primera vez por Taylor (1986). En ellos la volatilidad instantánea no depende de las realizaciones anteriores de la serie como en la familia GARCH, sino de una variable no observable, que se supone sigue un proceso estocástico autorregresivo.

En la estimación de estos modelos, sin embargo, surge un problema: Si la perturbación considerada en el modelo fuera normal, independiente e idénticamente distribuida, entonces los parámetros del modelo de volatilidad estocástica podrían ser eficientemente estimados mediante la aplicación del filtro de Kalman. Sin embargo, como dicha perturbación no está normalmente distribuida, los estimadores obtenidos son consistentes pero ineficientes y la estimación se denomina "Estimación de Cuasi Máxima Verosimilitud".

Es por eso que se han desarrollado técnicas para poder lograr la estimación del modelo, utilizando métodos de Monte Carlo via cadenas de Markov (MCMC), que incluyen a los algoritmos de Metropolis-Hastings y Gibbs. Estos métodos, que son computacionalmente intensivos, se basan en la idea de producir realizaciones simuladas de una función de distribución objetivo multivariada, mediante el muestreo repetido de una cadena de Markov, cuya distribución invariante es la de la distribución de interés.

En esta ponencia se desarrolla una aplicación de dichos métodos a la modelización de una serie de retornos diarios de activos financieros, desarrollando paso a paso la metodología utilizada y comparando los resultados obtenidos con los que resultan de aplicar el método de Cuasi Máxima Verosimilitud anteriormente citado.

1. Introducción

Las series financieras se modelan usualmente mediante la familia de procesos ARCH. Sin embargo, una interesante alternativa a estos tradicionales modelos son los de volatilidad estocástica (SV) introducidos por primera vez por Taylor (1986). En ellos la volatilidad instantánea no depende de las realizaciones anteriores de la serie como en la familia GARCH, sino de una variable no observable, que se supone sigue un proceso estocástico autorregresivo.

En la estimación de estos modelos, sin embargo, surge un problema: Si la perturbación considerada en el modelo fuera normal, independiente e idénticamente distribuida, entonces los parámetros del modelo de volatilidad estocástica podrían ser eficientemente estimados mediante la aplicación del filtro de Kalman. Sin embargo, como dicha perturbación no está normalmente distribuida, los estimadores obtenidos son consistentes pero ineficientes y la estimación se denomina "Estimación de Cuasi Máxima Verosimilitud".

Es por eso que se han desarrollado técnicas para poder lograr la estimación del modelo, utilizando métodos de Monte Carlo via cadenas de Markov (MCMC). Estos métodos, que son computacionalmente intensivos, se basan en la idea de producir realizaciones simuladas de una función de distribución objetivo multivariada, mediante el muestreo repetido de una cadena de Markov, cuya distribución invariante es la de la distribución de interés.

En esta ponencia se desarrolla una aplicación de dichos métodos a la modelización de una serie de retornos diarios de activos financieros.

2 Modelización de series financieras

En el caso de las series de tiempo financieras se observa la particularidad de tener volatilidades cambiantes a lo largo del tiempo que tienden a estar correlacionadas en el sentido de que grandes cambios en el valor de la serie son seguidos por grandes cambios (períodos de mucha volatilidad), mientras que cambios pequeños en el valor de la serie son seguidos por cambios pequeños (períodos de baja volatilidad) como se observa en la Figura 1.

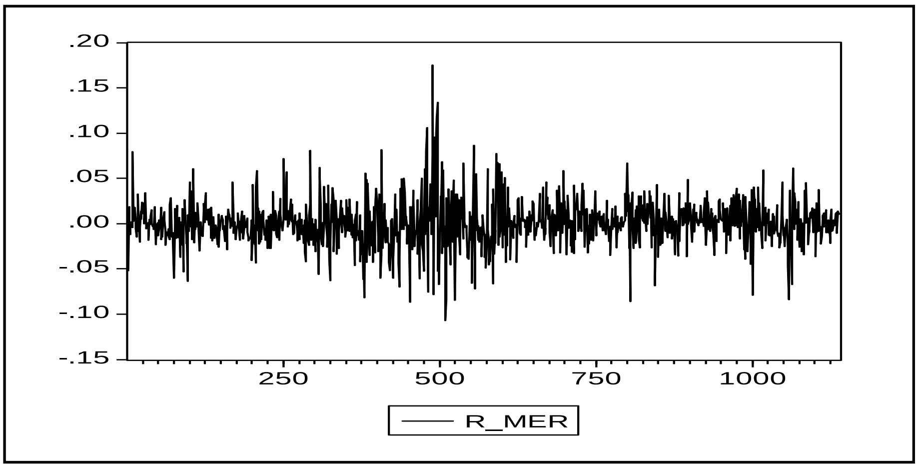


Figura 1. Gráfico típico de los retornos de activos financieros

En términos estadísticos este agrupamiento se traduce en correlaciones positivas en la serie de los cuadrados. Esta propiedad, junto con otras como el exceso de curtosis o la ausencia de correlación en los niveles, son consideradas como características típicas de las series financieras.

2.1 Modelos ARCH

En la econometría existen desde hace un tiempo modelos desarrollados especialmente para capturar la dinámica de las series financieras. El trabajo pionero de Engle (1982), que dio origen a los modelos ARCH (modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva), y el trabajo de Bollerslev (1986), que presentó una generalización del modelo denominada GARCH o ARCH generalizado, fueron el punto de partida para el desarrollo de una extensa familia de modelos y una profusa literatura especializada.

La formulación básica de estos modelos consiste en modelar la serie de interés $\{y_t\}_{t=1}^{T}$ según la ecuación:

$$y_t = \sigma_t \, \varepsilon_t$$

donde ε_t es una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza unitaria, y σ_t es un factor denominado volatilidad.

En el modelo más simple y_t es un proceso serialmente incorrelacionado y con media cero, y σ_t es una función positiva. Los diferentes modelos de la familia ARCH surgen de las distintas formas de modelizar σ_t^2. En el modelo ARCH(q) dicha especificación viene dada por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \, \varepsilon_{t-1}^2$$

donde ω representa la varianza media y ε_t las innovaciones en la volatilidad de la serie. Por lo tanto, la varianza condicional contemporánea resulta depender de los rezagos de las mencionadas innovaciones.

Bollerslev generalizó el modelo para permitir una especificación mas general de la varianza condicional como un modelo ARMA (p,q). Este modelo recibió la denominación de ARCH generalizado o GARCH y sus ecuaciones son:

$$y_t = \sigma_t \, \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \, \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \, \varepsilon_{t-j}^2$$

A partir de la especificación del modelo de Engle los trabajos de investigación tanto teórica como empírica sobre los modelos ARCH se multiplicaron, dando lugar a una amplia familia de modelos.

2.2 Modelos de volatilidad estocástica

Una alternativa a la modelización de series financieras con la familia de procesos ARCH son los Modelos de Volatilidad Estocástica (SV) introducidos por primera vez por Taylor (1986). En estos modelos σ_t^2 no depende de las observaciones pasadas de la serie sino de una variable no observable, que se modela en general como un proceso estocástico autorregresivo. Para garantizar la positividad de la varianza la ecuación de la volatilidad se define para el logaritmo natural de σ_t^2, al igual que en el modelo EGARCH.

Sea r_t el retorno de un activo entre el período $t-1$ y el período t, un modelo simple de volatilidad estocástica tiene la forma

$$\begin{array}{ll} r_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t & \varepsilon_t \sim iid \;\; N(0,1) \\ h_t = \ln \sigma_t^2 = \gamma + \phi \, h_{t-1} + \eta_t & \eta_t \sim iid \;\; N(0, \sigma_\eta^2) \\ E\left[\varepsilon_t \eta_t\right] = 0 & 0 < \phi < 1 \end{array}$$

El modelo simple anteriormente presentado puede generalizarse en forma inmediata haciendo que h_t sea un modelo ARMA(p,q) estacionario, lo cual permitiría un mejor ajuste en el modelo.

También es posible extender el modelo SV de forma que la ecuación que modela a h_t contenga una raíz unitaria. Esto permite abordar el análisis empírico de las series financieras que producen un valor estimado de ϕ muy próximo a uno. Por último, si ε_t y η_t están correlacionado, el modelo SV puede replicar la respuesta asimétrica de la volatilidad a los cambios de signo en la serie r_t.

Los modelos de volatilidad estocástica han sido menos utilizados que los modelos de tipo ARCH, para los cuales la literatura es profusa. Sin embargo, tienen algunas ventajas sobre estos últimos. En primer lugar, sus propiedades dinámicas son fáciles de obtener e interpretar a partir del proceso estocástico subyacente. Además, se generalizan fácilmente al caso multivariante.

Como desventajas cabe citar la ya mencionada menor difusión, lo cual hace que los estudios disponibles no sean muy numerosos; y el problema de su difícil estimación, al no poderse construir la función de verosimilitud en forma exacta.

3 Estimación del modelo de SV

Para la estimación del modelo de volatilidad estocástica hay, en principio, 2 estrategias. La primera y más clásica es linealizar el modelo y estimarlo via un Filtro de Kalman. Dicha vía ya fue explicada en el parágrafo anterior. La segunda alternativa es estimarlo mediante el Método de Monte Carlo basado en Cadenas de Markov (MCMC).

3.1 Estimación mediante el filtro de Kalman

Se conoce con el nombre de filtro de Kalman al algoritmo que permite actualizar de manera secuencial una proyección lineal de un sistema dinámico. Para la derivación de las ecuaciones que describen el filtro se parte de un sistema dinámico expresado en una forma particular llamada representación de espacio-estado.

Denotemos por $\mathbf{y}_t$ un vector de dimensión $(n \times 1)$ de variables *observadas o "señal"* en t y por h_t un vector de dimensión $(r \times 1)$ de variables *no observadas u "ocultas"* conocido como *vector de estado*. La representación de espacio-estado de la dinámica de $\mathbf{y}_t$ se encuentra dada por el sistema de ecuaciones siguiente:

Ecuación para las variables observadas o señal: $y_t = \mathrm{A}' \cdot x_t + \mathrm{H}' \cdot h_t + \xi_t$

Ecuación de estado para las variables ocultas o de estado: $h_t = \mathrm{F} \cdot h_{t-1} + \eta_t$

Donde $\mathbf{A}', \mathbf{H}'$ y $\mathbf{F}$ son matrices de parámetros y x_t es un vector variables predeterminadas o exógenas (que puede incluir rezagos de la propia variable $\mathbf{y}_t$). Los vectores ξ_t y η_t se asumen vectores ruido blanco. También se supone que no existe correlación entre las perturbaciones $\mathbf{v}_t$ y $\mathbf{w}_t$:

Debido a que este modelo es no lineal, debe previamente efectuarse una linealización para poder estimarlo mediante el filtro, que es esencialmente lineal. Recordando el modelo en su forma original;

Definiendo $y_t = \ln(r_t^2)$, resulta ser:

$$r_t^2 = \sigma_t^2 \varepsilon_t^2$$

$$y = \ln(r_t^2) = \ln(\sigma_t^2) + \ln(\varepsilon_t^2)$$

Se puede demostrar que, dado que $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, $\ln(\varepsilon_t^2)$ sigue una distribución $\log \chi^2$, con $E\left[\ln(\varepsilon_t^2)\right] = -1,27$ y $Var\left(\ln(\varepsilon_t^2)\right) = \pi^2/2$.

Se define entonces $\xi_t = 1,27 + \ln(\varepsilon_t^2)$

con lo cual $$E[\xi_t]=1,27+E[\ln(\varepsilon_t^2)]=0$$

y $$Var[\xi_t]=Var[(\ln(\varepsilon_t^2)]=\pi^2/2$$

la representación para y_t en función de la componente no observable h_t toma la forma de un modelo de espacio de estados como: :

$$\begin{aligned} & y_t=-1,27+h_t+\xi_t && \xi_t \sim iid\ (0,\pi^2/2) \\ & h_t=\gamma+\phi h_{t-1}+\eta_t && \eta_t \sim iid\ N(0,\sigma_\eta^2) \\ & E\left[\xi_t\eta_t\right]=0 \end{aligned}$$

Donde: y_t : variable observada o “señal”, h_t : variable no observada ó “variable de estado”, ξ_t y η_t : perturbaciones normales (gaussianas).

Si ξ_t, que es independiente e idénticamente distribuida, tuviera distribución normal, entonces los parámetros $\Omega=(\gamma,\phi,\sigma_\eta^2)$ del modelo de volatilidad estocástica podrían ser eficientemente estimados maximizando la descomposición del error de predicción de la función de verosimilitud logarítmica construida con el aplicación del filtro de Kalman. Sin embargo, como $\xi_t=\ln(\varepsilon_t^2)$ no está normalmente distribuida, el filtro de Kalman solo provee estimadores lineales minimizadores del error cuadrático medio de la variable de estado y de las observaciones futuras. Sin embargo, la verosimilitud logarítmica exacta no puede ser calculada a partir de la descomposición del error de predicción basada en el filtro de Kalman. Los estimadores de $\Omega=(\gamma,\phi,\sigma_\eta^2)$ obtenidos de tratar a ξ_t como si fuera $\xi_t \sim iid\ N(0,\pi^2/2)$ y de maximizar la función de cuasi–verosimilitud, son estimadores consistentes, pero ineficiente. La estimación del filtro de Kalman se realizará en este trabajo con el software econométrico EViews 10.

3.2 Estimación mediante método de Monte Carlo basado en Cadenas de Markov (MCMC)

Se trata de métodos que muestrean la distribución posterior en forma indirecta. Entre ellos se encuentran. Entre los métodos más utilizados se encuentran el Algoritmo de Metropolis-Hastings y el muestreador de Gibbs. En nuestro caso utilizaremos este último. Esencialmente el muestreador de Gibbs procede de la siguiente forma: Si se desea generar muestras de la distribución conjunta de un proceso estocástico

$$(Y_1,...Y_k)\in R$$

y es posible generar cada una de las distribuciones condicionales completas

$$Y_{-i}=(Y_1,...,Y_{i-1},Y_{i+1},...,Y_k)$$

1. Se especifica un valor inicial $(Y_1^{(0)},...,Y_k^{(0)})$ para $(Y_1,...,Y_k)$

2. Para todo **s** > 0 hasta la cantidad de iteraciones deseada **n** se genera $Y_i^{(s)}$ a partir de su distribución condicional dado

$$Y_i^{(s)} = (Y_1^{(s)},...,Y_{i-1}^{(s)},Y_{i+1}^{(s-1)},...,Y_k^{(s-1)}) \qquad \text{para cada i = 1 hasta k}$$

Puede demostrarse que en condiciones bastante generales

$$(Y_1^{(s)},...,Y_k^{(s)})$$

converge a la distribución conjunta de $(Y_1,...,Y_k)$ cuando $S \to \infty$

Por lo tanto, el muestreador de Gibbs proporciona un método aproximado de muestreo de la distribución.

Además $$\frac{1}{n}\cdot\sum_{s=1}^{n}(Y_1^{(s)},...,Y_k^{(s)}) \quad \text{converge a} \quad E\left[\,(Y_1,...,Y_k)\,\right]$$

y similarmente para la varianza.

En este trabajo se utilizará un paquete de programas denominado **stochvol**, realizado por Gregor Kastner que corre en el programa **R**, de código abierto. Este programa permite estimar el modelo de volatilidad estocástica mediante el muestreador de Gibbs, pudiendo especificarse los valores iniciales de las distribuciones a priori, la cantidad de repeticiones del muestreador, de extracciones no utilizadas al inicio del muestreo y la proporción de extracciones que se utilizan finalmente (se estila conservar sólo una extracción de cada 20 para reducir la autocorrelación en la muestra definitiva).

4 Comparación de estrategias de estimación

4.1 Estimación de series simuladas

El método que se utilizará para comparar ambas estrategias de estimación será generar observaciones con parámetros conocidos y evaluar cuál de las dos aproxima mejor a los valores “verdaderos” de los parámetros.

Se compararán estimaciones con 1000, 500 y 200 observaciones para verificar si la calidad de la estimación con cada método depende del tamaño de la muestra. En principio, dado que la estimación de los parámetros con el filtro de Kalman es consistente, se espera que este método brinde estimaciones más cercanas a los valores inicializados cuando se trabaja con muestras grandes. En el caso de muestras pequeñas, se espera que el método MCMC tenga el mejor desempeño.

Modelo de prueba:

$$r_t = \sigma_t^2 \cdot \varepsilon_t \qquad\qquad \varepsilon_t \sim iid\;\; N(0,1)$$

$$\ln \sigma_t^2 = h_t = \mu + \phi(h_{t-1} - \mu) + \eta_t \qquad \eta_t \sim iid\ N(0, \sigma_\eta^2)$$
$$Con \quad \mu = -0.4 \quad \phi = 0.9 \quad \sigma_\eta = 0.2$$

Estimación mediante Filtro de Kalman:

Señal: $$y_t = -1{,}27 + h_t + \xi_t \qquad \xi_t \sim iid\ (0, \pi^2/2)$$

Ecuación de estado $$h_t = \mu + \phi \cdot (h_{t-1} - \mu) + \eta_t \qquad \eta_t \sim iid\ N(0, \sigma_\eta^2)$$

Se genera una serie de 100.000 observaciones con los parámetros fijados como se indica más abajo y se van tomando de a 1000 en 1000, de a 500 y finalmente de a 200. Esta secuencia tiene el sentido de ir tomando distintas realizaciones aleatorias del proceso simulado.

Se realizan 100 estimaciones, que son las que agotan la muestra para el caso de 1000 datos. Finalmente se obtiene la media y la mediana de las 100 estimaciones. Los resultados se consignan en la Tabla 1.

Tabla 1. Estimaciones con el filtro de Kalman

n	resumen estimaciones	mu	phi	c(3)	sigma = exp(c(3)/2)
1000	media	-0,3865	0,7635	-3,9080	0,1417
	mediana	-0,3896	0,8953	-3,2084	0,2011
500	media	-0,3838	0,4925	-5,8975	0,0524
	mediana	-0,3786	0,7346	-3,1659	0,2054
200	media	-0,3881	0,1959	-7,1780	0,0276
	mediana	-0,3776	0,3334	-2,7559	0,2521

Estimación mediante MCMC

Se realiza la estimación con el paquete **stochvol** que corre en el software **R** de código abierto. Tal como en el caso anterior se estiman varias longitudes de muestras. Las distribuciones a priori de los parámetros son:

μ : Distribución Normal (-1 , 1), donde el primer valor indica la media y el segundo el desvío estándar

ϕ : Distribución Beta (20 , 1.5) con media aproximada 0,86 y desvío estándar 0,11

σ_η : Distribución Chi cuadrado con un grado de libertad, multiplicada por el parámetro 0,1

El resto de la especificación indica la cantidad de extracciones, "draws" (100.000), la cantidad de extracciones iniciales que se descartan, denominadas "burn in" (1000), no incluidas en "draws" y la cantidad de extracciones que se descartan entre dos que se conservan, "thin" (20). Por tanto habrá 5000 extracciones válidas en cada cadena.

res <- svsample(ret, draws=100000, burnin=10000,priormu = c(-1, 1), priorphi = c(20, 1.5), priorsigma = .1, thinpara=20, thinlatent=20)

Los resultados obtenidos se consignan en la Tabla 2.

Tabla 2. Estimaciones MCMC

n	resumen estimaciones	mu	phi	sigma
1000	media	-0,4135	0,8770	0,2162
	mediana	-0,4241	0,8827	0,2011
500	media	-0,4289	0,8536	0,2421
	mediana	-0,4166	0,8693	0,2124
200	media	-0,4404	0,8585	0,2204
	mediana	-0,4702	0,8568	0,2051

Si se analizan los valores encontrados se verifica que la estimación de la media μ es mas precisa con el filtro de Kalman, mientras que en el caso del coeficiente autorregresivo ϕ y el desvío estándar σ_η, la estimación MCMC es claramente superior.

No se verifica una diferencia en la precisión de la estimación vinculada a la longitud de la muestra, como se postuló inicialmente.

4.2 Estimación de una serie empírica

Otra verificación a realizar será la estimación del modelo SV para el caso de una serie empírica, para lo cual se utilizarán los retornos del índice Merval

La determinación del mejor modelo se realizará mediante la evaluación de los pronósticos de volatilidad a un período. Se contabilizarán varios estadísticos de bondad del pronóstico: Raiz del error cuadrático medio (RMSE), error absoluto medio (MAE) y coeficiente de Theil.

La serie fue extraída de la página Yahoo finanzas (https://es-us.finanzas.yahoo.com/quote/%5EMERV/) y corresponde a los valores del índice Merval entre las fechas 2-enero-2013 y 5-Junio-2019. En total son 1558 observaciones del valor al cierre, con lo cual se pueden obtener 1557 retornos diarios.

Se realizan estimaciones mediante el filtro de Kalman y el método MCMC y como forma de comprobar cuál de dichas estimaciones es mejor, al desconocerse el verdadero valor de los parámetros, debemos decidir por medio de estadísticos de bondad del pronóstico. Se estima la muestra completa, se predice dentro de la muestra la volatilidad y se la compara, a falta del verdadero valor de la misma, (inobservable) con el cuadrado de los retornos. Los resultados se consignan en la Tabla 3.

Período	n	RMSE		MAE		Theil	
		Kalman	MCMC	Kalman	MCMC	Kalman	MCMC
Muestra completa	1557	0,0009	0,00179	0,000456	0,000892	0,639602	0,467228

Figura 1. Estimaciones con el filtro de Kalman

Como puede observarse, al menos en el caso de esta serie empírica, la estimación por filtro de Kalman presenta mejores resultados para RMSE y MAE, aunque no para Theil.

5 Conclusiones

En este trabajo se ha abordado la estimación bayesiana de los modelos de volatilidad estocástica, llegando a la conclusión de que, a pesar de que la estimación de los parámetros es comparable y en casos mejor que la estimación cuasi-máximo verosímil del filtro de Kalman, el pronóstico de la volatilidad es deficiente.

Como próximos pasos se propone seguir investigando programas de estimación y pronóstico que permitan mejorar los resultados alcanzados.

Otra dirección para futuras investigaciones es la incorporación de nuevas formas funcionales, incluyendo apalancamiento y proceso autorregresivo en la media de las series.

6 Bibliografía

Chib, S. (1995) Marginal likelihood from the Gibbs output. *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pag. 1313-1321

Chib, S.,Nardari, F. y Shephard, N. (2002) Markov chain Monte Carlo methods for stochastic volatility models. *Journal of Econometrics*, Vol. 108, pag. 281-316

Geweke, J. (1989) Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integration. *Econometrica*, Vol. 57, No. 6 , pag. 1317-1339

Hastings, W. (1970) Monte Carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, Vol. 57, pag. 97-109

Kim, S., Shephard, N. y Chib, S. (1998) Stochastic Volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models. *Review of Economic Studies*, Vol. 65, pag. 361-393

Meyer, R y Yu, J (2000) BUGS for a Bayesian analysis of stochastic volatility model. *Econometric Journal*, Vol. 3, pag.. 1

208 EL ROL DEL DINERO, LA TASA DE INTERÉS Y EL PRODUCTO EN LA GENERACIÓN DE INFLACIÓN, TESTEADO A TRAVÉS DE VECTORES AUTORREGRESIVOS DE SERIES DE TIEMPO

Martínez, Cintia – Gómez Roca, Sebastián – Vietri, Silvia – Del Duca, Silvina – Cirera, Eduardo
Facultad de Ciencias Económicas, UBA – Facultad de Ciencias Económicas, UBA – Facultad de Ciencias Económicas, UBA – Facultad de Ciencias Económicas, UBA– Facultad de Ingeniería, UNNE
cintiamartinezfed@gmail.com – sj.gomezroca@gmail.com – silvia.vietri@gmail.com - silvinaduca@fibertel.com.ar - ecirera@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Evaluación de modelos, validación y selección, Modelos VAR, Política monetaria, Inflación

Resumen

En este trabajo se explora una vez más, el rol del dinero en la generación de inflación, a través de un modelo multiecuacional basado en el de McCallum y Nelson (2010). Este modelo parte de ciertas hipótesis de teoría monetaria, relativas a la curva de Phillips aumentada; el output potencial; la tasa de interés y el tipo de cambio como instrumentos de política monetaria y principalmente, el rol de la emisión monetaria. El modelo incluye y pone énfasis en el papel de las expectativas racionales de los agentes económicos, con respecto a la inflación, al producto, al gap entre el producto y el producto potencial, a la tasa de interés y la influencia de todas estas expectativas en la evolución conjunta de las variables endógenas del modelo. En este trabajo testeamos las hipótesis económicas de los autores citados, a través de la estimación de un modelo de vectores autorregresivos (VAR) de corto-mediano plazo, utilizando datos de la economía chilena para el período 2011-2018. Se concluye que las estimaciones econométricas respaldan la teoría económica de los autores mencionados, dentro de ciertas consideraciones. Este trabajo es parte de una investigación más extensa, que continuará con la estimación econométrica de vectores autorregresivos estructurales y la simulación del mismo en un modelo de control de Modos Deslizantes (SM).

1 Introducción

Una discusión de teoría macroeconómica recurrente, es la que corresponde al tópico de la inflación, sus mecanismos de generación y experiencias de control en distintos países; en las últimas décadas, es un problema controlado por los países desarrollados, pero cada vez que hay aceleraciones inflacionarias, la discusión resurge. En ese sentido, siguen vigentes los interrogantes acerca de qué tan importante es la política monetaria en la evolución de la economía real, y cuáles son los canales a través de los cuales afecta a la economía; si el hecho de que exista una alta correlación entre la tasa de inflación y el crecimiento de la oferta de dinero implica causalidad parcial o principal; si existe existe correlación - causalidad entre la tasa de inflación, el crecimiento del dinero y la tasa de crecimiento real del producto; el papel de la tasa de interés y el tipo de cambio en la generación de inflación; las dinámicas de corto y largo plazo de todas estas relaciones y los conceptos de neutralidad y super neutralidad del dinero.

El enfoque mainstream actual ha dejado de lado el papel del crecimiento del dinero en la generación de inflación (Mishkin, 2000; Walsh, 2010). McCallum y Nelson (2010), desarrollaron un modelo multiecuacional en el cual encuentran evidencia de que el dinero lidera a la inflación, en los períodos de incremento de precios, y concluyendo de que debería ser retomado el rol del dinero en la generación de inflación. Trabajan con valores de parámetros para la economía estadounidense.

Los autores de este trabajo venimos realizando estudios para el control de la inflación, con Modos Deslizantes (SM), un modelo matemático de control proveniente de la Ingeniería (Martínez y Cirera, 2017). En aquella investigación, realizamos el control con SM de la variable inflación utilizando a la emisión de dinero como controlante. Las simulaciones, con valores de parámetros estimados para Chile para el periodo 1980-2008, confirmaron: una pendiente negativa en el largo plazo para la curva de Phillips aumentada; un efecto positivo de la inyeccion de dinero en la tasa de inflación y que los salarios son función creciente de la inflacion. Sin embargo, como este modelo fue una primera aplicación de SM a la Economía, nuestro objetivo es la ampliación del modelo con la inclusión de con mayor cantidad de variables. Para ello hemos tomado el modelo de McCallum y Nelson (2010), al cual hemos introducido algunas modificaciones para su adaptación a una economía latinoamericana. En esta primera etapa, validaremos el modelo mediante el uso de vectores autorregresivos econométricos (modelos VAR). Los modelos VAR introducidos por Sims (1980) se caracterizan por ser herramientas de gran utilidad en la modelización conjunta de variables macroeconómicas, en especial para fines predictivos.

En la primera parte, desarrollamos el modelo macroeconómico y sus hipótesis; en una segunda parte, describimos los datos recabados con los cuales trabajaremos, incluyendo análisis univariado de series de tiempo; en la tercera parte, realizamos las estimaciones VAR pertinentes, seleccionamos el modelo más adecuado, y validamos la teoría económica mediante el análisis de las funciones de impulso respuesta y de descomposición de la varianza.

2 Un modelo neokeynesiano de política monetaria e inflación

Existen múltiples teorías acerca del rol del dinero en la generación de inflación. Por un lado, un aumento de la cantidad de dinero, suponiendo que la velocidad permanece fija, podría conducir a un aumento en los precios que no generé ningún impacto sobre el producto. Este concepto es conocido como *neutralidad del dinero*. Modificaciones en la cantidad de dinero no tienen ningún impacto sobre variables reales de la economía como los son el producto y el desempleo. De darse este escenario, el cambio en la cantidad de dinero no tendrá ningún efecto ya que, al percibir la emisión, los empresarios aumentaran los precios para compensar la pérdida de valor del dinero.

Por el contrario, algunos autores establecen que movimientos en la cantidad de dinero tienen un impacto real sobre la economía ya sea mediante cambios en el producto y/o el desempleo. A esto se lo conoce como *no neutralidad del dinero* y puede ser generada por distas causas. Para Hume (1752) existe un rezago entre la emisión del dinero y el aumento de los precios. Si los precios y la velocidad están fijos, un aumento en la cantidad de dinero logra aumentar el nivel de producto.

Este no es el único mecanismo por el cual se puede llegar a este resultado. Para otros autores como Thorton (1802), el efecto real es producto de rigideces en los salarios. Este fenómeno se daba porque los salarios se fijaban en términos de los precios de largo plazo y nos los de corto, por lo que no eran afectados por la volatilidad de corto plazo.

En su trabajo de 2010, McCallum y Nelson retoman el rol del dinero en la generación de inflación, cuestionando el desinterés del *mainstream* por este papel de la emisión y elaboran un modelo de equilibrio general estocástico que comprueba la importancia de esta variable en el mecanismo de generación de inflación. A su vez, utilizan expectativas racionales de los agentes económicos sobre ciertas variables de la economía, conformando así un modelo multiecuacional de 4 ecuaciones, al cual hemos introducido algunas modificaciones para adaptarlas a una economía latinoamericana, según detallamos a continuación.

Primero, se especifica una función de demanda de dinero con inercia en los precios (curva de Phillps aumentada):

$$\pi_{(t)} = \beta E_{(t-1)}\pi_{(t)} + k\left[E_{(t-1)}(y_{(t)} - \bar{y}_{(t)})\right] \quad (1)$$

En donde: π es la tasa de inflación; $\left(y_{(t)} - \bar{y}_{(t)}\right)$ es la brecha entre el producto y el producto potencial o gap del producto y $0 < \beta < 1; k > 0$. Desde este punto de vista, los agentes económicos que al fijar precios hoy, lo hacen basados en el comportamiento pasado de las variables, pero de acuerdo a expectativas racionales.

La segunda ecuación se refiere a la formación del producto o curva IS, en donde también juegan un rol importante las expectativas de los agentes económicos:

$$y_{(t)} = aE_{(t-1)}y_{(t)} - \sigma\left[E_{(t-1)}R_{(t)} - E_{(t)}\pi_{(t+1)}\right] + e(_{yt}) \quad (2)$$

En donde: y: es el producto en logaritmos, a precios constantes; R: es la tasa de interés nominal; $e_{(yt)}$ es un shock aleatorio del producto y σ>0. [6]

La política monetaria del Banco Central se resume en una función tipo regla de Taylor, que fue utilizada en la Reserva Federal en la década del 80 y 90, para fijar la tasa de interés de acuerdo al crecimiento del producto y la inflación:

$$R_{(t)} = \rho R_{(t-1)} + (1-\rho)(\varphi gy_{(t)} - w\pi_{(t)}) + e_{(rt)} \quad (3)$$

En donde: R: es la tasa de interés nominal; gy(t) es la tasa de crecimiento del producto nominal y e(rt): es un shock aleatorio de la tasa de interés.

La cuarta ecuación especifica el crecimiento del dinero en función del producto, la tasa de interés nominal y el tipo de cambio real.

$$\Delta\log\left[m_{(t)}\right] = b\Delta\log\left[Y_{(t)}\right] - c\Delta R_{(t)} - \gamma\Delta\log\left[TC_{(t)}\right] + \Delta e_{(mt)} \quad (4)$$

En donde: m: es la cantidad de dinero real; Y es el PIB a precios constantes; TC es el tipo de cambio real y ∆e(mt) : es un shock aleatorio del dinero real.

Las modificaciones que hemos introducido son: el agregado de la variable tipo de cambio, dada la importancia que tiene en las economías latinoamericanas como instrumento de política monetaria; la cantidad de rezagos de las expectativas con respecto a las variables, que han sido simplificados de acuerdo con las encuestas que el Banco Central de Chile lleva. A su vez, en la ecuación 3, el término que refiere la diferencia del producto nominal y la inflación también fue modificado, con el objetivo de seguir fielmente una regla de Taylor tradicional y básica. Se optó por esta alternativa dada que se encontró se condice de mejor manera con el manejo de la política.[7]

En su trabajo, McCallum y Nelson, mediante el análisis de las funciones de impulso- respuesta de su modelo de equilibrio general estocástico, concluyeron que:

- El dinero y la inflación no sólo tienen una correlación muy alta, sino que es cercana a la equiproporcionalidad.
- El crecimiento del dinero tiene efecto contemporáneo en la generación de inflación y además, de liderazgo.
- El modelo esta en descuerdo con la política monetaria que considera neutral al dinero.

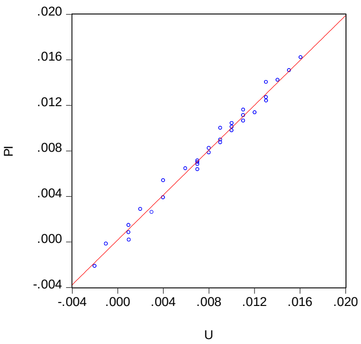
[6] La expectativa de Pi es una encuesta del Banco Central sobre empresarios y académicos, efectuada a inicios del trimestre o sea, relevada en los primeros 10 días de enero. Como los agentes económicos cuentan con información del trimestre pasado decimos que es el valor esperado en (t-1). Como se les preguntó por sus expectativas para el mes, extrapolamos la información a trimestre.
La expectativa del PIB y de R surgen de una encuesta del Banco Central a inicios del trimestre. Se les pregunta por lo que esperan que varíe el último trimestre contra mismo trimestre del año pasado.

- Los resultados refuerzan la idea de que la teoría cuantitativa del dinero debería reconsiderarse como básica. Los shocks monetarios, IS y de producto, producen cambios permanentes en los niveles de dinero nominal y precios, y cambios temporales en el producto y la tasa de interés.

En este trabajo realizaremos una estimación con vectores autorregresivos o modelos VAR clásicos, irrestrictos o reducidos, para testear las hipótesis que plantea el modelo de McCallum y Nelson, modificado para la economía chilena.

3 Selección de la muestra

La primera opción a la hora de seleccionar la muestra de series de tiempo, fue elegir un país con datos macroeconómicos más estables que Argentina. Tal cual venimos trabajando desde años anteriores[8], hemos continuado eligiendo trabajar con datos de la economía chilena. Con respecto a las expectativas de los agentes económicos sobre la inflación, el producto y la tasa de interés, el Banco Central de Chile lleva muy buenas encuestas de expectativas. Con respecto a las expectativas de los agentes económicos sobre la inflación, el producto y la tasa de interés, el Banco Central de Chile lleva adelante encuestas a académicos, consultores, ejecutivos y asesores de diversas instituciones, en las cuales contemplan distintas variables y de forma ininterrumpida para la mayoría de éstas. A su vez, se consultó también al Instituto Nacional de Estadísticas de Chile (INE) para complementar la base de datos final.La segunda decisión está se relaciona con a trabajar con datos de corto o largo plazo. Como ya habíamos analizado en años anteriores, la forma que toma la curva de Phillips puede sugerir si el modelo es más indicado para el corto que para el largo plazo. En el gráfico 1 se utilizó la tasa de desempleo en lugar del gap del producto (a diferencia de como está explicitado en la ecuación (1). De acuerdo con Friedman (1957), en el corto plazo esta curva muestra la relación negativa inicialmente observada por Phillips, pero en el largo plazo, puede esperarse una curva vertical o una relación positiva, inclusive. Nuestros datos trimestrales tienen pendiente positiva, mientras que datos anuales, presentan una relación más o menos vertical. Siendo los datos trimestrales, el modelo es más bien de mediano plazo, si bien la intención es poder utilizarlo para realizar política de corto plazo. Pero datos mensuales de estas mismas variables presentaban muy poca variación, haciendo poco posible la estimación econométrica, con lo que finalmente, trabajamos con datos trimestrales para el periodo 2011-2018.



[8] Martínez y Cirera, 2017; Martínez, Milia, Brufman y Jack (2017); Martínez, Brufman, Cirera y Bravo (2018).

Figura 1. Relación entre tasa de inflación (pi) y tasa de desempleo (u). Fuente: Elaboración propia en base a datos del Banco Central de Chile y del INE.

Cabe señalar un aspecto de relevancia, el cual respecta a la selección del agregado monetario a tomar como referencia. En nuestro caso, nuestra atención se avoca, al igual que gran parte del trabajo de McCallum y Nelson, sobre el M2. No obstante, en el futuro nos proponemos trabajar con más alternativas, que presenten un mejor reflejo de la realidad, contemplando el avance de los medios de pago de pago en la actualidad. Esta cuestión es de una importancia no menor, ya que el nuevo dinamismo, consecuencia principalmente de los avances tecnológicos, podrían implicar variaciones en la velocidad del dinero. Luego, se planea incorporar al análisis presente otras alternativas complementarias para la medición del dinero, como el M3 o el agregado propuesto por Lucas y Nicolini (2015).

4 Estimación VAR del modelo de política monetaria e inflación

4.1 Los modelos VAR clásicos

Si bien los modelos VAR son ya conocidos en la literatura, repasaremos brevemente su especificación básica. Un VAR de orden p en su forma más simple tiene la siguiente representación:

$$y(t) = m + \varphi_1 y(t-1) + \varphi 2\, y(t-2) + \ldots + \varphi_p y(t-p) + \varepsilon_t \quad (5)$$

Donde: $y(t)$: es un proceso estacionario.

$m \in R^k$: es un vector columna de constantes.

$p \in N$: es el número de rezagos de la variable.

φ_i : matriz de coeficientes de dimensión k x k para i=1, …,p.

$\varepsilon_t \in R\ k \sim N\ (0, \Sigma)$: es un ruido blanco.

Luego, con Σ una matriz simétrica definida positiva, εt es un vector de residuos o shocks aleatorios. De esta manera, cada ecuación del VAR se puede expresar de la siguiente manera:

$$y_{i,t} = m_i + \sum_{s=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \phi_{i,j}^{s} y_{j,t-s} + \varepsilon_{i,t} \qquad (6)$$

El modelo VAR se estima mediante el método de máxima verosimilitud condicional, pero si cada ecuación tiene idéntica cantidad de variables del lado derecho, Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS) es eficiente. La metodología VAR es ya conocida y no ahondaremos en ella más de lo necesario y expuesto. El lector interesado puede consultar a Luktepohl (2005) y Enders (2015).

4.2 Estimación VAR del modelo de McCallum y Nelson modificado

Antes de ingresar las variables a la estimación, se realizaron los análisis previos pertinentes de las series de tiempo trimestrales.

Antes de analizar el orden de integración de las variables, se revisó la evolución política macroeconómica chilena durante el periodo muestral, no surgiendo de este análisis la presencia de ningún hito o cambio de paradigma que se deba reflejar en la estimación. Los test ADF que se realizaron, muestran un orden de integración disímil de las variables en niveles, existiendo algunas I(0), I(1) e I(2). De esa manera, las variables endógenas explicadas incluídas resultan ser: Pi (tasa de inflación); D(Y): primeras diferencias del producto desestacionalizado en logaritmos; R (tasa nominal de interés) y D(M): primeras diferencias del dinero o M2 en logaritmos; de las cuales, la única no estacionaria es R. Todas las raíces del polinomio característico caen dentro del círculo unitario y los residuos de esta estimación resultan ser ruido blanco[9], según el estadístico de Ljung-Box. También el test LM de autocorrelación de los residuos confirma esta conclusión y los test de normalidad, por componentes, confirman en general normalidad.

Se testeo la causalidad sugerida en el modelo de McCallum y Nelson mediante estimación por Mínimos Cuadrados Indirectos de cada ecuación, resultando ser el orden de causalidad propuesto por los autores, adecuado.

Para determinar el orden *p* del VAR, se utilizaron comparativamente los criterios de Akaike, Schwartz, Hannan-Quin, test LR y test de error final de predicción. En general los criterios coinciden en que el orden óptimo de rezagos es 3. En esta etapa de nuestra investigación, nuestro objetivo no es reproducir fielmente la cantidad de rezagos del modelo teórico, sino lograr que la econometría nos valide el modelo en general, mas allá de ciertas restricciones en cuanto a la memoria de los procesos, que se planea introducir en una próxima investigación.

<u>Análisis de descomposición de la varianza</u>

Los principales *output* de validación de un modelo VAR, son las funciones de impulso respuesta y la descomposición de la varianza de los errores de predicción, los cuales pueden darnos indicios importantes acerca de las relaciones entre nuestras variables endógenas.

El orden seleccionado para la matriz de Cholesky es: Pi, D(Y), R, y D(M) (siendo pi la más exógena, y D(M) la menos exógena).[10] Se expone sintéticamente la descomposición de la varianza de los errores predichos:

- PI: Principalmente explicada por sí misma. Del primer período en adelante, la tasa de interés pasa a jugar un rol fuerte y estable en la explicación de su varianza (casi 20%). Conforme pasa el tiempo, el producto crece en su influencia hasta estabilizarse en un valor no despreciable (15%).
- D(Y): Principalmente explicado por sí mismo. Solo la inflación juega un rol fuerte y estable (15% aprox). D(M) tiene una influencia creciente. Llega a casi al 10% al final del período.
- R: Inicialmente es explicada por sí misma. El producto tiene una relevancia preponderante creciente hasta estabilizarse en un valor elevado (66%). Pi influencia fuerte en los primeros dos lags (18% y 14%) aunque su importancia decrece posteriormente. D(M) influye de manera creciente y se estabiliza en un valor no despreciable (13%).
- D(M): Fuertemente explicado por Pi y por Y. Si influencia propia es estable pero no tan fuerte (casi 20%). PI es un fuerte determinante (casi 40%) aunque decrece su importancia conforme tomamos una mayor cantidad de períodos (aproximadamente 25%). El producto es un determinante fuerte, siempre por encima del 40%. A mayor cantidad de períodos se estabiliza en un valor muy elevado (50%).

[9] Con un p-value del 16% al rezago 28.
[10] El orden seleccionado corresponde al modelo teórico. En próximas investigaciones con modelos SVAR se prevé tener que cambiar este orden, para poder reproducir lo mas fielmente posible el modelo macroeconómico. De acuerdo al orden de la matriz de Choleski seleccionado, Y no produce efectos contemporáneos en Pi.

En conclusión, todas las variables explican la varianza de sus errores predichos, básicamente por su propio efecto, excepto el dinero, que depende mucho de Pi y del producto.

Análisis de las funciones de impulso-respuesta (IFR)

Teniendo en cuenta todas las consideraciones anteriores, analizamos las IRF del VAR(3) con la restricción de que D(Y) no produce efectos contemporáneos en Pi.

Analizamos las IRF para 15 períodos, pues en el caso de las respuestas de R a D(Y), no hay convergencia tras 10 períodos. En general, todas las variables, tras un impulso inicial, convergen a cero, esto es, los shocks aleatorios de PI, D(Y), R y D(M) no desestabilizan el sistema.

En el caso de PI, el mayor impacto se lo produce R y, curiosamente, ella misma. En todo este período, el Banco Central de Chile ha utilizado a la tasa de interés como herramienta de política monetaria, con resultados precisos.

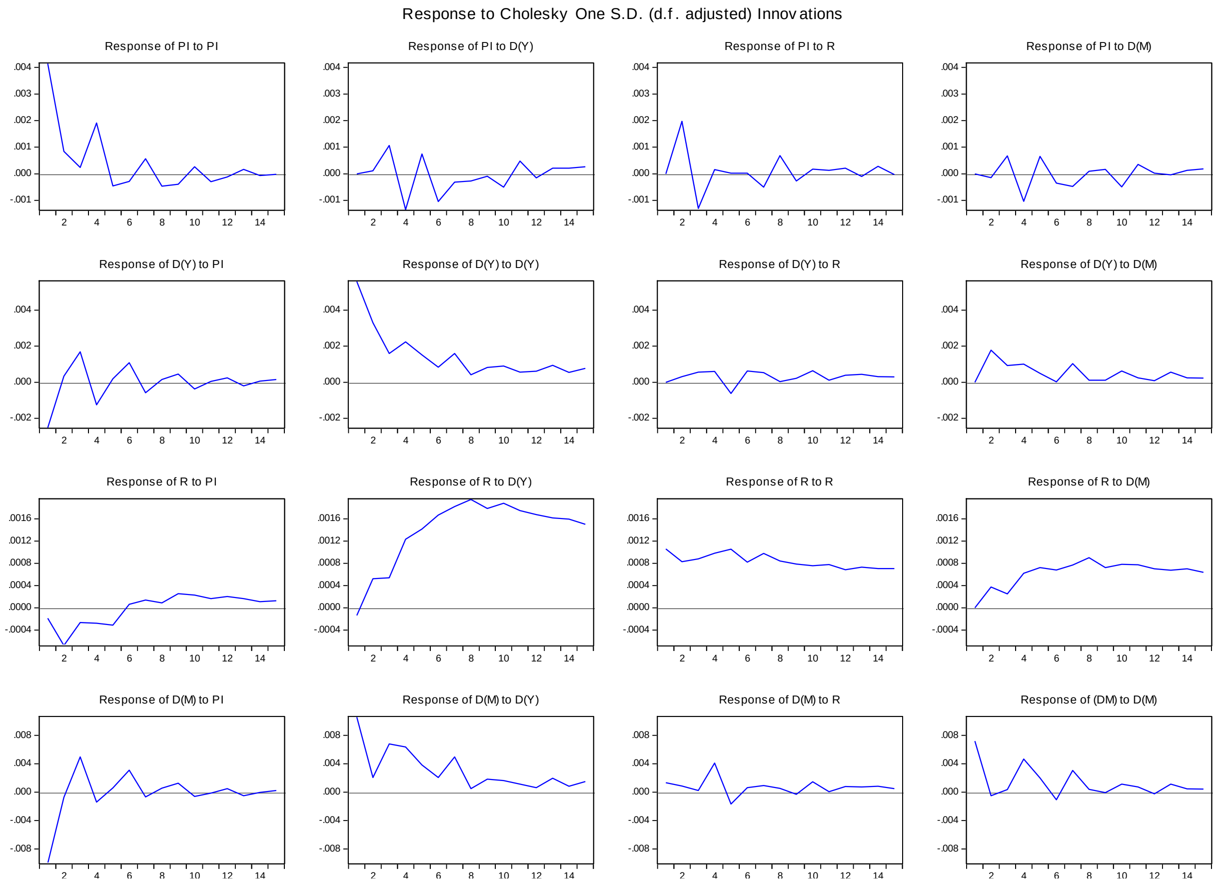


Figura 2. IRF de las variables endógenas del modelo. Elaboración propia con Eviews.

D(Y) reacciona de manera importante ante un shock de Pi, produciendo inicialmente una caída, para continuar con un crecimiento que oscila entre el positivo y el negativo y estabilizarse alrededor del período 12. Esto puede interpretarse como un acomodamiento de precios relativos en la composición del producto. A su vez, el impacto de un shock monetario no posee efectos negativos, sino que levemente positivos.

R resulta ser la variable más alterada por los shocks de las otras endógenas. Especialmente, Y es la que produce la mayor alteración, estabilizándose hacia el período 14 pero no convergiendo a cero. Esto es una de las caras de la estrategia monetaria llevada a cabo por el Banco Central, el cual utiliza la tasa de interés como variable de intervención.

En cuanto a D(M), las principales alteraciones provienen de Pi y de D(Y), mostrando que ante una aceleración de la inflación se tiende a aplicar una contracción monetaria y que, ante un crecimiento de la economía, también la masa monetaria debe acrecentarse.

El comportamiento de estas funciones sugiere la existencia de consecuencias sobre la economía real a partir de una variación en la cantidad de dinero, lo cual se condice por lo señalado por el trabajo de McCallum y Nelson.

5 Conclusiones y trabajos futuros

El presente trabajo expone algunos resultados de relevancia para la actualidad de la teoría macroeconómica, a través de la aplicación econométrica de un modelo VAR. El esquema utiliza como punto de arranque al modelo de McCallum y Nelson (2010); sobre este trabajo fundamental, se desarrollaron algunas modificaciones que permitieron adaptar el trabajo a una economía latinoamericana. La economía seleccionada para testear el funcionamiento del modelo fue Chile, durante el período 2011-2018.

Según la muestra seleccionada, las variables se interinfluencian con una memoria de tres rezagos.

El trabajo permitió observar, entre otras cuestiones, un posible efecto real del crecimiento del dinero sobre la economía, contrariando la teoría cuantitativa del dinero clásica. Los resultados, si bien no absolutamente contundentes, caben señalarse, dado que resultan de importancia para el desarrollo de políticas a llevar a cabo por el Banco Central.

Otro aspecto interesante es el relativo al comportamiento de la tasa de interés nominal, la cual exhibe un comportamiento contracíclico con respecto al crecimiento del producto.

Al igual que en las conclusiones de McCallum y Nelson, el modelo sugiere *no neutralidad* del dinero.

A diferencia de lo observado por McCallum y Nelson, los cambios en la cantidad de dinero y en la tasa de inflación no son contemporáneos; ambos responden con cierto retraso, al impulso del otro. Sin embargo, se observa una vez mas el hecho casi estilizado de cambios equiproporcionales entre ambas tasas; en este caso, en el mediano plazo.

La tasa de interés se ve afectada de forma permanente por shocks del producto y la cantidad de dinero; mientras que en la tasa de inflación, el producto y la cantidad de dinero, los shocks del producto y cantidad de dinero producen efectos temporales.

En general, el modelo modificado de McCallum y Nelson resulta validado por la Econometría. Es tarea de investigación futura, poder recuperar los coeficientes del modelo estructural, para objetivos de ser modelizados en un sistema de control de la inflación.

Referencias

Banco Central de Chile (2019). Estadísticas. https://www.bcentral.cl/estadisticas. Consultado 1° semestre 2019.

Cagan, P. (1956) The Monetary Dynamics of Hyperinflation. In: Friedman, M., Ed., Studies in the Quantity Theory of Money, The University of Chicago Press, Chicago, 25-117.

Enders, W. (2015) Applied econometric Time Series. Wiley. 3era. Edición

Friedman, M. (1957): A Theory of the Consumption Function, National Bureau of Economic Research, Inc.

Galí, J., y Perotti, R. (2003). Fiscal policy and monetary integration in Europe. economic policy, 18(37), 533-572.

Hume, D. (1752): Of Money and Of Interest. In D. Hume, Whitings on Economics, ed. E. Rotwein, Madison: University of Wisconsin Press, 1970.

Lucas, R. (1972). "Expectations and the Neutrality of Money". Journal of Economic Theory 4, p. 103–124.

Lucas, R. (1973) Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs, American Economic Review, 63, issue 3, p. 326-34.

Lucas, R. y Sargent, T. (1981) Rational expectations and econometric practice (Vol. 2). University of Minnesota Press

Lucas Jr, R. E., y Nicolini, J. P. (2015). On the stability of money demand. Journal of Monetary Economics, 73, 48-65.

Luktepolhl, H. (2005). New Introduction to Multiple Time Series Analysis..Editorial Springer. Alemania

Martinez, C. y Cirera, E. (2017): “Introducing Sliding Modes in Economics.” ATINER'S Conference Paper Series, No: ECO2016-2187.Athens, Greece.

Martínez, C.; Milia, D.; Brufman, J.; Jack, P. (2017): Análisis de políticas monetarias de control de la inflación con modelos BVAR: el caso chileno. Anales LII Reunion Anual AAEP. Bariloche: Universidad Nacional de Rio Negro. 2017 vol. n°. p - . issn 1852-0022.

Martínez, C.; Brufman, J.; Cirera, E.; Bravo, G. (2018): Comparación de distintas metodologías VAR en el análisis de política monetaria. Argentina. Buenos Aires. IV Jornadas Argentinas de Econometria. Centro de Investigaciones en Econometria de la FCE – UBA.

Mc. Callum, B. and Nelson, E. (2010): "Money and Inflation: Some Critical Issues." Finance and Economic Discussion Series, Board of Governors of the Federal Reserve System.

Mishkin, F. (2000): “Inflation targeting in Emerging Market Countries”, NBER Working Paper Series n.7618.

Muth, J. (1961): Rational Expectations and the Theory of Prices, Econometrica, 29, 3, pp. 315-335

Nerlove, M. (1958). Adaptive Expectations and Cobweb Phenomena., The Quarterly Journal of Economics, Oxford University Press, vol. 72(2), pages 227-240.

Sims, C. A. (1980), Macroeconomics and Reality, Econometrica 48, pp 1–48.

Thornton, H. (1802): An Enquiry into the Nature and Effects of the Paper Credit of Great Britain, London: Allen & Unwin.

Urbisaia, H.; Brufman, J.; Martínez, C.; Rodríguez, E. (2007). “La modelización VAR aplicada a un problema de economía monetaria”. XXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de C. Economicas y afines. Setiembre 2007, Mendoza.

Walsh, C. (2010): *Monetary Theory and Policy*. The MIT Press, Cambridge, Massachusets

213 MODELOS HETEROSCEDÁSTICOS APLICADOS AL MERCADO DE FONDOS COMUNES DE INVERSIÓN

Juana Z.Brufman - Daniel Miliá - Ramiro Martín Pérez
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
juana.brufman@fce.uba.ar - daniel@economicas.uba.ar - ramiromperez93@gmail.com
Especialidad: Estadística aplicada
Palabras claves: Finanzas, Heteroscedasticidad, Fondos comunes

Resumen

Los fondos comunes de inversión son instituciones de inversión colectiva donde se aglutinan los fondos de diversos inversores formando un patrimonio, el cual es dividido en cuotapartes, con el fin de ser invertido en una variedad de instrumentos financieros que integrarán la cartera del fondo. Su utilidad radica en la diversificación de la inversión inicial y la mayor liquidez frente a otros activos del mercado bancario, a la vez que no requiere un conocimiento avanzado en la materia para introducirse en ellos.
La naturaleza heteroscedástica de las series financieras requiere abandonar los típicos modelos ARIMAX y recurrir a los modelos de la familia ARCH, los cuales se valen de la historia de la variable y su volatilidad como factores de alto poder explicativo con el fin de aumentar la eficiencia en la estimación de los parámetros y la precisión de los pronósticos.
El presente trabajo aborda la estimación de retornos de los Fondos FIMA de acciones y bonos del Banco Galicia, en donde se trata de indagar el efecto que causan variaciones en los retornos de carteras representativas de mercado y en el tipo de cambio. Las estimaciones concluyen que shocks en los mercados de acciones no causan impacto alguno en el mercado de bonos, y viceversa, denotando una disociación en los vehículos de inversión del sector público y de las empresas a la vez que marca un claro limitante al desarrollo del mercado de capitales local.

1. INTRODUCCIÓN

La industria de fondos comunes de inversión (FCI) en Argentina comenzaría 58 años atrás, en 1961, siendo nuestro país uno de los pioneros en la administración de activos dentro de los mercados emergentes. La ley 24.083, sancionada el 20 de mayo de 1992 y con algunas modificaciones sustanciales producto de la nueva ley de mercado de capitales en 2018, rige la industria de fondos en Argentina, cuya reglamentación está a cuenta de la Comisión Nacional de Valores. Con la sanción de esta ley, la cantidad de alternativas de inversión disponibles crecerían fuertemente ya que a fines de 1991 existían tan sólo 34 FCIs; cuatro años más tarde la cifra llegaría a 150 según la Cámara Argentina de Fondos de Inversión. A fines de 2018, representan alrededor del 5% del PIB, valor bajo en relación a la media de la región que oscila en alrededor del 20%, aunque no por ello dejan de ofrecer una alternativa importante en pos de la diversificación de carteras y liquidez del mercado.

Diversos autores como Hansen & Lunde (2001) destacan la importancia de los FCI en cuanto fomentan un vehículo bidireccional en el que el Estado y empresas pueden obtener instrumentos de financiamiento e inversión. Elescano Rojas (2004) agrega que es posible hallar una alta correlación en lo que respecta al mercado de bonos y acciones debido a la complementariedad de los activos en cuestión a la vez que ciertas variables macroeconómicas como el tipo de cambio resultan factores que indicen negativamente en la performance de los fondos por la inestabilidad que imprime en el nivel de actividad económica y las finanzas públicas.

2. MODELIZACIÓN TRADICIONAL

2.1 Base de datos

Para este trabajo se utilizaron los retornos logarítmicos *(r)* de los fondos de inversión "FIMA Acciones"[11] y "FIMA Renta Plus"[12], ambos pertenecen a Galicia Administradora de Fondos S.A del Grupo Financiero Galicia, cuyos datos se obtuvieron de la web de la entidad. A su vez, se toman como variables de control el índice S&P Merval [13]*(imerval)* l índice de bonos soberanos creado por el Instituto Argentino de Mercado de Capitales *(ibiamc)* el tipo de cambio nominal publicado por el Banco Central *(usdars).* Las últimas tres variables fueron tomadas del portal de datos económicos del Ministerio de Hacienda de la República Argentina y transformadas bajo la forma de retornos logarítmicos para proceder correctamente con su estudio.

2.2 Modelos ARMAX

Podemos expresar de manera generalizada un modelo autorregresivo con media móvil de la forma:

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i r_{t-i} + a_t + \sum_{i=1}^{q} \theta_i a_{t-i} \quad (1)$$

Donde r_t consistuye los retornos logarítmicos de las variables en cuestión, β_0 es un término constante en la caracterización de la variable de interés, r_{t-i} son los rezagos de la variable dependiente, β_i son los parámetros de las variable dependiente rezagada, a_t constituye el error estocástico, a_{t-i} representan los errores estocásticos rezagados y θ_i los parámetros asociados a éstos.

2.2.1 Chequeos de robustez

De la realización de la prueba de Dickey – Fuller surge que las series son estacionarias al 5% al aplicarle la transformación logarítmica. Por otra parte, el orden del proceso ARMA se estima partir de la metodología de Box & Pierce (1970), mediante el análisis de correlogramas presente en el test de Portmanteau o test Q. A partir del análisis de la serie nos permite identificar los rezagos que pueden tomar nuestros modelos de tipo ARIMAX. Para la variable FIMA Acciones identificamos un proceso de ruido blanco formalizado como modelo ARIMA (1,0,0). Por su parte, la variable FIMA Renta Plus es identificable como un modelo ARIMA (1,0,1) ya que presenta un rezago significativo tanto para su función de autocorrelación como de autocorrelación parcial. Asimismo, los resultados de los correlogramas de los coeficientes de correlación de los retornos de cada fondo sugieren que ambas series de tiempo no presentan evidencia de correlación serial aunque sí una cierta dependencia del tiempo por parte del fondo FIMA Renta Plus.

2.3. Calibración de parámetros

2.3.1 FIMA Acciones

[11] FIMA Acciones es un fondo de renta variable en pesos que históricamente mantuvo una posición mayor al 90% en acciones. Al 28 de diciembre de 2018, presenta un patrimonio total de 284 millones de pesos.

[12] FIMA Renta Plus es un fondo de renta fija en pesos que toma como referencia el índice IAMC y mantiene, a lo largo del tiempo, una estrategia de inversión en letras y bonos soberanos por encima del 90%.

[13] Pondera como mínimo 20 empresas cotizantes que hayan cumplido con distintos criterios de selección como una participación en el 95% en las ruedas de negociación durante seis meses, un requisito mínimo de liquidez midiendo la Mediana del Valor Diario de Transacciones de los últimos seis meses superiores a 2.5 millones de pesos, entre otros.

El primer modelo planteado, ARIMA (1,0,0) estimado por el método de máxima verosimilitud (MV), se propone de la siguiente forma:

$$ln\, r_t = \beta_0 + \beta_1 \ln(imerval)_t + \beta_2 \ln(ibiamc)_t + \beta_3 \ln(usdars)_t + \beta_4 ln\,(r)_{t-1} + a_t \quad (2)$$

Los resultados obtenidos se exponen a continuación: i) Incrementos en un 1% en el índice S&P Merval generan aumentos positivos de 0.94% en los valores de la cuotaparte del fondo de acciones. El signo del parámetro es el esperado, debido a que el índice Merval se compone, en mayor o menor medida, de las acciones a las que tuvo el fondo en su portafolio histórico; ii) Incrementos en un 1% en el tipo de cambio dólar/peso generan leves caídas en torno al 0,02% en los precios de cotización del FCI FIMA Acciones. Esto es también esperable debido a que incrementos en el tipo de cambio pueden provocar la salida de los inversores de posiciones en pesos para dolarizar en cierta medida sus carteras; iii) por último, el índice de bonos IAMC no es significativo para la explicación de las fluctuaciones del fondo de acciones, lo cual invita a pensar la inexistencia de un mercado financiero amplio y profundo donde empresas y el Estado Nacional puedan aunar esfuerzos para el fondeo público-privado.. El resto de las variables fueron significativas estadísticamente al 5%.

2.3.2 FIMA Renta Plus

En segundo lugar, se plantea el modelo ARMA (1,0,1) que también fue estimado por el método MV y se propone modelizar la serie de la siguiente forma:

$$ln\,(r)_t = \theta_0 + \theta_1 \ln(imerval)_t + \theta_2 \ln(ibiamc)_t + \theta_3 \ln(usdars)_t + \theta_4 ln\,(r)_{t-1} + \theta_5 a_{t-1} + a_t \quad (3)$$

Los resultados obtenidos se exponen a continuación: **i)** Incrementos en un 1% en el índice de bonos del IAMC generan aumentos positivos de 0.43% en los valores de la cuotaparte del fondo de bonos. El signo del parámetro es el esperado y significativo estadísticamente al 5%. Sin embargo, es esperable que el impacto no sea alto como ocurre en el fondo de acciones puesto que, al haber solo emisiones soberanas dentro del índice, los activos como las obligaciones negociables -de naturaleza privada- quedan fuera de la estimación; **ii)** un crecimiento en 1% del tipo de cambio genera caídas en apenas 0,08% en los precios de cotización del FCI FIMA Renta Plus. La explicación resulta similar a lo anterior pues en una economía como la Argentina donde la cotización de la moneda local con respecto al dólar es seguida por los inversores de toda clase, es común el abandono de posiciones más riesgosas para rotar su portafolio hacia un entorno más conservador y dolarizado. Nuevamente, la variable resulta significativa al 5%; **iii)** por último, el índice del S&P Merval tiene un efecto prácticamente nulo e insignificativo estadísticamente denotando cierta disociación entre los vehículos de financiación del Estado Nacional y de las empresas.

3. MODELOS HETEROSCEDÁSTICOS

Para la realización de este trabajo, se siguieron las recomendaciones explicitadas en Elescano Rojas (2004) que se vale de la metodología de Box-Jenkins para el modelado de series financieras. También se prestó especial atención a la metodología seguida por Tsay (2005) a la hora de modelar la volatilidad y sus pasos que incluyen: i) la especificación de un modelo ARIMA; ii) la utilización de los residuos de ese modelo para testear los efectos ARCH y especificar el orden de los modelos heteroscedásticos a través de sus correlogramas de residuos; iii) la especificación de diferentes modelos de volatilidad para el caso de que existan efectos ARCH; iv) el estudio de los diferentes criterios de información para constatar el ajuste de cada modelo.

3.1 Modelos ARCH y GARCH

El modelo GARCH, *generalized autorregresive conditional heteroskedasticity*, propuesto en Bollerslev (1986) es una evolución del ARCH, *autorregresive conditional heteroskedasticity*, propuesto por Robert Engle en 1982 con el objetivo de modelar la volatilidad de las series económicas. De acuerdo con Tsay (2005) y Engle (1982), las nociones básicas de un modelo ARCH es que el error del retorno de un activo (a_t) es dependiente, pero serialmente incorrelacionado. A su vez, la dependencia de ese error puede ser descripta por una función cuadrática simple del cuadrado de sus *lags* de la forma:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_m a_{t-m}^2 \text{ (4)}$$

donde ϵ_t se encuentra independiente e idénticamente distribuida y se asume que puede seguir una distribución t o normal estándar. Además, la varianza incondicional debe satisfacer $\alpha_0 > 0$ y $\alpha_1 \geq 0$ para garantizar que la varianza incondicional tome valores finitos y la estacionariedad de la serie. Por su parte, el modelo GARCH permite una modelización más parsimoniosa de la volatilidad; esto es, la inclusión de menor cantidad de rezagos. Los residuos del retorno de un activo siguen un proceso GARCH si

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \text{ (5)}$$

donde ϵ_t se encuentra independiente e idénticamente distribuida y también suele ser asumida con una distribución t o normal estándar. Debe satisfacerse $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ y $\beta_j \geq 0$. Es posible observar en el modelo la introducción de la volatilidad pasada como determinante de la volatilidad actual, lo cual llamamos término GARCH. El término ARCH, también está presente al incluir los residuos cuadrados en la ecuación. Ambos modelos presentan ciertas debilidades que son importantes para entender su funcionamiento y la derivación en otros modelos más específicos y complejos pues asumen que tanto los shocks positivos como negativos tienen el mismo peso sobre la volatilidad cuando es un hecho estilizado que noticias negativas tienen efectos más acentuados sobre los retornos que las noticias positivas. A su vez, según Tsay (2005), el modelo ARCH tiende a sobrepredecir la volatilidad debido a que la respuesta del modelo a shock grandes es relativamente lenta. Por último, el modelo ARCH a pesar de su simpleza, puede muchas veces requerir la utilización de un gran número de parámetros.

3.2 Modelo EGARCH

Por último, se incluirá en este trabajo el modelo EGARCH -*exponential generalized autoregressive conditional heteroskedastic*- propuesto en Nelson (1991), que permite corregir el problema de simetría de las noticias positivas y negativas al modelar el impacto superior de las malas noticias sobre las buenas, lo cual es un hecho estilizado en las series financieras. El modelo planteado en Nelson (1991) considera que las innovaciones se dan de la siguiente forma:

$$g(\epsilon_t) = \theta \epsilon_t + \gamma[|\epsilon_t| - E(|\epsilon_t|)] \text{ (6)}$$

donde θ y γ son constantes. $|\epsilon_t| - E(|\epsilon_t|)$ y ϵ_t se encuentran i.i.d con media cero por lo que es posible reescribirlo como sigue:

$$g(\epsilon_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\epsilon_t + \gamma E(|\epsilon_t|) & si\ \epsilon_t\ \geq 0 \\ (\theta - \gamma)\epsilon_t + \gamma E(|\epsilon_t|) & si\ \epsilon_t\ < 0 \end{cases}$$

La introducción de los términos $(\theta + \gamma)$ y $(\theta - \gamma)$ logran capturar la asimetría de las noticias. Entonces, un modelo EGARCH puede escribirse de la forma:

$$a_t = \sigma_t\epsilon_t, \quad \ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \frac{1+\beta_1 L+\cdots+\beta_{s-1}L^{s-1}}{1-\alpha_1 L-\cdots-\alpha_m L^m} g(\epsilon_{t-1}) \ (7)$$

donde L es el operador *de rezagos.* Se observa aquí una modelización más compleja no obstante más útil o mejor ajustada a las necesidades de modelado de series financieras, pues logra incorporar asimetrías de respuesta a las noticias con el uso de la función $g(\epsilon_t)$ diferenciándose de esta forma del modelo GARCH.

3.3 Chequeos de robustez

Para verificar la presencia de efectos heteroscedásticos se realiza el análisis del correlograma de los residuos cuadráticos observando los estadísticos de Ljung-Box. La hipótesis nula es que los primeros rezagos sean cero, por lo que estamos en presencia de homocedasticidad. Los estadísticos Q son los suficientemente grandes como para rechazar la hipótesis nula. Del análisis de correlogramas podemos afirmar que hay presencia de autocorrelación en el primer rezago. Asimismo, la función de autocorrelación nos arrojará el orden del modelo GARCH mientras que la función de autocorrelación parcial nos indicará el orden del modelo ARCH. Como corolario de lo expuesto, se verifica la pertinencia de trabajar con modelos ARCH (1), GARCH (1,1) y EGARCH (1,1) para ambos tipos de fondos.

3.4 Calibración de parámetros[14].

3.4.1 FIMA Acciones

Los resultados detallados en la tabla N°1 para los modelos GARCH y EGARCH van en línea con lo explicado para el caso de serie de retornos logarítmicos; pues el índice meval, como es esperable, sigue mostrando una fuerte incidencia positiva en la determinación de los retornos logarítmicos para el fondo de acciones. Por su parte, el tipo de cambio impacta de manera marginal, aunque negativamente sobre los rendimientos. Hay una fuerte incidencia de la varianza como del error pasado, según los parámetros estimados para la modelización de las volatilidades condicionales. La única excepción pareciera ser el modelo ARCH (1) que muestra una no significatividad del tipo de cambio incorporando los efectos cambiarios vía el índice del IAMC (que incluye activos dolarizados). Tampoco parece prudente la no incorporación de los efectos del tipo de cambio al análisis a pesar de que su efecto sobre el retorno del fondo sea marginal.

Tabla N°1. Calibración de parámetros FIMA Acciones

ARIMA (1,0,0)	ARCH (1)

[14] Las estimaciones de los modelos se corrieron con STATA 15.

	Coeficiente	Error Estándar	P-Value		Coeficiente	Error Estándar	P-Value
imerval	0,9491842	0,0012179	0,000	imerval	0,9466273	0,0012280	0,000
ibiamc	0,0004969	0,0025968	0,848	ibiamc	0,0081338	0,0023171	0,000
usdars	-0,0225181	0,0009970	0,000	usdars	-0,0001992	0,0014481	0,891
Cons	-0,0000869	0,0000363	0,017	Cons	-0,0000332	0,0000302	0,272
GARCH (1,1)				EGARCH (1,1)			
	Coeficiente	Error Estándar	P-Value		Coeficiente	Error Estándar	P-Value
imerval	0,9570741	0,0012615	0,000	imerval	0,9576900	0,0011516	0,000
ibiamc	0,0012049	0,0024425	0,622	ibiamc	-0,0019681	0,0021224	0,354
usdars	-0,0088235	0,0021867	0,000	usdars	-0,0060777	0,0018782	0,001
Cons	-0,0000849	0,0000272	0,002	Cons	-0,0001270	0,0000264	0,000

3.4.2 FIMA Renta Plus

Para el fondo de bonos soberanos y corporativos las parametrizaciones se mantienen en consonancia con el resultado del modelo ARIMA, incluso el modelo ARCH (1). Sin embargo, es destacable que el modelo EGARCH captura mejor el efecto negativo del tipo de cambio por sobre los rendimientos del fondo aunque reduce el impacto del índice de bonos. Como en el caso del fondo de acciones, cobra importancia la parametrización de las volatilidades condicionales de los modelos GARCH y EGARCH pues los efectos del error y la varianza en *t-1* impactan considerablemente sobre la volatilidad actual.

Tabla N°2. Calibración de parámetros FIMA Renta Plus

ARIMA (1,0,1)				ARCH (1)			
	Coeficiente	Error Estándar	P-Value		Coeficiente	Error Estándar	P-Value
imerval	0,0000794	0,0026760	0,976	imerval	-0,0737989	0,0023946	0,106
ibiamc	0,4355225	0,0028991	0,000	ibiamc	0,4222080	0,0020718	0,000
usdars	-0,0802246	0,0010821	0,000	usdars	-0,0737798	0,0010002	0,000
cons	0,0003846	0,0000786	0,000	Cons	0,0003316	0,0000612	0,000
GARCH (1,1)				EGARCH (1,1)			
	Coeficiente	Error Estándar	P-Value		Coeficiente	Error Estándar	P-Value
imerval	0,0022638	0,0016026	0,155	imerval	0,0011696	0,0014860	0,431
ibiamc	0,2707002	0,0029830	0,000	ibiamc	0,2595635	0,0029973	0,000
usdars	-0,0356703	0,0015926	0,000	usdars	-0,3782320	0,0015445	0,000
cons	0,0004832	0,0000319	0,000	Cons	0,0004908	0,0000305	0,000

Bondad de ajuste

Tabla N°3. Resultados en bondad de ajuste para los modelos FIMA acciones y FIMA Renta Plus

FIMA acciones	AIC	BIC
GARCH (1,1)	*-38813.29*	*-38769.2*

EGARCH (1,1)	-38726	-38675.62
ARCH (1)	-38036.74	-37998.95
ARIMA (0,0,0)	-37486.04	-37454.55

FIMA Renta Plus	**AIC**	**BIC**
GARCH (1,1)	**-35441.57**	**-35397.48**
EGARCH (1,1)	-35428.92	-35378.54
ARCH (1)	-32965.3	-32927.52
ARIMA (1,0,1)	-32321.04	-32289.55

Los resultados obtenidos por las estimaciones en términos de bondad de ajuste vía sus criterios de información. Se utilizan los criterios de Akaike y Schwarz -también conocido como criterio bayesiano-. Estas herramientas permiten cuantificar el nivel de ajuste de los modelos y tienen la ventaja de indicar el orden óptimo de cada uno.

Entonces, para ambas series de tiempo se obtuvo que el modelo GARCH (1,1) fue aquel que mayor bondad de ajuste presenta pues sus criterios de información fueron los menores. Cabe resaltar que el modelo de información asimétrica de Nelson (1991) no logra ser aquel que mejores resultados genera, a pesar de incorporar ciertas cualidades que lo diferencian del clásico modelo GARCH. Sin embargo, esto pareciera ser común según se plantea en Hansen & Lunde (2001). Para el fondo de acciones podemos observar un mejor comportamiento por parte de los modelos heteroscedásticos en comparación al modelo de la familia ARIMA. Este último presenta ciertas sobreestimaciones que pueden denotarse en gris claro, así como subestimaciones que son observables en negro.

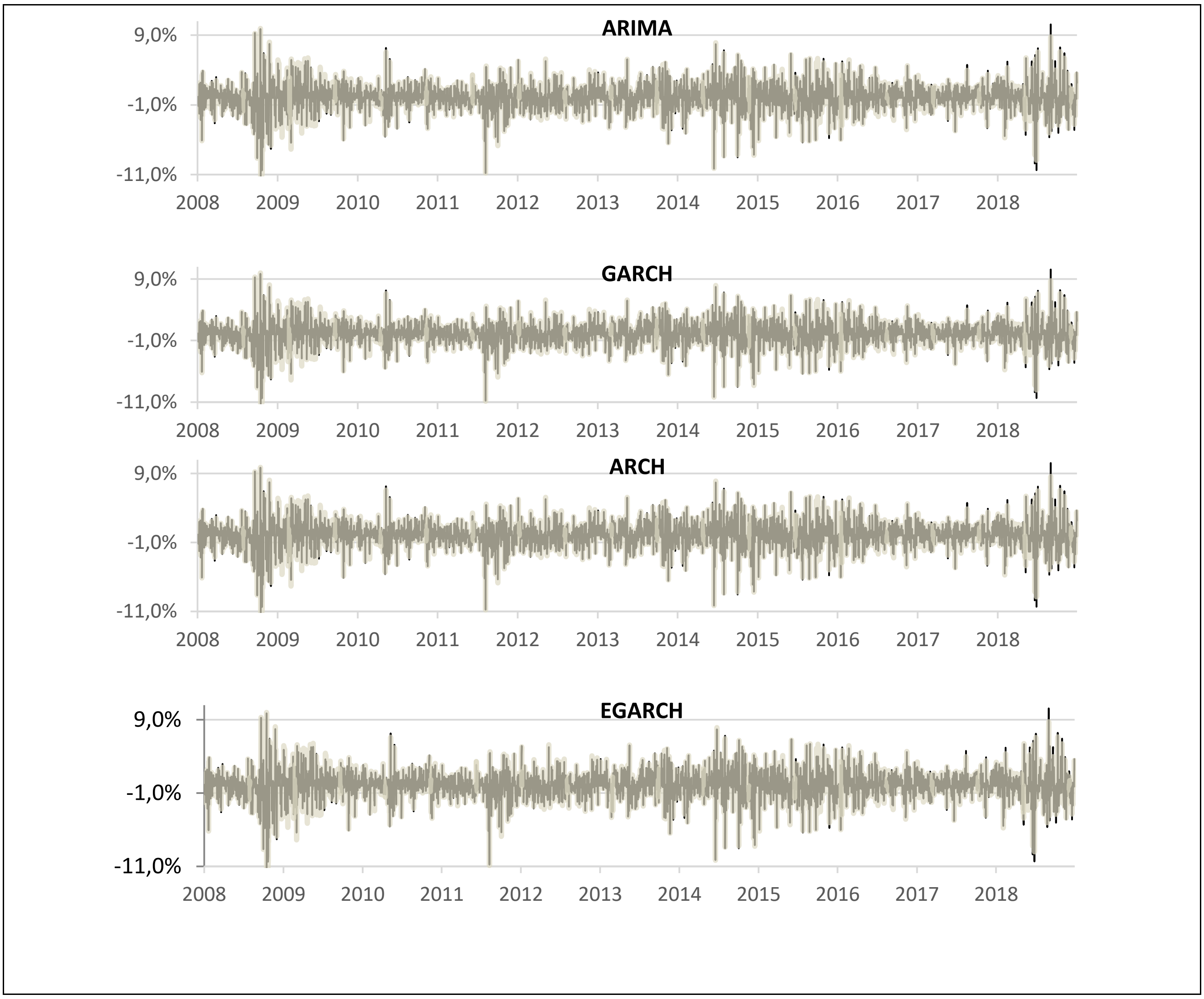


Gráfico N°1. Estimaciones retornos logarítmicos FIMA Acciones

Se observa de manera más marcada esta tendencia de sobreestimación y subestimación para el fondo de renta fija donde se observa un mayor desajuste. Gráficamente, el modelo GARCH logra mejores estimaciones de los retornos logarítmicos originales pese a también presentar ciertas sobreestimaciones y subestimaciones marginales.

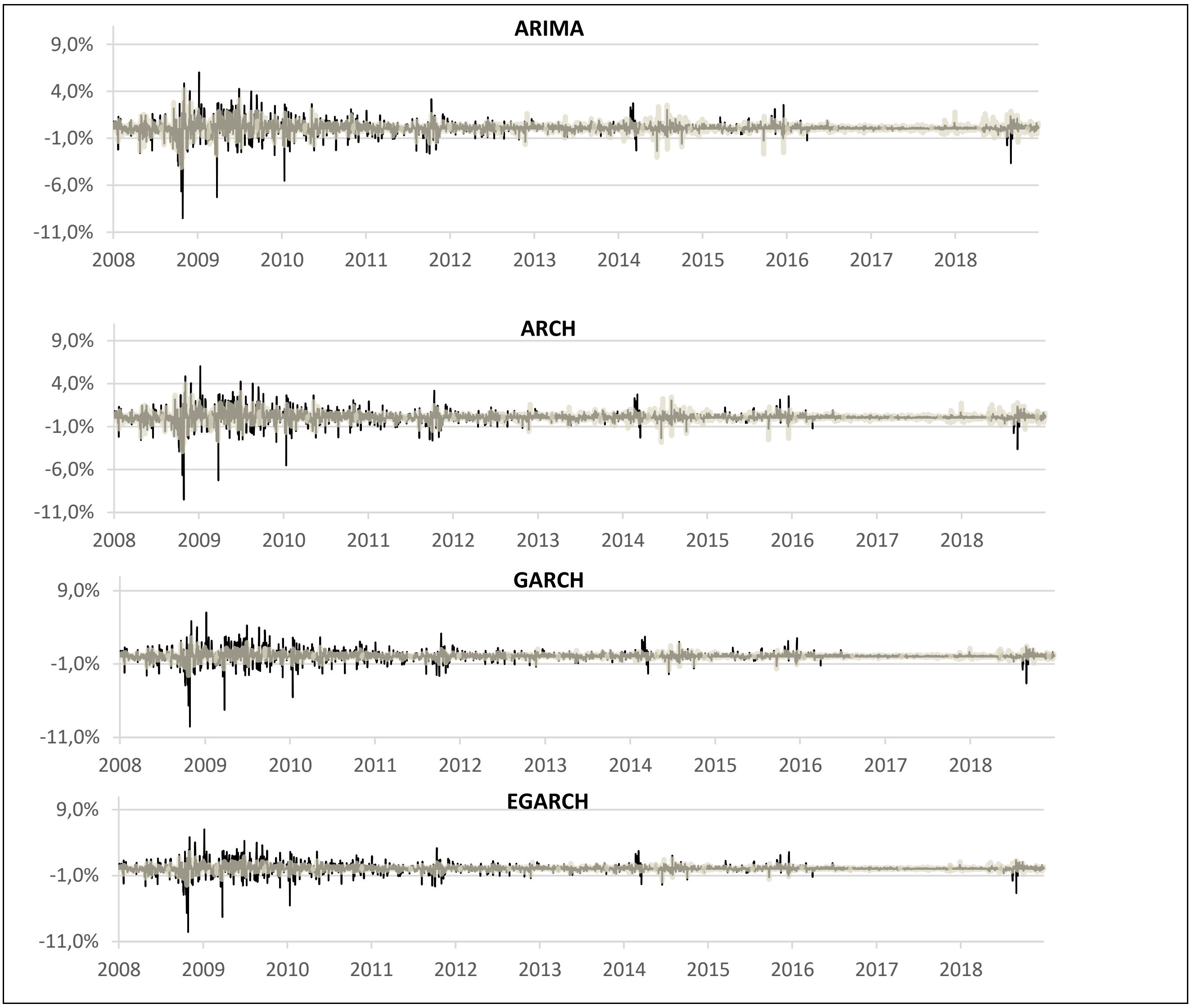


Gráfico N° 2. Estimaciones retornos logarítmicos FIMA Renta Plus

CONCLUSIONES

A lo largo del presente trabajo, se observó un mejor ajuste de la formalización heteroscedástica frente a la clásica modelización ARIMAX. En particular, todos los modelos recogieron el signo esperado en las variables de interés. Para el caso del fondo FIMA acciones, se releva una similitud en el efecto del índice merval, el cual parece tener una elasticidad unitaria en los retornos de éste. En tanto el índice de bonos del IAMC no tiene efecto predictivo alguno, mientras que el tipo de cambio tiene un efecto positivo pero irrelevante empíricamente. Aquí se evidencia que el mercado de fondos de acciones no resulta ser sustituto del mercado de bonos, cuyo actor principalmente es el Estado

Nacional, dando cuenta de la disociación entre las necesidades de financiamiento del sector público y empresario y el poco desarrollo del mercado de capitales argentino.

Para el caso del fondo FIMA Renta Plus, los modelos coinciden en resaltar que las variaciones del índice merval no captan en forma alguna la volatilidad de éste. El efecto ante variaciones del tipo de cambio es negativo en línea con lo expuesto por Elescano Rojas (2004), lo cual resulta acorde en virtud que la volatilidad cambiaria le imprime cierta incertidumbre a la salud de las cuentas públicas y la capacidad de repago de deudas, mayormente nominadas en dólares. Asimismo, existe un efecto positivo ante shocks en el índice de bonos IAMC, cuyo efecto sumado al del tipo de cambio resultan ser de la mitad de lo pronosticado por el modelo ARIMAX. Nuevamente aquí, verificamos que la inexistencia de relación causal entre los retornos del fondo de bonos y acciones, por la que la disociación entre el fondeo público y privado pareciese ser bidireccional.

Como corolario de lo expuesto, los criterios de información revelan que el modelo GARCH (1,1) presenta una mejor bondad de ajuste por lo que los retornos de los activos financieros aquí involucrados logran una mejor capacidad predictiva ante una forma funcional que no solo capte los retornos pasados de las variables sino la volatilidad implícita histórica, permitiendo dar cuenta de la asimetría típicas de las series financieras.

REFERENCIAS

Bollerslev, T. (1986): Generalized autorregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics 31, 307-327.

Box G.E.P., Jenkins G. M. & Reinsel G.C. (1994): *Time series análisis: Forecasting and Control*. 3era edición. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

CAFCI (2002): “Manual de Capacitación en Fondos Comunes de Inversión”.

Elescano Rojas, Adolfo (2004): *Modelos ARCH(m): Una Aplicación con algunas Acciones que cotizan en la Bolsa de Valores de Lima*. Biblioteca Central UNMSM.

Engle, R.F. (1982): Autoregresive Conditional Heteroskedasticity with estimates of the variance of U. K. inflation. Econometrica 50. Págs. 987 - 1008.

Folleto comercial FIMA Acciones y Renta Plus. Disponible en: http://www.fondosFIMA.com.ar/media.pdf

Hansen P. R. & Lunde A. (2001): *A comparison of volatility models: Does anything beats a GARCH (1,1)?* Centre of Analytical Finance. University of Aarhus. Working Parper Series No. 84.

Metodología Índice Bonos IAMC (IBIAMC) (2017). Disponible en: https://iamcmediamanager.prod.ingecloud.com/mediafiles/iamc/2017/10_12/0/10/111/683807.pdf

Nelson, Daniel B. (1991): *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Aproach*. Econometrica

Tsay R. (2005): *Analysis of Financial Time Series*. 2da. edición. Wiley-Interscience.

Urbisaia H. & Brufman J. (2000): *Análisis de series de tiempo*. 2da Edición. Ediciones Cooperativas.

Uriel E. & Peiro A. (2000): *Introducción al análisis de series temporales*. S.A. Alfa Centauro.

EDUCACION MATEMATICA

104 ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE SABERES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Sarasola Marta Eloemia, Benítez Velma Marina, Krausemann Ernesto, Núñez Norma Elizabeth, Pagnoni Liliana Ruth
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Misiones
sarasola@fce.unam.edu.ar, vbenitez@fce.unam.edu.ar, krausemann@fce.unam.edu.ar, nnunez@fce.unam.edu.ar, lrpagnoni@fce.unam.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática
Palabras claves: situaciones problemáticas; saberes previos; trabajo grupal; zona de desarrollo próximo; aprendizaje significativo.

RESUMEN

El trabajo de investigación surge de la actividad de extensión denominada “Talleres de resolución de problemas” que se ha desarrollado durante varios años por algunos docentes de la cátedra Álgebra. Dichos talleres eran de convocatoria abierta. En los mismos, pudimos percibir la resistencia por parte de algunos estudiantes, a formar grupos de trabajo ya que esperaban que se les dicte una clase tradicional y que en cada encuentro se trataran temas a ser evaluados en los parciales. Por esta razón el equipo docente decidió enmarcar el trabajo de investigación bajo la teoría socio-cultural de Vygotsky con el objetivo de que los participantes de los talleres comprendan la matemática provista de sentido utilizando la resolución de problemas como recurso de aprendizaje y enseñanza posibilitándoles que redescubran los conocimientos matemáticos previos y los utilicen como herramientas para enfrentar las distintas situaciones problemáticas a lo largo de su carrera profesional. La existencia de puntos de vista moderadamente divergentes entre los integrantes de un grupo de alumnos enfrentados a la realización de una tarea común puede resultar relevante como ayuda para la creación de la zona de desarrollo próximo, según Vygotsky (1979). De acuerdo a la psicología cognitiva, aprender implica un proceso activo de integración y organización de la información que ya posee y la nueva que ingresa para conseguir una comprensión profunda del contenido a aprender**.** Esta modalidad de aula-taller ha sido aceptada por los alumnos como un espacio de relación alumno-conocimiento-docente, donde se promueve la reflexión y el análisis de cada situación abordada.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se desarrolla simultáneamente con las actividades de extensión ya que los integrantes de ambas son los mismos docentes y de esa manera pueden observar y evaluar el desarrollo de las actividades, siendo los objetivos: generar un replanteo de las estrategias metodológicas a fin de lograr un aprendizaje significativo y el mejoramiento académico de los alumnos como así también evaluar el nivel del desarrollo potencial de los estudiantes para conseguir la solución colaborativa de las situaciones problemáticas.

FUNDAMENTACIÓN

El proceso de solución de un problema genera un sinnúmero de actividades susceptibles de evaluación, la interpretación de enunciados y el trabajo de cada individuo, la discusión y el análisis de cada grupo de trabajo, la puesta en valor de los resultados obtenidos y la transferencia de los conocimientos adquiridos.

En los talleres de resolución de problemas se propone lograr que el estudiante aprenda a interpretar consignas, rescate los conocimientos y saberes previos y sienta la necesidad de obtener nuevos saberes. Se motiva a los alumnos a resolver las situaciones problemáticas presentadas que les permitan adquirir confianza, entusiasmándolos a participar de manera espontánea y dinámica, donde sean protagonistas de su propio aprendizaje y enfoquen su interés por lo que deseen aprender.

DESARROLLO

Los talleres se desarrollan durante el segundo cuatrimestre, cada quince días y tienen una duración de cuatro horas, siendo la asistencia no obligatoria. Los talleres desarrollados son: Taller 1: “Empecemos a pensar”- Taller 2: “Por los caminos de la lógica”-Taller 3: “Te buscamos problemas”-Taller 4: “¿Funcionan las funciones?”-Taller 5: “Sistematicemos los sistemas”- Taller 6: “Introduzcámonos en la Programación lineal”.

Nuestra propuesta se sustenta en el enfoque socio-constructivista de Lev Vygotsky, que considera que el aprendizaje es un proceso de construcción social del conocimiento planteando además, una interacción entre información nueva con conocimientos previos del alumno, donde el docente orienta y guía para ayudarlo en su aprendizaje, la cual se refleja en la noción de la *zona de desarrollo próximo,* que es la distancia entre el nivel que puede alcanzar el estudiante con la ayuda de su par más competente o experto en la tarea que se está desarrollando (Vygotsky, 1979).

La metodología utilizada es el trabajo en grupo, donde se discuten las posibles soluciones al problema planteado, se fundamenta y se socializa las estrategias utilizadas entre todos los demás grupos. Los talleres de resolución de problemas tienen una muy buena aceptación por parte del grupo de alumnos, cada actividad provoca en ellos un conflicto cognoscitivo, promoviéndose así una actividad mental en el estudiante que establece relaciones, que vinculan los nuevos conocimientos y los previos. De esta manera se fomenta una actitud favorable y motivadora con relación al aprendizaje, estimulando la autoestima y que el alumno participante adquiera destrezas relacionadas con el aprender a aprender, lo que le permite ser cada vez más autónomo en sus aprendizajes. Teniendo en cuenta el material utilizado para el desarrollo de los talleres, se procede a realizar la revisión y análisis crítico de cada situación problemática presentada en el aula-taller, como así también de la bibliografía consultada con el fin de reformular cada instrumento a ser utilizado en los distintos encuentros.

En resumen, los criterios metodológicos que orientan la acción son los siguientes:

- Diseño de actividades para orientar la resolución de las dificultades ante una situación problemática desde una perspectiva compartida y cooperativa.
- Estimulación de la participación y la construcción compartida de componentes teórico-prácticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje a partir de la conformación de pequeños grupos.
- Implementación de acciones para generar la autorreflexión y el diálogo entre los grupos.

Al final de cada encuentro se propone al estudiante una evaluación individual opcional del desarrollo, vía online, como así también se le solicita estime cuáles han sido los aportes del mismo como nueva forma de aprendizaje. No todos los participantes las responden, lo que origina que se deba trabajar con porcentajes para poder efectuar comparaciones de un año a otro.

A continuacion detallamos un ejemplo de las dificultades en la interpretación de consignas e incógnitas:

Problema N°1 del 3er Taller 2017: “La administración de una panadería reparte entre sus 3 panaderos 11.000 pesos de acuerdo a su productividad. Si Juan produce el doble de lo que produce Carlos, y Nicolás un 40% más que Carlos, ¿cuánto recibe cada uno?”

Se inicia el taller aconsejando a los alumnos que discutan las posibles propuestas en el planteo, identificando previamente los datos que les serán útiles para luego llegar a la solución, se forman los grupos y comienzan a trabajar con ese problema; una vez que consideren que han llegado a la solución, se socializa en el pizarrón.

Grupo1: Las observaciones que se les hizo a este grupo fueron:

a) Identificaron a las incógnitas con los respectivos nombres de los panaderos cuando deberían haber escrito que era la bonificación recibida por cada uno de ellos.

b) Los resultados hallados no fueron expresados en la unidad correspondiente ($).

c) Nicolás recibe un 40% más que Carlos, lo cual no se ve reflejado en el planteo realizado. Este error debe corregirse escribiendo que la bonificación recibida por Nicolás es 1,4.x de lo que recibe Carlos.

d) No realizaron la verificación.

Conclusión: el problema debe replantearse expresando correctamente las incógnitas.

Grupo 2:

a) Supusieron que el reparto del dinero era en partes iguales, lo cual no responde a la consigna del problema.

b) Sobre el valor hallado de dicha división efectúan los cálculos para hallar cuánto percibirá cada persona.

c) Calcula el 40% del total a repartir y no de lo que percibe Carlos.

d) En la verificación, no toma en cuenta lo percibido por Juan.

Conclusión: el problema debe replantearse identificando las incógnitas y expresando la ecuación correspondiente a la consigna.

Grupo 3: Dicen haber resuelto por "tanteo" y lo plantean en la pizarra: $2500 + (11000.\ 1{,}4) + 5000 = 11000$

Buscaron lo que ganaría cada empleado calculando porcentajes hasta llegar a los $11000 a repartirse y tomaron como referencia que los tres recibirían la misma cantidad, es decir: 11000: 3

Entonces, la coordinadora pide que se lea el enunciado del problema a la vez que marca lo que escribieron entre paréntesis con el fin de hacerles ver que no responde a la información proporcionada. Los alumnos reconocieron el error y lo replantearon. Observación: no calcularon lo que recibió cada panadero.

La profesora vuelve a recalcar que los datos son importantes, que hay que responder a lo que se pregunta y que de los errores se aprende.

Si bien la investigación se inicia en el año 2017, para realizar el análisis se utilizan las respuestas de los años 2016 y 2017. Como ha sido disímil el número de participantes y no todos han respondido las encuestas, motiva que se deba trabajar con porcentajes de las respuestas afirmativas para el análisis.

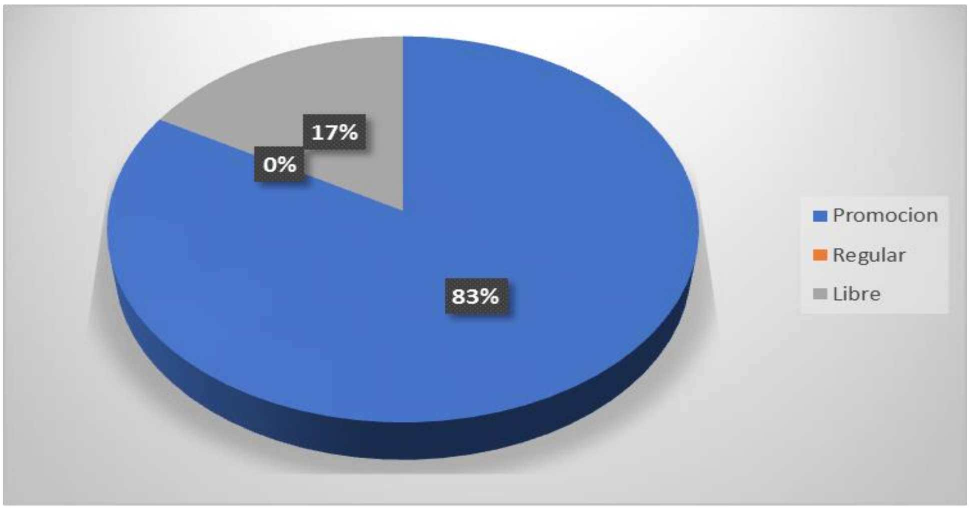


Gráfico 1. (Año 2017)

Fuente: datos propios

A modo de compración, se presenta un problema similar para analizar las distintas formas de resolución presentadas por los alumnos participantes del tercer taller en el año 2018:

1.- A los gerentes de tres sucursales distintas de una empresa se le paga su sueldo de acuerdo al nivel de ventas de cada una de ella. La sucursal de Posadas vende en un mes el doble de lo que vende la de Oberá, y la de Eldorado vende un 40% más que la de Oberá. ¿Cuál será el sueldo que percibirá cada uno de los gerentes, si la venta total del mes en las tres sucursales es de $ 110.000?

Se da inicio al taller con la entrega de los problemas impresos para el trabajo en grupos de no más de 4 alumnos. El profesor Krausemann les dice que lean el problema N° 1 y lo planteen, para luego socializar en el pizarrón.

Pasados 20 minutos, tanto el profesor Krausemann como la profesora Farina preguntan si algún grupo resolvió el problema a lo que todos respondieron que no. Por esta razón, la profesora Benítez lee el problema para que, conjuntamente con los alumnos, el mismo sea interpretado e ir identificando los datos, cuál es el más relevante, y la incógnita.

Diez minutos después, la alumna Yanina (grupo N° 1) escribe en la pizarra el planteo efectuado por ella y sus pares:

x: Oberá

2x: Posadas

(x + 0,40.x): Eldorado

$$x + 2x + (x + 0{,}4x) = 110000$$
$$4{,}40.x = 110000$$
$$x = 25000$$

Así, x = 25000

2x = 50000

(x + 0,40.x) = 25000 + 10000 = 35000

<u>Respuesta</u>: Sueldos: Oberá = $25000; Posadas = $50000 y Eldorado = $35000.-

Daniel (grupo N° 2) anota lo que realizaron en el pizarrón:

$$2x + x + \frac{7}{5}.x = 110000$$
$$\frac{22}{5}\,x = 110000$$
$$\frac{5}{22}\,.\,\frac{22}{5}.x = 110000\,.\,\frac{5}{22} \text{ (inverso multiplicativo, monotonía del producto)}$$
$$x = 25000$$

El profesor Krausemann le dice al alumno que le falta responder la pregunta. Entonces éste escribe que:

x: Oberá = 25000

2x: Posadas = 50000

$\frac{7}{5}x$ = 35000.

y el profesor le pregunta el significado de $\frac{7}{5}$ y cómo llegó a esta fracción, a lo que el alumno le responde que consideró que 0,40 de Oberá es más el 40% y pasando a decimales queda 1,40 que es equivalente a la fracción escrita ut supra.

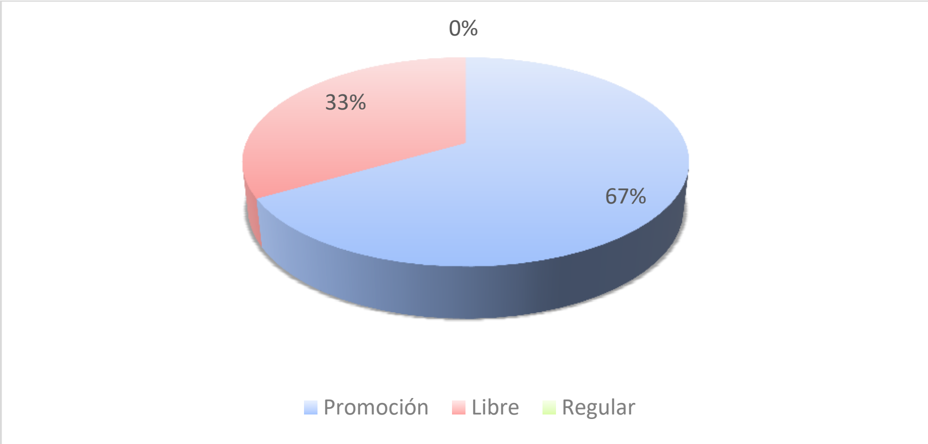


Gráfico 2. (Año 2018)

Fuente: Datos propios

Es importante aclarar que los gráficos 1 y 2 corresponden a la situación alcanzada por los alumnos que participaron de los seis talleres al finalizar el cuatrimestre.

RESULTADOS

De acuerdo a los resultados esperados presentados en el presente proyecto, se pudo observar que con la implementación de la teoría de Vygotsky en la resolución de situaciones problemáticas, se ha logrado que los alumnos participantes de los talleres pudieran articular entes abstractos con elementos concretos y manifestaron, a través de las encuestas vía online, que la metodología utilizada en los talleres les resultó adecuada y muy útil para aplicar en otras materias de su carrera a favor de su formación profesional.

CONCLUSIÓN

Con el desarrollo de estos talleres se logró motivar a los estudiantes a resolver las situaciones problemáticas que se le presenten a futuro en el desarrollo de su formación profesional. La resolución de los problemas convenientemente elaborados permitió a los estudiantes el desarrollo de contenidos tanto conceptuales, procedimentales como así también actitudinales para lograr que su aprendizaje sea significativo.

BIBLIOGRAFÍA

ANDER – EGG, Ezequiel (1997). **El Trabajo en Equipo.** Argentina. Editorial Lumen / Humanitas.

DÍAZ BARRIGA, Frida (1998). **Estrategias Docentes para un aprendizaje Significativo.** México. Editorial Mc Graw-Hill.

VIGOTSKY, Liev Seminovich (2001). **Psicología Pedagógica**. Argentina. Editorial Aique.

CASTILLO, Jonathan (2004). **El Aprendizaje Cooperativo en la Enseñanza de Matemática.** Panamá. [En red]. Julio 2006. Disponible en: http://www.monografías.com/trabajos4/aprend_mat/aprend_mat.shtml . Marzo de 2017

111 UN RECORRIDO DE MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS A TRAVÉS DEL MODELO DE MERCADO

Ballestero, Gonzalo – Herrera, Pablo Matías
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
gonzaloballestero@economicas.uba.ar – pabloherrera@economicas.uba.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Economía Matemática, Modelo de Mercado.

Resumen

El manejo del instrumental matemático es un requisito central para la formación del economista, pues permite el análisis basado en esquemas de pensamiento lógico y la comprensión de realidades económicas. A partir de esta necesidad, el objetivo de la asignatura Matemática para Economistas es que el alumno desarrolle la capacidad de abstracción para formular problemas económicos en un lenguaje formal y abordarlos deductivamente desde el rigor y la conceptualización específica de las matemáticas. Dentro de la asignatura se distinguen cuatro unidades temáticas comunes a todos los programas de la materia correspondientes a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires: “Elementos de Topología y Equilibrio”, “Optimización estática”, “Sistemas de Ecuaciones Diferenciales y en Diferencias” y “Optimización Dinámica”.
Dado este esquema, el objetivo de este trabajo es realizar un recorrido de Matemática para Economistas presentando el modelo de mercado como hilo conductor para articular los diferentes conceptos asociados a cada unidad temática. Para abordar esta cuestión, el trabajo está organizado de la siguiente manera. En la primera sección se explica el recorrido. En la segunda sección se utiliza la teoría de la optimización clásica para construir el modelo de mercado. En la tercera sección, se demuestra la existencia del equilibrio de mercado y luego se realiza un análisis estático comparativo del mismo. En la cuarta sección se considera la dimensión temporal y se analiza estabilidad dinámica. En la quinta sección se formula el problema de optimización intertemporal. Finalmente se presentan las conclusiones y oportunidades de investigación futura.

1 Introducción

La economía matemática es un método utilizado en el análisis económico que consiste en el empleo de símbolos matemáticos para enunciar problemas y se basa en teoremas matemáticos para auxiliarse en el razonamiento (Chiang & Wainwright, 2006). De este modo, el manejo del instrumental matemático es un requisito central para la formación del economista, pues permite el análisis basado en esquemas de pensamiento lógico y la comprensión de realidades económicas. A partir de esta necesidad, el objetivo de la asignatura Matemática para Economistas es que el alumno desarrolle la capacidad de abstracción para formular problemas económicos en un lenguaje formal y abordarlos deductivamente desde el rigor y la conceptualización específica de las matemáticas. Debido a que en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires la materia se ubica en el Ciclo Profesional de las carreras de Licenciatura en Economía y Actuario, también se espera que el alumno integre los conocimientos adquiridos en las otras asignaturas del ciclo matemático (Álgebra, Análisis Matemático I y II) y los articule con nuevos conceptos de topología, de optimización y de análisis dinámico tanto en tiempo continuo como discreto. Dentro de la asignatura se distinguen cuatro unidades temáticas comunes a los programas de las tres cátedras que actualmente dictan Matemática para Economistas en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires: “Elementos de Topología y Equilibrio”, “Optimización estática”, “Sistemas de Ecuaciones Diferenciales y en Diferencias” y “Optimización Dinámica”.

Dado este esquema, el objetivo de este trabajo es realizar un recorrido de Matemática para Economistas presentando el modelo de mercado como hilo conductor para articular los diferentes conceptos matemáticos asociados a cada unidad temática. De este modo, el modelo de mercado se presenta como un ejercicio para que el alumno sea capaz de integrar y establecer conexiones entre las diferentes herramientas matemáticas de manera tal que se consolide en un aprendizaje significativo. A diferencia del recorrido tradicional que consiste en introducir los conceptos matemáticos y después aplicarlos a la resolución de uno o varios modelos económicos, en este trabajo se presenta un recorrido alternativo que se basa en abordar un mismo modelo mediante diferentes herramientas matemáticas.

Para abordar esta cuestión, el trabajo está organizado de la siguiente manera. En la segunda sección se utiliza la teoría de la optimización clásica para construir el modelo de mercado. En la tercera sección se presenta el modelo. En la primera parte de esta sección se demuestra la existencia del equilibrio de mercado utilizando nociones básicas de topología. Seguido a esto, en la segunda parte de esta segunda esta sección, se realiza un análisis estático comparativo. En la cuarta sección se considera la dimensión temporal y se analiza estabilidad dinámica mediante la teoría de las ecuaciones diferenciales y en diferencias. En la quinta sección formula el problema de optimización intertemporal. En la primera parte de esta sección se utiliza la teoría del control óptimo para resolver el problema y en la segunda parte se obtiene solución empleando herramientas de programación dinámica discreta. Finalmente se presentan las conclusiones y oportunidades de investigación futura.

2 Optimización estática

La economía se define como la ciencia social que estudia el comportamiento humano como una relación entre fines y medios escasos que tienen usos alternativos. Debido a esta escasez, los individuos se enfrentan al problema de elegir la mejor opción dentro de un conjunto de alternativas posibles de acuerdo a un criterio de optimalidad. En el caso del consumidor, por ejemplo, el problema consiste en elegir una canasta de bienes que maximice su utilidad dada su restricción presupuestaria determinada por su ingreso y un vector de precios. Análogamente, el problema del productor consiste en elegir una combinación de insumos y productos que maximice su beneficio sujeto al estado de la tecnología y los precios de cada insumo y cada uno de los productos que oferte en el mercado.

En este sentido, el problema económico puede ser considerado como un problema de optimización estática sujeto a restricciones de igualdad (Intriligator, 2002). Este se define como un problema de decisión que consiste en encontrar la mejor solución dentro de un conjunto de alternativas posibles. Así pues, por optimizar se entiende maximizar o minimizar un objetivo determinado considerando las limitaciones establecidas por una o más restricciones. De este modo, el problema del consumidor y del productor pueden ser formalizados mediante la siguiente estructura matemática

$$\max f(x) \quad s.a \quad g(x) = b \tag{1}$$

donde f es la función objetivo y el conjunto $S = \{x \in \mathbb{R}^n : g(x) = b\}$ denota el conjunto soluciones factibles, el cual es cerrado y acotado. Generalmente, en economía se suele asumir que la función objetivo es dos veces continuamente diferenciable y estrictamente cóncava. Por lo tanto, la solución del problema (1) verifica existencia y unicidad. Por el teorema de los multiplicadores de Lagrange, la solución puede ser caracterizada de la siguiente manera

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1, \ldots, n \tag{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = b - g(x) = 0 \tag{3}$$

Dada la estricta concavidad de la función objetivo, las expresiones (2) y (3) son condiciones necesarias y suficientes de optimalidad.

En el caso del consumidor, la solución de este problema es la función de demanda $x_i(p,b)$, que indica la canasta de consumo del i-éstimo consumidor para cada combinación de precios e ingreso disponible. De la misma manera, para el caso del productor la solución es la función de oferta $y_i(p)$, que especifica qué cantidad produce el i-ésimo productor para cada vector precios. Tanto la función de demanda como la función de oferta se asumen continuas y homogéneas de grado cero. La intuición económica detrás de esta propiedad es que los agentes no padecen ilusión monetaria, de modo que lo único que consideran para tomar la decisión de consumo es la relación de precios relativos.

3 Elementos de topología y equilibrio

3.1 El modelo de mercado y la existencia del equilibrio

La economía, además de estudiar el comportamiento individual de los agentes económicos, también analiza la interacción entre los mismos que tiene lugar durante proceso de intercambio de n bienes. Para estudiar esta situación, a partir de la sumatoria de los comportamientos individuales, se construye un modelo de mercado conformado por la función de demanda agregada Q_i^d y la función de oferta agregada Q_i^s para cada bien i

$$Q_i^d(p,b) = \sum_{j=1} x_j(p,b) \quad \text{y} \quad Q_i^s(p) = \sum_{j=1} y_j(p) \qquad i = 1, \dots, n \tag{4}$$

donde $p = (p_1, \dots, p_n)$ denota el vector de precios de los n bienes y b indica el ingreso de los consumidores. La diferencia entre ambas funciones da como resultado una función Z_i denominada función de exceso de demanda agregada

$$Z_i(p) = Q_i^d(p,b) - Q_i^s(p) \qquad i = 1, \dots, n \tag{5}$$

La expresión $Z_i(p)$ indica que para el nivel de precios p existe un exceso de demanda negativo o positivo del bien i, según sea el caso. Nótese que b no está dentro del argumento de la función Z debido a que se lo considera constante.

Por propiedades de la sumatoria de funciones, la función de exceso de demanda agregada es continua y homogénea de grado cero. Además, es posible demostrar que las Z_i satisfacen una propiedad conocida como *Ley de Walras,* la cual se establece que para todo vector de precios se verifica que $pZ(p) = 0$. Así pues, el modelo de mercado queda reducido a la expresión (5).

La solución del modelo es un estado de equilibrio, es decir, un conjunto de variables interrelacionadas entre sí que conforman una situación caracterizada por la falta de una tendencia inherente al movimiento. Específicamente, el estado de equilibrio del modelo de mercado es un par de precios y cantidades tal que cada consumidor maximiza su utilidad dada su restricción presupuestaria, cada productor maximiza su beneficio sujeto a su restricción tecnológica y el exceso de demanda de cada bien intercambiado sea igual a cero. De este modo, como todos los agentes llevan a cabo su plan de acción óptimo, no existen incentivos a modificar su comportamiento. Por lo tanto, se dice que un estado de equilibrio es una situación de reposo. Matemáticamente, la cuestión de la existencia del equilibrio se refiere a la existencia de un vector p^* tal que $Z_i(p^*) = 0$ para todo $i = 1, \dots, n$. Utilizando el teorema del punto fijo de Brouwer se demuestra que si la función exceso de demanda agregada es continua, homogénea de grado y satisface la Ley de Walras, entonces existe al menos un vector de precios de equilibrio. Esta demostración ilustra el hecho de que la aplicación de técnicas matemáticas abstractas resulta indispensable para resolver problemas centrales de la teoría económica (Sydsæter et. al., 2005).

3.2 Análisis estático comparativo del equilibrio

Como se mencionó en la sección anterior, un estado de equilibrio es un estado de reposo que se basa en el balance de las fuerzas internas del modelo mientras los factores externos se mantienen inalterados. En caso de existir alguna perturbación por parte de los factores externos, habrá un nuevo equilibrio definido en base a los nuevos valores de los parámetros y variables exógenas del modelo.

Frecuentemente, en economía se está interesado en analizar cómo varían los valores de equilibrio de las variables endógenas ante un cambio en los parámetros o variables exógenas. Por este motivo, se utiliza el método de la estática comparativa. Conceptualmente, éste consiste en comparar el estado de equilibrio inicial (precambio) con el estado de equilibrio final (poscambio) y determinar la variación de los valores de equilibrio de las variables endógenas. Matemáticamente esto es equivalente a determinar la tasa de cambio del valor de equilibrio de una variable endógena respecto al cambio en un parámetro particular o variable exógena.

En el modelo de mercado planteado anteriormente, resulta plausible estudiar cómo cambian los valores de los precios de equilibrio p_i^* ante un aumento del ingreso de los consumidores b. Para responder a esta cuestión, considere las funciones de demanda y oferta agregada obtenidas en la sección anterior

$$\begin{aligned} Q_i^d &= Q_i^d(p_1, \dots, p_n, b) \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad i = 1, 2, \dots, n \\ Q_i^s &= Q_i^s(p_1, \dots, p_n) \end{aligned} \tag{6}$$

donde $(p_1, \dots, p_n)$ es el vector de variables endógenas y b es considerada una variable exógena. En vista de los subíndices, estas dos expresiones denotan las $2n$ funciones que describen el comportamiento de la demanda y la oferta de cada bien. El modelo queda completamente especificado con las n condiciones de equilibrio

$$Q_i^d - Q_i^s = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{7}$$

Al sustituir (6) en (7) el modelo se reduce a un conjunto de n ecuaciones simultáneas

$$Q_i^d(p_1, \dots, p_n, b) - Q_i^s(p_1, \dots, p_n) = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{8}$$

De este modo, se obtiene un sistema de n funciones

$$Z_i(p_1, \dots, p_n, b) = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{9}$$

Como se mencionó en la sección anterior, existe un punto (p^*, b) que satisface (9) y todas las funciones $Z_1, \dots, Z_n$ son continuamente diferenciables. De este modo, es posible diferenciar completamente el sistema con respecto a sus variables endógenas y exógenas. A partir de esto, se construye un sistema de ecuaciones donde las incógnitas son las tasas de cambio del valor de equilibrio de los precios de mercado con respecto al cambio en el ingreso. Asumiendo que el siguiente determinante jacobiano es distinto de cero

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial Z_1}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial Z_1}{\partial p_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial Z_n}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial Z_n}{\partial p_n} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad (10)$$

Por el teorema de la función implícita y aplicando la regla de Cramer se obtiene la expresión analítica de la tasa de cambio del valor de equilibrio del precio del bien i respecto al cambio en b

$$\frac{dp_i^*}{db} = \frac{|J_i|}{|J|} \qquad i = 1, 2, \dots, n \qquad (11)$$

En ausencia de información adicional acerca del signo de los $\frac{\partial Z_i}{\partial p_j}$ y $\frac{\partial Z_i}{\partial b}$ no es posible conocer los signos de estas derivadas estático-comparativas. Esto significa que a medida que aumenta el ingreso de los consumidores los precios de equilibrio p_i^* puede aumentar o disminuir. Esto depende si el bien i es un bien inferior o un bien normal.

Si bien el análisis estático comparativo resulta útil porque permite efectuar predicciones acerca del comportamiento de los agentes económicos ante variaciones en los factores externos, en algunos aspectos resulta restrictivo debido a que no considera el proceso de ajuste en virtud del cual se pasa de un equilibrio a otro, así como tampoco la posibilidad de que el nuevo equilibrio sea inestable. El estudio del proceso de ajuste per se pertenece al campo de la dinámica económica, el cual se presentará en la sección que sigue a continuación.

4 Sistemas de ecuaciones diferenciales y en diferencias

Para analizar el proceso de ajuste de un estado de equilibrio inicial a un estado de equilibrio final y si éste es estable o no se utiliza el análisis dinámico. El objetivo del mismo es estudiar las trayectorias específicas en el tiempo de las variables endógenas del modelo así como determinar si, dado un tiempo suficiente, estas variables tenderán a converger al estado de equilibrio. En un análisis dinámico, la variable temporal puede considerarse como una variable continua o una variable discreta. Según sea el caso, el proceso de ajuste se modelizará como una ecuación diferencial o una ecuación en diferencias, respectivamente.

Por simplicidad considere el mercado de un bien en particular de modo que $n = 1$ y suponga que las funciones de demanda y oferta agregada son lineales

$$\begin{aligned} Q^d &= \alpha - \beta p \\ Q^s &= -\gamma + \delta p \end{aligned} \qquad \text{con} \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta > 0 \qquad (12)$$

El precio de equilibrio se encuentra igualando oferta y demanda y resulta ser $p^* = \frac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta}$. Hasta aquí, el modelo descrito por las dos ecuaciones es estático, pero si se introduce el supuesto adicional de que el precio p es una función del tiempo t, el modelo cambia su carácter y se convierte en un modelo dinámico. Dado que la economía no es un sistema cerrado, sino que constantemente está sujeta a shocks exógenos, resulta plausible analizar si ante una perturbación en el estado de equilibrio es posible que la economía retorne nuevamente al punto p^* en un período de tiempo lo suficientemente extenso. Para abordar esta cuestión, se postula un mecanismo de ajuste de mercado según el cual si el exceso de demanda del bien i es positivo, entonces el precio de éste bien aumenta. Caso contrario, si el exceso de demanda del bien i es negativo, el precio disminuye. De este modo, la tasa de cambio del precio respecto al tiempo es directamente proporcional al exceso de demanda. Esta hipótesis puede expresarse como una ecuación diferencial o una ecuación en diferencias de la siguiente manera

$$\dot{p_t} = \theta\left(Q_t^d - Q_t^s\right) \quad \text{o} \quad p_{t+1} = \theta(Q_t^d - Q_t^s) \tag{13}$$

donde $\theta > 0$ representa un coeficiente de ajuste. La expresión (13) especifica cómo cambia el valor $p(t)$ en el tiempo. En virtud de las funciones de oferta y demanda de (12), es posible expresar (13) específicamente en la forma

$$\dot{p} + \theta(\beta + \delta)p_t = \theta(\alpha + \gamma) \quad \text{o} \quad p_{t+1} + \theta(\beta + \delta)p_t = \theta(\alpha + \gamma) \tag{14}$$

Luego de operar matemáticamente se obtiene que la solución es la trayectoria temporal del precio

$$p(t) = (p_0 - p^*)e^{-\theta(\beta+\delta)t} + p^* \quad \text{o} \quad p(t) = (p_0 - p^*)[-\theta(\beta + \delta)]^t + p^* \tag{15}$$

El problema de la estabilidad equivale a preguntarse si el primer término de cada ecuación en la expresión (15) tiende a cero a medida que t tiende a infinito. En el caso de la ecuación diferencial, esto se verifica si la raíz es negativa. En vista de que $\theta(\beta + \delta) > 0$, entonces se satisface la condición de estabilidad. A su vez, para el caso de la ecuación en diferencias la condición de estabilidad exige que el módulo de la raíz sea menor a uno. Por este motivo, para que el sistema sea dinámicamente estable debe satisfacerse que $\theta(\beta + \delta) < 1$. Si se verifica esta relación, entonces la trayectoria temporal del precio $p(t)$ converge al estado de equilibrio p^*. En consecuencia, se dice que el sistema es dinámicamente estable.

5 Optimización intertemporal

Como se mostró en la primera sección, el comportamiento del consumidor puede modelarse mediante técnicas de optimización estática. De este modo, se obtiene la función de demanda para un período de tiempo particular. Sin embargo, este enfoque presenta algunas limitaciones. En general, cuando un agente toma una decisión, considera las consecuencias de sus decisiones presentes sobre su bienestar futuro. La decisión óptima en un contexto dinámico no se obtiene mediante una secuencia de las decisiones estáticas óptimas para cada uno de los períodos que constituyen dicho contexto dinámico (Cerdá Tena, 2001). La utilización de técnicas de optimización intertemporal permite obtener la solución óptima. En particular, en esta sección se utilizarán dos técnicas, a saber, control óptimo y programación dinámica discreta, según la variable temporal sea continua o discreta, respectivamente.

5.1 Control óptimo

Considere un individuo que vive T períodos y posee un *stock* de ahorros inicial igual a s_0. Supóngase que desea consumir toda su riqueza a lo largo de su vida, de modo que $s(T) = 0$. Dada una tasa de interés r y una senda de consumo c, la evolución del ahorro s a lo largo del tiempo está determinada de acuerdo a la siguiente ecuación

$$\dot{s} = rs - c \tag{16}$$

Supóngase que las preferencias del individuo están dadas por una función de utilidad $u(c) = \ln(c)$. Para determinar la trayectoria óptima del consumo[15] el agente maximiza la suma de utilidades futuras descontadas por una tasa de descuento subjetivo δ sujeto a la evolución del ahorro, su riqueza inicial y su riqueza final

$$\max_{c(t)} \ U = \int_0^T \ln(c) e^{-\delta t}\, dt \quad s.a \quad \dot{s} = rs - c \quad \text{con} \quad s(0) > 0 \ \text{y} \ s(T) = 0 \tag{17}$$

donde el consumo c es la variable de control y el ahorro s es la variable de estado. Luego de aplicar el teorema del principio del máximo de Pontryagin y operando algebraicamente se deduce la ecuación de Euler

$$\dot{c} = c(r - \delta) \tag{18}$$

La interpretación de esta expresión indica que la evolución del consumo a lo largo del tiempo dependerá del valor relativo de la tasa de interés con respecto a la tasa de descuento. Para hallar la trayectoria óptima del consumo se debe resolver la ecuación de Euler de manera tal que se obtiene

$$c = A_1 e^{(r-\delta)t} \tag{19}$$

Dado que la función de utilidad es cóncava y la restricción es lineal, por el teorema de Mangasarian se verifica la condición de suficiencia y se comprueba que (19) resuelve el problema de la maximización del funcional objetivo.

5.2 Programación dinámica discreta

En caso que la variable tiempo sea discreta, cada agente maximiza el valor presente del flujo de utilidad descontada por el factor de descuento β en el horizonte temporal

$$\max_{c(t)} \ U = \sum_{t=0}^{T} \ln(c)\beta^t \quad s.a \quad s_{t+1} = (1+r)(s_t - c_t) \ \forall \ t = 0,1,2,\dots,T \ \text{ con } \ s(0) > 0 \ \text{ y } \ s_{T+1} = 0 \tag{20}$$

Luego de plantear la ecuación de Bellman a valor presente y operar algebraicamente, se obtiene la ecuación de Euler

$$c_{t+1} = \alpha\beta c_t \tag{21}$$

donde $\alpha = (1 + r)$. Nótese que la ecuación de Euler es equivalente a la siguiente expresión

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial c_t}}{\frac{\partial u}{\partial c_{t+1}}\beta} = 1 + r \tag{22}$$

El lado izquierdo de la ecuación representa la tasa marginal de sustitución entre consumo presente y consumo futuro, e indica cuánto valora el consumidor en términos relativos una unidad de consumo de un período a otro. El lado derecho representa la tasa de interés bruta $(1 + r)$, es decir, cuánto se valora en el mercado financiero una unidad de consumo de un período a otro. En el equilibrio, las dos valoraciones deben ser iguales. De lo contrario, la asignación de consumo no sería óptima.

Para hallar la trayectoria óptima del consumo se resuelve la ecuación de Euler y se obtiene

$$c_t = A_1(\alpha\beta)^t \tag{23}$$

[15] Dado que las decisiones de consumo y ahorro son interdependientes, a partir de la trayectoria óptima del consumo se sigue inmediatamente la trayectoria óptima del ahorro.

Dado que la función de utilidad es cóncava y la restricción es lineal, se satisface la condición de segundo orden y se comprueba que la expresión (23) resuelve el problema de la maximización del funcional objetivo.

6 Conclusiones y oportunidades de investigación futura

En este trabajo se realizó un recorrido de Matemática para Economistas presentando el modelo de mercado como hilo conductor para articular los diferentes conceptos matemáticos asociados a distintas unidades temáticas comunes a todos los programas de la asignatura correspondientes a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. De este modo, se presentó el modelo de mercado como un ejercicio para que el alumno sea capaz de integrar y establecer conexiones entre las diferentes herramientas matemáticas de manera tal que se consolide en un aprendizaje significativo.

El aporte de este trabajo ha sido presentar un recorrido alternativo basado en el estudio de un mismo modelo económico (a saber, el modelo de mercado) mediante diferentes herramientas matemáticas, a diferencia del recorrido tradicional que consiste en introducir los conceptos matemáticos y después aplicarlos a la resolución de uno o varios modelos económicos inconexos. Para terminar, este trabajo puede ser motivador de futuras investigaciones en lo que respecta al diseño de nuevos recorridos posibles para articular las unidades temáticas de Matemática para Economistas. En este sentido, se plantea cómo pueden ser abordados otros modelos económicos para poder generar avances en la transmisión de conocimiento.

Referencias Bibliográficas

Cerdá Tena, E. (2001). *Optimización Dinámica*. Madrid: Prentice Hall.

Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2006). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. México, D.F.: Mc. Graw-Hill.

Intriligator, M. D. (2002). *Mathematical Optimization and Economic Theory*. Philadelphia: SIAM.

Sydsæter, K., Hammond, P., Seierstad, A., & Strom, A. (2005). *Further Mathematics for Economic Analysis*. Harlow: Prentice Hall.

112 UN ANÁLISIS DESCRIPTIVO DEL AUSENTISMO EN UN CURSO DE MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS UTILIZANDO HERRAMIENTAS DE LEARNING ANALYTICS

Nicolás Harari, Marco Spinelli, Javier Garcia Fronti
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
ndharari@gmail.com, marco.spinelli@economicas.uba.ar, javier.garciafronti@economicas.uba.ar
Especialidad: Educación Matemática
Palabras Claves: Learning Analytics, Ausentismo, Visualización de Datos

Resumen

El análisis de desgaste relacionado al abandono estudiantil durante la cursada de una materia es una técnica de *Learning Analytics* muy utilizada. Este trabajo muestra una descripción de este fenómeno en un curso de Matemática para Economistas en la Universidad de Buenos Aires, identificando perfiles de estudiantes en riesgo. Lo realizado permite entender y anticipar causas de abandono dentro de un proceso de enseñanza-aprendizaje, de forma de eficientizar la intervención docente y prevenir el ausentismo estudiantil.
Los resultados aquí presentados representan una primera aproximación de un proyecto general de *Learning Analytics* aplicado en la cátedra Javier García Fronti de Matemática para Economistas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires y enmarcado en el proyecto UBATIC 2018-2019 "Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas" del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA.

INTRODUCCIÓN

Las instituciones educativas, especialmente las de altos estudios, generan y disponen de grandes cantidades de datos respecto a sus alumnos -y docentes- producto del propio funcionamiento de la institución. Algunas de las variables a las que se tienen acceso son resultados de diversos exámenes, género, edad. No obstante, su recopilación suele ser fragmentaria y su uso para facilitar la práctica docente -desde el diagnóstico de dificultades o problemáticas en el proceso de aprendizaje, a la evaluación de resultados de las distintas alternativas pedagógicas propuestas- no suele ser sistemático. En circunstancias habituales, esta información es raramente utilizada a su máximo potencial: usualmente los docentes carecen de la infraestructura necesaria para almacenar, organizar y analizar los datos obtenidos de los alumnos.
Sin embargo, durante los últimos años han ocurrido importantes avances en las técnicas de almacenamientos y análisis de datos que luego se han enfocado a distintas y diversas disciplinas. Comúnmente conocido como *Data Mining* la técnica para "extraer" conocimiento de grandes cantidades de datos en con el objetivo de lograr una toma de decisiones informada se conoce como *Knowledge Discovery in Databases* (KDD) (Pandey & Pal, 2011)
Es producto de las dificultades antes mencionadas -y a la luz del crecimiento y disponibilidad de estas herramientas- que surgen iniciativas de KDD especialmente aplicadas al ámbito educativo, conocidas por el nombre *de Educational Data Mining* (Kumar Baradwaj & Pal, 2011), interesadas en desarrollar métodos de extracción de conocimiento de los datos educativos.
Simultáneamente surgen en la literatura experiencias de *"Academic Analytics" o "Learning Analytics"* (Baepler & Murdoch, 2010) que buscan revolucionar la tarea docente al sumar al análisis de datos el desarrollo y aplicación de sistemas de gestión de datos con el objetivo de mejorar la experiencia estudiantil y el proceso de aprendizaje. Dentro de los grandes áreas de acción de esta metodología se encuentra el *Attrition Risk Detection* (Sin & Muthu, 2015) que intenta minimizar el número de alumnos que abandonan la materia durante su cursada.

Es en este espíritu que el presente trabajo se propone presentar los resultados del análisis de datos en el contexto de la experiencia de *Learning Analytics* en un curso de Matemática para Economistas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. La siguiente propuesta se inspira y enmarca en el proyecto UBATIC 2018-2019 "Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas" del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA, como también de experiencias previas de uso de datos en el contexto de educación universitaria, entre las cuales cabe mencionar los esfuerzos de Bianco, Fraquelli y Gache tanto en el desarrollo de sistemas de autoevaluación de contenidos previos (Bianco, Fraquelli, & Gache, 2018), como en el análisis de la experiencia (Bianco, Fraquelli, & Gache, 2019).

MARCO TEÓRICO

Según uno de los equipos pioneros en el área, Kumar Baradwaj, B y Pal S (2011) se hace referencia a *Educational Data Mining* (EDM) como la aplicación de técnicas del paradigma de *Knowledge Discovery in Databases* (KDD) al ámbito educativo. Este paradigma, también conocido como minería de datos o *Data Mining* busca extraer conocimiento de grandes colecciones y volúmenes de datos, desde reglas de asociación, clasificación y agrupamiento. Sin embargo, otros autores refieren al proceso de análisis de datos con el término general de *Analytics* (análisis) acompañado de distintos términos específicos. En su trabajo de 2012, van Barneveld, Arnold, y Campbell (van Barneveld, Arnold, & Campbell, 2012) distinguen al menos 7 terminologías distintas con niveles de focos diferenciados -Institución, Departamento, Instructor, Alumno-, cuya aplicación se extiende a áreas muy disimiles, desde el rendimiento estudiantil hasta la gestión de negocios de la educación superior. En concordancia con nuestro rol como docentes de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires y desde una perspectiva de universidad pública, tomaremos de estas caracterizaciones los términos *Analytics, Learning Analytics*. El primero, refiere a la concepción más genera de la "toma de decisiones basada en el uso de datos", mientras que el segundo tiene como foco de análisis el estudiante, su recorrido académico y el uso de las herramientas de datos para mejorar su experiencia educativa (van Barneveld et al., 2012). De esta forma, tomamos distancia de conceptualizaciones como *Bussines Analytics* que según los autores focalizan en la maximización de beneficios por parte de las instituciones educativas, desde posibilidades empresariales hasta la maximización de posibles donaciones de exalumnos. Parte fundamental de nuestro rol como docentes de Universidad Pública es un esfuerzo constante por la democratización del conocimiento y la igualación de oportunidades, especialmente a la luz de los principios de la Reforma Universitaria, cuyo objetivo puede ser interpretado como democratizar sociedades profundamente desiguales (Arocena, 2018). Es desde esta perspectiva que consideramos que al ausentismo -que puede luego resultar en el abandono de la cursada en general- como una problemática de interés.

Según el estudio bibliográfico realizado por Sin y Muthu (2015) se reconocen el análisis del riesgo de desgaste y la visualización de datos como dos de las principales áreas donde es posible aplicar técnicas de *Big Data* en contextos de *Learning Analytics*.

En el caso del análisis de riesgo de desgaste -*Attrition Risk Detection*- se busca lograr identificar los grupos de riesgo de ausentismo para, en un futuro, aplicar políticas preventivas en el comienzo de cada cuatrimestre. De esta forma se espera retener la mayor cantidad de alumnos dentro del proceso educativo. En su trabajo, los autores marcan este tópico como uno de los menos explorados en la literatura, lo que presenta una oportunidad de análisis en el contexto propio de la Universidad de Buenos Aires.

Por otro lado, la visualización de datos -*Data Visualization*- refiere a un conjunto de técnicas que, frente al creciente volumen de datos e información disponibles, logran resumir y exponer la información para facilitar la detección de tendencias y relaciones presentes en los datos.

LOS ESTUDIANTES -Y SUS RECORRIDOS- COMO UNIDADES DE ANÁLISIS

En concordancia con lo expuesto anteriormente respecto del rol de la Universidad Pública y de las posibilidades de aplicación de herramientas de *Learning Analytics,* tomamos a los estudiantes -y sus recorridos en la materia- como unidades de análisis. De esta forma, los consideramos como sujetos interpelados por una multiplicidad de variables que surgen tanto de sus condiciones identitarias como de la relación con la materia y sus docentes. Su rendimiento y crecimiento dentro de la asignatura refleja y cuestiona la efectividad de la labor docente y su perfeccionamiento. Reconocemos que los aspectos presentados a continuación no logran reflejar en su totalidad la individualidad de los estudiantes, su relación con la asignatura y el aprendizaje, pero creemos que pueden resultar útiles para identificar ciertos grupos de riesgo.

Los datos utilizados en el contexto del siguiente trabajo fueron recopilados durante el segundo cuatrimestre de 2018 y el primer cuatrimestre de 2019 en un curso de Matemática para Economistas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires orientado a alumnos de las carreras de Economía, Actuario en Administración y Actuario en Economía y se exponen a continuación:

Número de registro:

Este es un identificador numérico administrativo que la facultad le otorga a los alumnos al completar el Primer Tramo (primer año) de la carrera. Como su valor es creciente conforme aumenta el número de inscriptos, la diferencia entre el valor del número de registro de los alumnos y sus compañeros muestra, de alguna forma, una medida de "retraso" comparativos. (Dato disponible para períodos 2018-2019).

Género:

(Dato disponible para períodos 2018-2019).

Rendimiento en los exámenes:

En la materia y según la normativa vigente se realizan dos exámenes parciales por cuatrimestre. Por decisión de la cátedra estos exámenes se encuentran estandarizados, divididos en cinco unidades temáticas individuales con cuatro ejercicios cada una con dificultad creciente. Esta organización posibilita un seguimiento ejercicio a ejercicio al realizar el análisis. Se recopila para cada punto si se respondió de forma correcta o incorrecta. (Dato disponible para períodos 2018-2019).

Participaciones en el Campus on-line de la asignatura:

La asignatura cuenta con un Campus on-line proporcionado por la Facultad de Ciencias Económicas mediante el sistema Sharepoint de Microsoft. Dentro de las funcionalidades se encuentra un foro de consultas que donde los alumnos pueden consultar dudas entre ellos y con el equipo docente. Se recopilaron el número de participaciones que los alumnos realizaron antes de cada período de examen (Dato disponible sólo para el primer cuatrimestre de 2019).

Asistencias a clases prácticas

Conforme al vigente plan de estudios de la materia la asignatura cuenta con clases teórico-prácticas cuya distribución es a discreción del docente a cargo. Es costumbre del curso en el que se realizó la experiencia la realización de una clase práctica por semana, relacionada a los contenidos de la unidad correspondiente. Al recolectar información sobre la asistencia a las clases prácticas, es posible recolectar información respecto al desempeño de cada unidad. (Dato parcialmente disponible para el primer cuatrimestre de 2019).

Resultados del test inicial

El presente trabajo continúa la tarea realizada por Bianco, Gache y Fraquelli (Bianco et al., 2019) respecto al uso de datos en la gestión matemática universitaria. En aquel trabajo, las autoras presentan un modelo de autoevaluación realizado con el objetivo de facilitarle a los alumnos la recuperación de aquellos contenidos aprendidos pero olvidados, conocido como conocimiento frágil. La implementación de este test inicial se realizó durante los cuatrimestres en los cuales el presente trabajo recopiló información. (Dato disponible para períodos 2018-2019).

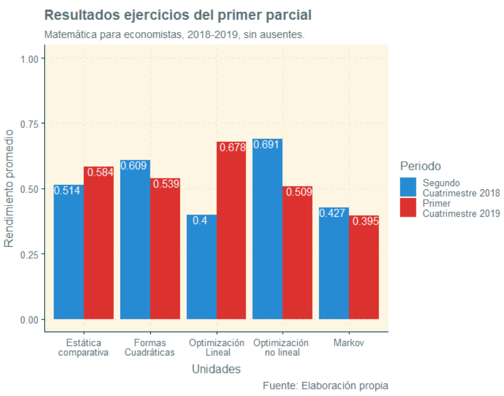
Nivel

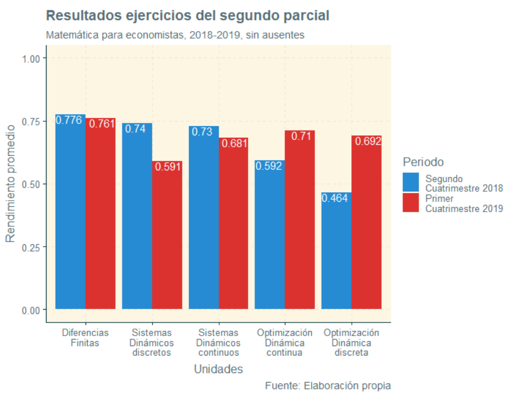
En el caso del segundo cuatrimestre de 2018, las autoras (Bianco et al., 2019) dividen a los alumnos en tres grupos (Alto, Medio, Bajo) según las condiciones de aprobación de las materias anteriores (Álgebra y Análisis Matemático II) para identificar aquellos alumnos que podrían necesitar un mayor nivel de apoyo. Esta información es utilizada como a priori en nuestra investigación.

RESULTADOS

En esta sección se presentan resultados preliminares del análisis de datos realizado respecto a la información recopilada. Mientras que la gestión de datos se realizó utilizando el software Excel, el análisis posterior se realizó íntegramente en los lenguajes de programación R y Python.

Como se mencionó anteriormente, los exámenes parciales de la materia se encuentran divididos en cinco unidades temáticas. Como una primera aproximación, es posible armar el siguiente gráfico de barras mostrando el rendimiento promedio por ejercicio para cada una de ellas, donde se presentan en el orden que aparecen en sus respectivos exámenes.





Resultan interesantes ciertos aspectos de las representaciones anteriores. En primer lugar, la aprobación en el primer parcial suele ser menor y con cierta tendencia decreciente (más presente en el primer cuatrimestre de 2019) a lo largo de las unidades, donde se nota un rendimiento promedio menor en la unidad sobre Cadenas de Markov. En segundo lugar, es posible apreciar que el rendimiento general es superior durante los segundos parciales, encontrando una tendencia decreciente sólo en el caso del segundo cuatrimestre de 2018.

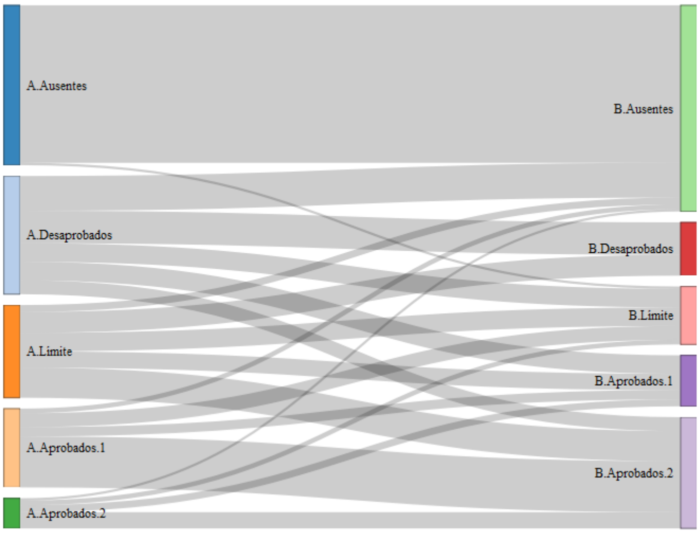
A continuación, resulta relevante comprender como es el recorrido del rendimiento de los alumnos a través de los exámenes. Para eso, se clasifica los resultados de cada evaluación mediante la escala expuesta a continuación. El caso de los alumnos catalogados como "límite" refiere a aquellos desaprobados que se encuentran cerca de una posible aprobación. Se diferencia estos estudiantes del resto de los desaprobados para luego intentar apreciar si estos lograron cambiar su condición respecto al segundo examen parcial.

Grupos	Ausentes	Desaprobados.1	Desaprobados.2	Límite	Aprobados.1	Aprobados.2
Límites	0	[1:5]	[6:9]	[10:12]	[13 15]	[15:20]

En la siguiente tabla se puede encontrar el número de alumnos presente en cada una de las clasificaciones antes mencionadas. El caso del primer parcial, para ambos periodos analizados se muestra a continuación, seguido por los segundos exámenes.

Periodo	Examen	Ausentes	Desaprobados.1	Límite	Aprobados.1	Aprobados.2
2018	Primero	32	19	19	13	4
2018	Segundo	38	7	15	12	15
2019	Primero	37	32	21	21	9
2019	Segundo	51	16	10	10	33

Aquí se puede apreciar como el número de estudiantes que logran aprobar el examen es mayor en el caso del segundo parcial respecto del primero para el caso de ambos cuatrimestres. Es posible construir un Diagrama de Sankey que muestre el cambio de condición de un examen al siguiente:



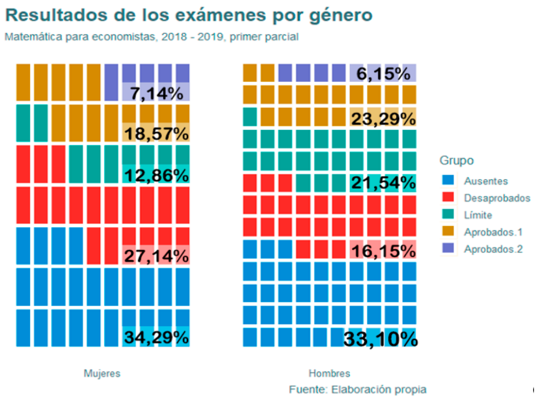
En primer lugar, es posible apreciar que el gran número de ausentes en el primer parcial abandonan definitivamente la asignatura y no se vuelven a presentar en la segunda instancia de examinación: en ambos cuatrimestres sólo se contabiliza un caso de lo contrario, un alumno que aun estando ausente el primer parcial haya rendido el segundo (pasando al grupo "límite"). Por otro lado, como era de esperarse, el número de ausentes aumenta en el segundo parcial alimentado especialmente por desaprobados. Sin embargo, el grupo de alumnos que abandonan la materia luego de un resultado negativo es minoritario, 17 de 51 desaprobados (33%), mientras sólo 3 de 40 (7,5%) de aquellos "límite". Continuando por estos últimos, se puede ver que el 50% (20 de 40) mejora su rendimiento para el segundo parcial, caso similar se encuentra en los aprobados de nivel bajo, que en la gran mayoría aumentan su rendimiento. En forma general, se vuelve a apreciar que el rendimiento general mejora en el segundo examen a lo largo de las categorías, mostrando que el crecimiento apreciado en gráficos anteriores no es producto del cambio en la composición de los alumnos (ausentes). Es en base a estos resultados que se considera importante remarcar la importancia de la integración *antes del primer parcial* para evitar el abandono definitivo de la materia. Parte fundamental para lograr este cometido es identificar aquellas características que puedan indicar pertenencia a grupos de riesgo. Las consideradas a continuación son género, registro y nivel.

GÉNERO

Comenzamos por ver el número de estudiantes en la materia en cada uno de los cuatrimestres, acompañado del número de mujeres para cada periodo (la definición de genero fue hecha *ex-post* mediante los datos de los alumnos, por este motivo hay estudiantes no clasificados):

Periodo	Estudiantes	Mujer	N/A
2018	87	32	7
2019	120	38	-

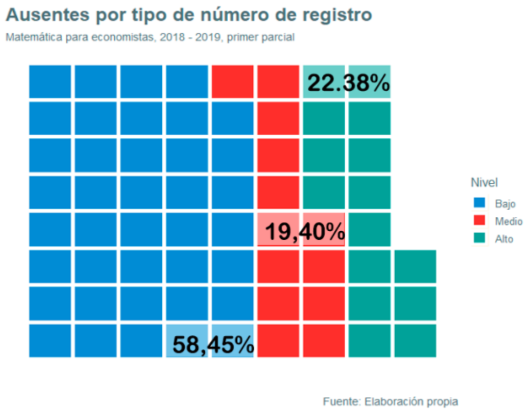
Se puede apreciar que el número de mujeres es menor que el de hombres en ambos cuatrimestres analizados, un efecto que se encuentra más pronunciado en el primer cuatrimestre de 2019. Continuando la clasificación por rendimiento considerada anteriormente, se grafica su proporción en ambos géneros considerando los resultados del primer parcial en ambas instancias de evaluación.



Como se ve en el gráfico, los rendimientos discriminados por género -especialmente al hacer referencia a ausentes- no presentan cambios significativos entre ellos ni respecto a la estadística general (69 ausentes considerando los 209 alumnos en los dos cursos representan un 33,33%)

REGISTRO

El número de registro de los alumnos, como antes mencionado, puede considerarse como una forma de medir la rapidez de cursada con respecto a sus compañeros; dado que los registros se obtienen cuando el alumno entra al segundo tramo de la carrera, un registro cercano al más alto de su camada puede interpretarse como una realización "en tiempo y forma" de la carrera. Sin embargo, es necesario aclarar que esta clasificación no sólo considera a aquellos alumnos "rezagados", sino también a aquellos adultos mayores que, ya anotados a su primera carrera en su juventud, cursan su segunda carrera.



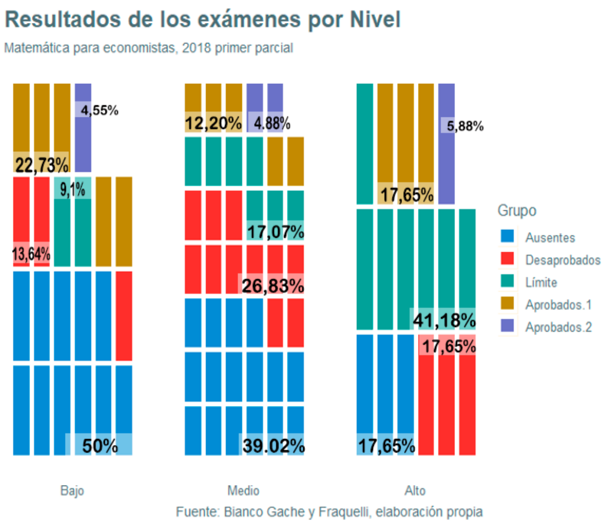
Para realizar el gráfico que se muestra a continuación se dividió a los alumnos en tres partes iguales por periodo dependiendo de su número de registro. De esta forma, los estudiantes clasificados como “Alto” pertenecen al tercio con número de registro elevado con relación a sus compañeros. De forma equivalente aquellos marcados como “Bajo” o “Medio”. Consecuentemente, se muestra los porcentajes de cada una de estas categorías en los ausentes durante ambos cuatrimestres. Se puede notar que la mayor cantidad de ausentes (58,45%) proviene de aquel grupo con número de registro relativamente mayor al de sus compañeros.

NIVEL

Utilizando los datos recopilados por Bianco, Gache y Fraquelli (Bianco et al., 2019), consideramos los niveles predefinidos para cada uno de los estudiantes en el caso del segundo cuatrimestre de 2018. La cantidad de estudiantes en cada una de las categorías se puede encontrar en la siguiente tabla

Periodo	Alto	Medio	Bajo
2018	17	41	22

Donde se encuentra un predominio de la clasificación de tipo “Medio”.

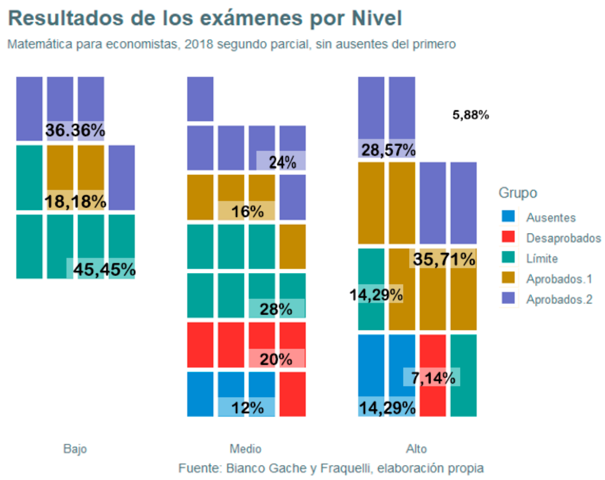


Continuando con los grupos antes expuestos, el siguiente gráfico discrimina por los niveles mencionados. De esta forma, se puede ver que el 50% de los alumnos de nivel bajo no se presentan al primer parcial (lo que significa, en la mayoría de los casos, abandonar la materia). Sin embargo, este grupo tiene el mayor porcentaje de aprobados con 27,28% y el menor de desaprobados (22,74%, considerando los “limites”). Esto pareciera indicar que, de presentarse al examen, los alumnos preclasificados como bajos tuvieron un rendimiento en promedio superior que sus compañeros. Con respecto al grupo de aquellos alumnos con niveles “altos”, su porcentaje de aprobación resulta comparativamente elevado (23,53%), mientras que la cantidad de estudiantes “límites” resulta elevada (41,18%).

Un resultado interesante se puede encontrar si se replica esta clasificación para el segundo parcial del segundo cuatrimestre de 2018, sin considerar los ausentes del primero (que en su totalidad no se presentan al segundo). A continuación, se presenta en la siguiente tabla los números de estudiantes en cada uno de los niveles

Periodo	Alto	Bajo	Medio
2018	14	13	25

Se puede apreciar de esta forma en el gráfico que la totalidad de los alumnos de nivel bajo se presentan al segundo examen. Esto se encuentra emparejado a su vez con una mejora del rendimiento en los tres niveles respecto al primer parcial. En el caso de los alumnos preclasificados "Bajos" el 54,54% de los estudiantes aprueban el examen, contabilizando ambos niveles mientras que el restante obtiene una calificación "Límite". Por otro lado, el grupo con mayor nivel de ausentismo en esta etapa son los alumnos de nivel "Alto" con un 14,29% cercano al 12% de sus compañeros del grupo "Medio".



CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

En este trabajo se expusieron los resultados preliminares de una experiencia de implementación de *Learning Analytics* en un curso de Matemática para Economistas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Se mostraron los resultados generales del curso, en cada uno de los ejercicios y luego un análisis exploratorio sobre la relación de determinadas variables, -género, número de registro y nivel según rendimiento en materias anteriores- con el ausentismo en la materia.

Uno de los desafíos a futuro es analizar la relación entre el ausentismo y distintos variables asociadas a los alumnos de forma más precisa, para luego realizar un modelo Probit que logre predecir la probabilidad individual de ausentismo de alumnos en la materia. Esto generaría una valiosa retroalimentación y lograría mejorar, en última instancia, la experiencia del alumno y la práctica docente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arocena, R. (2018). DE LOS PRINCIPIOS DE LA REFORMA DE CÓRDOBA A LA UNIVERSIDAD PARA EL DESARROLLO DE AMÉRICA LATINA EN EL SIGLO XXI. 1, 13.

Baepler, P., & Murdoch, C. (2010). Academic Analytics and Data Mining in Higher Education. International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning, 4(2). https://doi.org/10.20429/ijsotl.2010.040217

Bianco, M. J., Fraquelli, A., & Gache, A. (2018). Mediación tecnológica para la recuperación del conocimiento frágil. En Libro de Actas XXXIII Jornadas de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines (p. pp 55-62).

Bianco, M. J., Fraquelli, A., & Gache, A. (2019). MEDIACIÓN TECNOLÓGICA PARA UN APRENDIZAJE CRÍTICO. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EN MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS. 1, 19.

Kumar Baradwaj, B., & Pal, S. (2011). Mining Educational Data to Analyze Students Performance. International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 2(6). https://doi.org/10.14569/IJACSA.2011.020609

Pandey, U. K., & Pal, S. (2011). Data Mining: A prediction of performer or underperformer using classification. arXiv:1104.4163 [cs]. Recuperado de http://arxiv.org/abs/1104.4163

Sin, K., & Muthu, L. (2015). APPLICATION OF BIG DATA IN EDUCATION DATA MINING AND LEARNING ANALYTICS – A LITERATURE REVIEW . ICTACT Journal on Soft Computing, 05(04), 1035-1049. https://doi.org/10.21917/ijsc.2015.0145

van Barneveld, A., Arnold, K. E., & Campbell, J. P. (2012). Analytics in Higher Education: Establishing a Common Language. 12.

113 UNA IMPLEMENTACIÓN DE LEARNING ANALYTICS EN EL CONTEXTO DE LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA UNIVERSITARIA

Marco Spinelli, Nicolás Harari, Javier García Fronti
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
marco.spinelli@economicas.uba.ar, ndharari@gmail.com, javier.garciafronti@economicas.uba.ar
Especialidad: Educación Matemática
Palabras Claves: Learning Analytics, Gestión de datos, OMR, Digitalización.

Resumen

Los importantes avances en las técnicas de almacenamiento y análisis de datos de los últimos años han facilitado la implementación de técnicas especializadas en diversas disciplinas, desde la producción científico-tecnológica hasta el análisis de mercados o poblaciones. Específicamente en el ámbito de la gestión educativa se conoce está práctica como *Learning Analytics*. Esta es una técnica que permite analizar la información disponible dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.
El propósito de este trabajo es presentar una implementación piloto de un sistema de gestión y análisis de datos para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en una cátedra de Matemática para Economistas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Este se encuentra enmarcado en el proyecto UBATIC 2018-2019 "Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas" del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. En el desarrollo de esta presentación se exhiben las diferentes fuentes de datos que se utilizan para el análisis, como así también, la organización interna que permite llevar a cabo esta experiencia.

INTRODUCCIÓN

Los importantes avances en las técnicas de almacenamiento y análisis de datos de los últimos veinte años facilitaron su aplicación en diversas disciplinas, desde la producción científico-tecnológica hasta el análisis de mercados o poblaciones. Sin lugar a duda, los grandes volúmenes de datos y su uso -*Big Data*- se han transformado en un fenómeno de importancia global, aun cuando su definición resulte difusa. Para los objetivos del presente trabajo, basta con considerar a este fenómeno como el uso de conjuntos de datos -o combinaciones de estos- cuyo tamaño, complejidad y velocidad de crecimiento dificulta la captura, gestión, procesamiento o análisis mediante tecnologías y herramientas convencionales (Kitchin, 2014).
Paralelamente, la práctica educativa, producto de un proceso constante de evaluación, genera una gran cantidad de datos sobre los alumnos. Sin embargo, su recopilación suele ser fragmentaria y su uso para facilitar la práctica docente no suele ser sistemático. Usualmente los docentes carecen de la infraestructura necesaria para almacenar, organizar y analizar los datos obtenidos de los alumnos. Es producto de estas dificultades, y a la luz del crecimiento de las herramientas antes mencionadas, que surgen iniciativas de *Learning Analytics* (Baepler & Murdoch, 2010), que buscan revolucionar la tarea docente al desarrollar y aplicar sistemas de gestión y de análisis de datos con el objetivo de ayudar a los docentes a lograr una mejora en la calidad educativa, como también en la identificación de necesidades especiales en los estudiantes (Saa, 2016).
Es en este espíritu que el presente trabajo se propone presentar y reflexionar acerca de la experiencia de *Learning Analytics*, la implementación de un sistema de gestión y análisis de datos, en un curso de Matemática para Economistas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. La siguiente propuesta se inspira y enmarca en el proyecto UBATIC 2018-2019: *"Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas*

aplicadas a las Ciencias Económicas" del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA, como también de experiencias previas de uso de datos en el contexto de educación universitaria, entre las cuales cabe mencionar los esfuerzos de Bianco, Fraquelli y Gache en el desarrollo de sistemas de autoevaluación de contenidos previos.

La implementación del proyecto requirió diversas instancias de planificación y gestión sobre los datos utilizados. En un primer lugar, se diseñó una base de datos para organizar de la información proveniente de las diversas instancias de evaluación, facilitando su posterior utilización. Se prosiguió con la determinación de métodos de digitalización segura de la información, minimizando el tiempo requerido. Se optó por una aplicación de reconocimiento de imágenes, que logra captar el resultado de cada uno de los ejercicios del examen mediante la cámara de un teléfono celular. Tras la carga, resta la última etapa de análisis, cuantitativo y cualitativo, de dicha información. Es importante destacar el hecho de que, dada la estandarización de los datos, es posible analizar el desempeño y efectividad de determinadas propuestas pedagógicas planteadas a la luz de los datos recopilados continuamente dentro del curso.

EL PROYECTO

MOTIVACIÓN

El proceso educativo genera una gran cantidad de datos sobre los alumnos debido a los procesos de evaluación continua. Estos grandes volúmenes de datos tienen el potencial de transformarse en información valiosa en virtud de obtener un panorama general del proceso de enseñanza universitaria mediante la identificación de patrones e interesantes relaciones dentro de las organizaciones educativas (Saa, 2016). De esta forma, se puede lograr comprender desde nuevas perspectivas los recorridos de enseñanza-aprendizaje individuales de los estudiantes, realizando intervenciones personalizadas a las necesidades individuales que contribuyan a sus respectivos desempeños personales. La idea principal recae en obtener predicciones o incluso estados actuales acerca de las dificultades de los alumnos, para poder dar una respuesta específica a sus requerimientos, logrando así una mejor experiencia educativa (Campbell, DeBlois, & Oblinger, 2007).

Se podría resumir al concepto de *learning analytics*, como la gestión, el uso y la interpretación de los grandes volúmenes de datos generados por las organizaciones educativas para predecir dificultades en los estudiantes, personalizar los procesos de aprendizaje, éxito estudiantil – alcanzar objetivos curriculares - y lograr la intervención del cuerpo docente basada en decisiones tomadas a partir de la información (Van Barneveld et al., 2012).

Esta posibilidad ha motivado la planificación e implementación de una experiencia de *Learning Analytics* dentro de la cátedra Javier García Fronti de la materia Matemática para Economistas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Se cree que tiene el potencial de mejorar la experiencia educativa de los estudiantes, comprendiendo esta tarea como un desarrollo clave de la docencia, especialmente en una Universidad Publica orientada a la democratización del conocimiento.

Sin embargo, se reconoce que la implementación correcta del proyecto requiere un esfuerzo significativo por parte del grupo encargado. Fundamentalmente, se destacan en la literatura pertinente tres requisitos para un correcto funcionamiento de *learning analytics* (Campbell et al., 2007)

1. Líderes que estén comprometidos con la toma de decisiones basada en evidencia
2. Grupo de trabajo con capacidades y aptitudes para el análisis de datos
3. Una tecnología flexible disponible para la recolección y análisis de los datos

Siguiendo estos lineamientos, se ha procurado lograr su cumplimiento mediante la capacitación del grupo docente en el lenguaje de programación Python, como también mediante cursos de SQL, impartidos desde la cátedra. A la par, se ha establecido una organización interna en el grupo encargado para lograr un correcto seguimiento de todas las instancias del proyecto en búsqueda de un resultado favorable. De hecho, se destaca como fundamental observar a la totalidad del proyecto como un entero integrado que sirva a las necesidades del proceso de enseñanza (Van Barneveld et al., 2012).

En síntesis, se busca obtener mediante la aplicación de *learning analytics* al curso descripto, una evaluación continua de la experiencia educativa, desde pronósticos de desempeño estudiantil, detección de riesgos de abandono y desgaste, visualización de patrones y relaciones en los datos, recomendaciones pedagógicas y estimación de las habilidades estudiantiles (Sin & Muthu, 2015).

ENMARQUE INSTITUCIONAL

La experiencia de *learning analytics* pertenece al proyecto UBATIC 2018-2019: *"Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas*" del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA. Se implementa dentro de un curso de Matemática para Economistas perteneciente a la cátedra Javier García Fronti de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

El curso abarca una totalidad de 6 horas semanales de instrucción, las cuales se dividen en 4 horas de contenidos teóricos, y las 2 horas restantes a la instrucción de ejercicios prácticos. Acorde al plan de estudios "Plan 1997" aprobado por la Resolución del Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias Económicas Número 2665/16, en la asignatura Matemática para Economistas *"las clases son teórico prácticas, estimulando el trabajo grupal para la interpretación teórica y para la ejercitación práctica".*

Mediante la toma de asistencia a las clases prácticas, se obtiene información acerca de la participación de los alumnos en tareas dedicadas a la resolución de ejercicios similares a los examinados. A esto se le añaden los resultados de cuestionarios virtuales semanales, test de nivelación inicial y los datos provenientes de los propios exámenes. Los datos provenientes de fuentes digitales, como los cuestionarios virtuales, pueden ser recolectado gracias a la existencia de una plataforma propia de la institución; el Campus. En esta, cada alumno inscripto tiene acceso a los materiales, novedades e información acerca del curso. Es aquí donde también tienen lugar estos cuestionarios semanales, donde cada alumno puede responder a las consignas planteadas.

Esta selección de fuentes se basa principalmente en el objetivo de obtener fuentes en diversos momentos del cronograma del curso, lo que permite conocer el estado continuo del aula. Para esto, es necesario también lograr vincular los datos a un individuo, dejando anónimos otros datos sobre él. Esto es factible debido al sistema de identificación de la Facultad de Ciencias Económicas, que utiliza un número de registro único para cada estudiante.

Mediante la utilización de este dato, sin requerimiento de cualquier otro dato personal, se posibilita el análisis deseado sobre el proceso educativo dentro del curso.
El aporte de la experiencia realizada dentro de este curso es la descripción de un proceso que puede facilitar la tarea docente en numerosos ámbitos, mediante el apoyo de la tecnología a beneficio de la enseñanza.

ORGANIZACIÓN INTERNA

Para llevar a cabo la experiencia mencionada se dividió al equipo de trabajo en dos grupos diferenciados. El primero es el responsable del diseño, gestión, mantenimiento de la base de datos y de la digitalización de la información utilizada. El segundo es el encargado del análisis propio de los datos, la identificación de falencias en el proceso educativo, la propuesta de prácticas pedagógicas y la evaluación de los resultados. Para maximizar la efectividad de la experiencia es esencial que ambos grupos estén intercomunicados. De esta manera, se da una solución rápida a dificultades y problemas que podrían presentarse, como también la facilitación de la elaboración conjunta de nuevas variables de análisis y herramientas pedagógicas.
La principal tarea del primer grupo de trabajo es la implementación de un sistema de digitalización y gestión de la información disponible. Este punto resulta fundamental. Aún cuando la información a utilizar sea de fácil acceso, si esta no se encuentra organizada correctamente en un entorno digital, es prácticamente imposible realizar un análisis de los datos medianamente complejo. En adición, el costo de tiempo incurrido en la carga de información debe ser el menor posible para justificar su implementación. El éxito de este proceso se ve traducido en la posibilidad de obtener diagnósticos de corto plazo con respecto a las variables a analizar. De esta manera, es posible obtener un cuadro descriptivo continuo y responsivo de los rendimientos generales del curso. Utilizando este medio como una herramienta de diagnóstico, no sólo es posible la propuesta de prácticas pedagógicas alternativas, sino su evaluación constante.

DATOS

FUENTES DE DATOS

El universo de los datos utilizados en el contexto del presente análisis comprende género, asistencias, exámenes, test iniciales, quiz semanales, participación en el campus virtual de la asignatura y una plataforma de preguntas interactivas, Kahoot, utilizada durante a lo largo del proceso pedagógico. A continuación, se hará foco en cada una de ellas.
La primera de estas es la asistencia a las denominadas clases prácticas mencionadas con anterioridad. En estas, tiene lugar la realización de ejercicios por parte de los alumnos en el espacio de clase bajo la tutela del equipo académico a cargo del curso. Durante el primer cuatrimestre del año 2019 se comenzó a implementar la verificación de asistencia con el objetivo de testear -entre otras cosas- si la concurrencia a las mismas está correlacionada con un incremento en el rendimiento del estudiante.
La segunda fuente de datos utilizada en el proyecto son los exámenes realizados durante la cursada. Según la reglamentación vigente y el Plan de Estudios de la materia, en los cursos presenciales cuatrimestrales los alumnos deberán participar en dos parciales a lo largo de la cursada. Además, los estudiantes tienen el derecho de recuperar

solamente una de las dos instancias de evaluación. Estas tres posibles instancias de evaluación son incluidas dentro del conjunto de datos a analizar: exámenes parciales, recuperatorios y finales.

Por otro lado, y en concordancia con trabajos previos (Bianco, Fraquelli, & Gache, 2018), se suman los resultados de un "Test Inicial" desarrollado a comienzo del curso de manera de autoevaluación voluntaria. La experiencia, realizada de forma virtual, consistía en preguntas relacionadas a temáticas previas consideradas básicas para la comprensión de los nuevos contenidos dictados en el curso. Una vez resueltas las consignas, se le presentaba al alumno una serie de material de profundización -si había logrado responder los ejercicios- o de repaso, en el caso que no haya logrado hacerlo correctamente (Bianco et al., 2018).

La cuarta fuente de datos utilizada se inspira en el *"El Proceso de Evaluación Continuo con Devolución Automática de Respuestas"* dictado por el Profesor Dr. Javier García Fronti en el contexto de la capacitación docente ofrecida por el Departamento Pedagógico De Matemática de la Universidad de Buenos Aires. Se proponen al alumno cuestionarios autoevaluatorios semanales, denominados quiz, sobre los contenidos vistos durante este período. Estos son diseñados utilizando los cuestionarios *Forms* del *Office 365* y presentados de forma virtual en el *Campus Sharepoint* de la asignatura, mencionado anteriormente.

A su vez, dentro de la misma plataforma *Campus Sharepoint*, se puede contabilizar las participaciones de los estudiantes en el foro de consultas que figura dentro. En este, los alumnos tienen a su alcance la posibilidad de publicar una pregunta acerca de temas de la materia y aguardar una respuesta por parte del grupo docente.

Otro dato relevante para el testeo de hipótesis es el de género del estudiante. Estos se encuentran disponibles para el período abarcado desde el 2018 al 2019, y se obtiene luego del proceso de evaluación.

Finalmente, resta la incorporación más reciente al universo de datos disponibles. En colaboración con el Centro de Estudiantes de Ciencias Económicas, el Departamento de Matemática ofrece clases de apoyo optativas en horarios suplementarios a los de la cursada regular. Durante estos encuentros se ha comenzado a utilizar la plataforma "*Kahoot!"* de preguntas, que facilita la presentación de ejercicios a los alumnos mientras que ellos pueden responder de forma anónima ingresando a una página web mediante sus teléfonos celulares. De esta manera, es posible almacenar el porcentaje de respuestas correctas a preguntas realizadas en clase de manera eficiente.

ESTRUCTURAS DE EXAMENES

Una descripción detenida es necesaria para los exámenes parciales, finales y recuperatorios. Esto se debe a que por su propia construcción son comparables cuatrimestre a cuatrimestre. Existe una estandarización en los 20 incisos que se evalúan, lo que permite realizar análisis con datos de períodos anteriores y lograr visibilizar rasgos de la evolución temporal del proceso educativo.

En el caso de los exámenes parciales y recuperatorios, las evaluaciones se encuentran divididas en cinco puntos correspondientes a distintas unidades temáticas de la materia. A su vez, estas se encuentran subdivididos en cuatro incisos de creciente dificultad. En el caso de los primeros parciales, por ejemplo, ejercicio "1.A" es a lo largo de la muestra el más elemental de la unidad temática "Estática Comparativa" mientras que el ejercicio "3.D" el más exigente de la unidad "Programación Lineal". De esta forma, se puede comparar el rendimiento de los alumnos de forma granular, ejercicio por ejercicio y unidad temática contra unidad temática. No se cuenta, de esta manera solamente con una nota final del alumno, sino con información detallada y precisa sobre el desempeño que tuvo en cada unidad de la materia. Incluso, se puede lograr indagar acerca de la profundidad de la comprensión de la misma mediante la división de ejercicios simples a complejos mencionada.

TECNOLOGÍAS APLICADAS A LA CARGA DE DATOS

La principal herramienta utilizada para una rápida y automática carga de los datos de los exámenes mencionados a sistemas informáticos es la tecnología *Optimal Mark Recognition* (OMR). Esta consiste en la captura de marcas humanas a partir de documentos y formularios. En particular, se utiliza la aplicación de teléfono móvil *ExamReader*. Se trata de un programa de utilización libre, aunque con un límite de capturas fotográficas, que utiliza justamente la cámara fotográfica del teléfono para detectar marcas en una planilla diseñada especialmente para el examen. Esta planilla se compone principalmente de círculos en blanco que corresponden a cada ejercicio dentro del examen. Estos son llenados por el evaluador según la respuesta sea correcta o incorrecta, para que la propia aplicación lo detecte. Una vez tomada la imagen, los datos de repuestas correctas, ligadas a la consigna en particular, son cargados a una base en la nube a la que se puede acceder para el posterior análisis de los mismos. Naturalmente, esta tecnología facilita la carga de esta gran cantidad de datos, teniendo en cuenta que el promedio de alumnos del curso ronda los 120 alumnos y que por cada uno hay 20 ejercicios en la evaluación. Su utilización es sencilla y segura, lo que permite la utilización del sistema por la totalidad el grupo docente.

Para el caso de los formularios digitales, como los cuestionarios semanales o la aplicación “Kahoot!”, la carga es aún más sencilla. Automáticamente se obtienen los datos en formato de hoja de cálculo fácilmente convertibles a base de datos; sin necesidad del accionar del docente. Todos estos datos pueden vincularse al alumno mediante su número de registro con el mero objetivo de asignarlos a un individuo, sin la necesidad de conocer demás datos de este. Con esta información, la evaluación del proceso educativo, el conocimiento de las características de los grupos de alumnos y soluciones a potenciales dificultades pedagógicas se encuentran disponible prácticamente a todo momento, logrando un sistema de evaluación en tiempo real del curso.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado la estructura propia del proyecto de *learning analytics* llevado a cabo dentro de un curso de Matemática para Economistas perteneciente a la cátedra Javier García Fronti de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. El mismo se encuentra enmarcado en el proyecto UBATIC 2018-2019: *“Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas*” del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

Inicialmente, se ha realizado una descripción de los objetivos que motivan la realización del mismo, fundamentalmente ligados a una mejora en la experiencia educativa y al diagnóstico de las necesidades de los estudiantes. Mediante la gestión, análisis e interpretación de los datos se le presenta al cuerpo docente la capacidad de tomar decisiones en base a información proveniente del proceso de enseñanza. Estas se basan en la detección de patrones, falencias y dificultades expuestos por la información disponible, para luego intentar mejorar la experiencia académica(Baepler & Murdoch, 2010).

Luego, se ha exhibido la organización interna del grupo docente para lograr llevar a cabo de manera eficiente y articulada cada instancia necesaria para llevar a cabo la totalidad del proyecto. Se han enumerado y descripto cada una de sus tareas y objetivo principales.

Posteriormente, se ha realizado un detalle de las fuentes de datos que se utilizan en el contexto del curso para la elaboración de *learning analytics.* Se ha explicado en su totalidad la naturaleza de cada una haciendo especial énfasis en la estandarización de los exámenes parciales y recuperatorios que permite comparar el rendimiento de los alumnos de forma granular, ejercicio por ejercicio y unidad temática contra unidad temática, como también la realización de comparaciones cuatrimestre a cuatrimestre.

Finalmente, se procedió a describir las tecnologías utilizadas en la carga de los datos, OMR, y de las fuentes digitales para el armado de las bases de datos necesarias para realizar el análisis utilizando los lenguajes de programación enunciados.

Las herramientas disponibles en la actualidad en lo que refiere al análisis de datos presentan una oportunidad inequívoca para el diagnóstico de las experiencias educativas en la educación superior, lo que se conecta principalmente con la creciente digitalización de la enseñanza y de la utilización de herramientas virtuales (Sin & Muthu, 2015). Es en este contexto que se cree que la implementación de *learning analytics* dentro del curso puede otorgar mejoras en el desempeño de los estudiantes y en la instrucción del cuerpo docente, fundamentalmente con la posibilidad de crecientemente personalizar los procesos educativos de cada subgrupo de alumnos en base a sus necesidades.

Entre los desafíos a futuro se postula el desarrollo de alternativas pedagógicas para responder a las necesidades que se ven expuestas mediante el análisis de datos dentro del curso. También la posibilidad de incorporar nuevas variables al proceso que permitan diagnósticos más rápidos y de manera continua en el tiempo de desarrollo del curso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baepler, P., & Murdoch, C. (2010). Academic Analytics and Data Mining in Higher Education. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, *4*(2), 1-9.

Bianco, M. J., Fraquelli, A., & Gache, A. (2018). Mediación tecnológica para la recuperación del conocimiento frágil. En *Libro de Actas XXXIII Jornadas de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines* (p. pp 55-62).

Campbell, J. P., DeBlois, P. B., & Oblinger, D. G. (2007). Academic analytics: A new tool for a new era. *EDUCAUSE review*, *42*(4), 40.

Proyecto UBATIC 2018-2019: *"Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas"*

Saa, A. A. (2016). Educational Data Mining & Students' Performance Prediction. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications,* 7(5)*,* 212 - 220.

Sin, K., & Muthu, L. (2015). Application of big data in education data mining and learning analytics – a literature review. *ICTACT Journal on Soft Computing*, *05*(04), 1035-1049.

Van Barneveld, A., Arnold, K. E., & Campbell, J. P. (2012). Analytics in higher education: Establishing a common language. *EDUCAUSE learning initiative*, *1*(1), 1-11

114 RESULTADOS DE UN PROCESO DE EVALUACIÓN INNOVADOR EN ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS

Schneeberger, Marino – Ponce, Sandra- Battisti, Marisa – Domínguez, Fernando Yusef – Fernández, Melisa
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Entre Ríos
marinos@fceco.uner.edu.ar – poncesandraliliana@fceco.uner.edu.ar – mbattisti@fceco.uner.edu.ar – fernandoyusef@fceco.uner.edu.ar – melfernandez@educ.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Enseñanza, Aprendizaje, Metodología, Evaluación, Resultados

Resumen

Este trabajo es la profundización de una experiencia realizada el año pasado, consistente en la utilización de la herramienta Moodle, para la elaboración de cuestionarios virtuales de autoevaluación, con la finalidad de usarlos como un instrumento innovador de evaluación durante el cursado de Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas en el primer cuatrimestre de este año.

Se pretende que la utilización de estas herramientas digitales se convierta en un factor de motivación y consolidación del aprendizaje para los estudiantes, acompañándolos durante la evaluación de este proceso con metodologías más modernas y acordes a los tiempos en que vivimos.

La plataforma Moodle dispone de un menú muy completo de actividades que podemos incluir en nuestros cursos y que nos permiten trabajar de manera interactiva y flexible. Para que la utilización de esta herramienta arroje resultados favorables a los alumnos, algunos de los docentes del equipo de cátedra nos hemos perfeccionado en su utilización, mediante la realización de cursos de posgrado y de perfeccionamiento en el uso de estos instrumentos.

Particularmente, en este caso se utilizó el instrumento cuestionario, conteniendo preguntas de opción múltiple, de verdadero o falso y de respuesta corta, las cuales, convenientemente organizadas, permiten construir un instrumento potente que obliga a los estudiantes a poner en juego todas las estrategias desarrolladas y ejercitadas durante el cursado, incluyendo software de uso libre y gratuito que les permite ahorrar tiempo en meros cálculos matemáticos, destinando la mayor parte del tiempo disponible para resolver la evaluación a la interpretación y al razonamiento, a efectos de poder realizar los planteos adecuados para resolver situaciones problemáticas del campo económico.

Además, consideramos que el uso de estas herramientas contribuye a despertar el interés de los estudiantes, lo que les permite obtener mejores resultados.

Introducción

El presente trabajo se enmarca en un proyecto de investigación en ejecución en la cátedra Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, cuya finalidad es evaluar el impacto que tienen las metodologías de enseñanza y de evaluación en el aprendizaje y, consecuentemente, en el rendimiento académico de los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público, Licenciatura en Economía y Licenciatura en Gestión de las Organizaciones.

La actividad aquí expuesta tiene como antecedente un proceso similar de evaluación desarrollado durante el segundo cuatrimestre del año 2018, llevado a cabo con aproximadamente 80 estudiantes que recursaban la asignatura.

En vistas a los resultados obtenidos en esa oportunidad, y atendiendo a las actividades planteadas y propuestas en el proyecto, decidimos implementar esta actividad en el primer cuatrimestre del presente año académico con la totalidad de los estudiantes, para la realización del segundo parcial correspondiente al módulo de álgebra lineal, puesto que el primer parcial se tomó en forma tradicional. Si se considera el número de ingresantes es de aproximadamente 500, pero para el segundo parcial quedaban cursando regularmente alrededor de 350 alumnos, dado que muchos dejan el cursado en las primeras semanas y algunos después del primer parcial, con la expectativa de cursarla nuevamente en el segundo cuatrimestre.

La actividad consistió en emplear la plataforma Moodle para realizar la evaluación del segundo parcial on line, empleando el banco de preguntas que se ha ido elaborando en el aula virtual de la asignatura, consistente en aproximadamente 200 preguntas que incluyen diversos tipos, como por ejemplo ítems de opción múltiple, de verdadero o falso y de respuesta corta.

Para esto se armaron tres cuestionarios diferentes con cinco cuestiones cada uno, los que se habilitaron en forma aleatoria y simultánea durante dos horas, es decir, durante el tiempo que normalmente dura la evaluación parcial. Los estudiantes asistieron normalmente a la facultad, contando con la presencia de uno o dos profesores en cada una de las aulas en las que se los distribuyó, y a través de sus teléfonos celulares o de una netbook, accedieron al aula y al instrumento de evaluación que les había sido asignado con la finalidad de resolverlo. Una ventaja notoria es que al finalizar y enviar la evaluación, en forma instantánea se les asignaba el puntaje obtenido.

Fundamentación

Entre los fundamentos que consideramos para llevar adelante esta propuesta pueden mencionarse los siguientes:

- Implementar nuevas formas de evaluación haciendo uso de las herramientas tecnológicas que se encuentran disponibles en el campus de la Universidad.
- Incorporar de manera progresiva y sistemática instancias de evaluación on line como alternativa de las tradicionales evaluaciones parciales escritas durante el cursado de la asignatura, con el fin de hacerlas más atractivas y de contribuir al mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes.
- Fomentar el compromiso, la responsabilidad y la participación de los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

Así mismo se destaca que en estos escenarios enriquecidos por la virtualidad tal como lo expresan Urbina Nájara et al (2013): “las pruebas en línea pueden reducir e incluso eliminar el proceso de calificar de manera tradicional las evaluaciones constantes, obteniendo con ello resultados de manera rápida y oportuna” (Urbina Nájara, Medina Nieto y García, 2013). Bajo esta concepción se entiende que el conocimiento del alumno del puntaje alcanzado una vez finalizada la prueba puede fortalecer su desempeño en la asignatura, pues le resta estrés en el tiempo de espera que implica la corrección manual de los parciales y su devolución en grupos de estudiantes tan numerosos.

Otra de las ventajas ofrecidas por la plataforma Moodle para la herramienta cuestionario es la destacada por Mallen (2014): “(…) ofrece como valor agregado datos estadísticos sobre la eficiencia y pertinencia del examen, en su totalidad y de cada uno de los reactivos (preguntas) utilizadas en el instrumento evaluativo, de manera, que es posible verificar si la información obtenida refleja el nivel de competencia del estudiante” (citado en Álvarez, Hernández y Romero, 2017). Puesto que en el libro de calificaciones se observan además de los resultados alcanzados por los estudiantes en la prueba, estadísticas descriptivas por consigna. Esta cualidad amerita un posterior análisis psicométrico, brindando al equipo docente herramientas para mejorar el proceso de evaluación.

La expectativa fue que los estudiantes realmente perciban una metodología innovadora para evaluarlos, más atractiva, que contribuya de manera determinante en el compromiso de los mismos en este proceso, tomando conciencia del rol protagónico que ellos mismos tienen en la construcción de sus propios aprendizajes, notando y destacando la importancia y la potencia que los sistemas de evaluación no tradicionales poseen, correctamente utilizados, para mejorar su rendimiento.

Desarrollo

Para el desarrollo de esta actividad se amplió el banco de preguntas que la cátedra ha ido confeccionando durante los dos últimos años, incorporando diferentes tipos de preguntas (opción múltiple, verdadero o falso y de respuesta corta) y problemas de aplicación económica fundamentalmente, toda vez que los temas así lo permitan.

Con algunas de estas preguntas nuevas se armaron tres instrumentos –o grupos–, como habitualmente se hace con un parcial tradicional escrito, los cuales se subieron al aula para ser habilitados durante dos horas, exactamente en el día y horario previsto para el segundo parcial, y con un único intento permitido, asignando “grupos separados no visibles” de estudiantes seleccionados al azar a cada instrumento. Como ejemplo se exhibe el Parcial 2 – Grupo A en las figuras 1 a 3.

Cabe aclarar que las evaluaciones parciales brindan a los estudiantes la posibilidad de promocionar la práctica, si obtienen 70 puntos o más, con lo cual en la instancia del examen final rinden solamente los fundamentos teóricos. En tanto, si obtienen menos de 70 puntos, deben rendir un examen teórico-práctico en la instancia final.

La evaluación on line tuvo carácter presencial, es decir, los alumnos la realizaron en la facultad con la asistencia de uno o dos docentes por aula, a efectos de acompañar el proceso y contribuir a solucionar cualquier tipo de dificultad que eventualmente pudiere haberse suscitado.

Luego de implementada la prueba, se compararon los números de alumnos que a partir de la nota obtenida en este parcial contaban con la posibilidad de promocionar la práctica de la asignatura, regularizarla o adquirir la condición de libre, en contraste con los números correspondientes a los de la cursada en el primer cuatrimestre de 2018, en el cual el segundo parcial se realizó de la manera tradicional con lápiz y papel.

Con este propósito se efectuó una prueba de independencia chi–cuadrado para tablas de contingencia de r x c celdas en el software Minitab 17.1, y se complementó el análisis con un contraste de hipótesis para la diferencia de proporciones de estudiantes que pueden quedar libres debido a la calificación inferior a 50 puntos en esta instancia en para las dos metodologías empleadas (test Z para comparación de dos proporciones en muestras grandes).

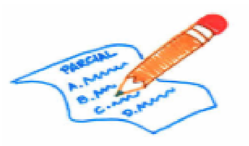
PARCIAL 2-A

Cuenta con 2 horas para resolver este parcial. Trabaje tranquilo, porque le va a sobrar tiempo.

Primero resuelva los ejercicios con lápiz y papel y **luego elija la respuesta en el campus**.

Tenga la precaución de anotar los cálculos en su hoja, por si se corta Internet.

Al terminar, debe entregar todas las hojas donde realizó la resolución de los ejercicios de manera prolija y con su nombre.



Intentos permitidos: 1

Este cuestionario se cerró el jueves, 13 de junio de 2019, 17:00

Límite de tiempo: 2 horas

Figura 1. Descripción del instrumento elaborado en Moodle (Parcial 2 – Grupo A).

Pregunta **1**
Sin responder aún
Puntúa como 15
Marcar pregunta
Editar pregunta

Si una matriz es de orden cuatro y su determinante vale 10, entonces si a cada fila de la matriz se la multiplica por 2 su determinante será igual a:

Seleccione una:
- a. 20
- b. 160
- c. 16
- d. 240
- e. ninguno de los anteriores

Pregunta **2**
Sin responder aún
Puntúa como 25
Marcar pregunta
Editar pregunta

En una chocolatería artesanal el costo de producción de bombones es de $1 **por gramo**. Se desea invertir $23.750 semanales para producir bombones y venderlos en tres presentaciones. La primera forma de presentación es la caja familiar de 1000 g, la segunda es la caja médium de 500 g y la tercera es la caja regular de 250g. La producción total de cajas en una semana es de 50 unidades en total teniendo la precaución de fabricar una cantidad de cajas regulares igual a la suma de la cantidad de cajas familiares y médium. ¿Cuántas cajas de cada tipo se deberán producir semanalmente?

Elija **TODAS** las respuestas correctas.

Seleccione una o más de una:

- a. El sistema es compatible determinado, normal, no homogéneo.
- b. El rango de la matriz ampliada coincide con el rango de la matriz de coeficientes del sistema.
- c. La matriz ampliada del sistema es: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 500 & 250 & 23750 \\ 1 & 1 & 1 & 50 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)$
- d. Por semana se deberán producir 10 unidades de las cajas familiares, 15 de las médium y 25 de las regulares.
- e. El problema no se puede resolver porque es incompatible.

Figura 2. Consignas 1 y 2 evaluadas en el Parcial 2 – Grupo A.

Pregunta 3
Sin responder aún
Puntúa como 15
Marcar pregunta
Editar pregunta

Texas Electronics Inc. (TEI) produce tres nuevos modelos de computadoras: modelo 1, modelo 2, modelo 3. Como parte del proceso de elaboración, estos productos pasan por la planta técnica (planta 1) y por la planta de ensamblaje (planta 2).

Los tiempos en minutos empleados por unidad en cada una de estas plantas están dados por la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 30 & 30 \\ 12 & 120 \\ 36 & 120 \end{bmatrix}, \text{ donde } a_{ij} \text{ es el tiempo del modelo i en la planta j}$$

Si se fabrican 200 computadoras del modelo 1, 50 del modelo 2, y 100 del modelo 3,

¿cuál de las siguientes matrices T representa los tiempos totales de la fabricación de las computadoras por planta?

Seleccione una:

- a. T=[34200]
- b. T=[348]
- c. T=[12000 6600 15600]
- d. T=[10200 24000]

Pregunta 4
Sin responder aún
Puntúa como 30
Marcar pregunta
Editar pregunta

Dadas las matrices y la ecuación matricial que se muestran a continuación:

$$A \cdot X + 2 \cdot B = 3 \cdot C$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Seleccione TODAS las respuestas correctas.

Seleccione una o más de una:

- a. X= A^{-1} (3C-2B)
- b. El determinante de A vale 2
- c. En la fila 3 de la matriz **inversa de A** aparecen los elementos: 0 0 1
- d. X= (3C-2B). A^{-1}
- e. En la fila 3 de la matriz **inversa de A** aparecen los elementos: 0 -1 1
- f. El determinante de A vale 1
- g. X= A^{-1} 3C-2B
- h. La matriz que sigue es la solución de la ecuación matricial dada $\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -5 & 5 & 2 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

Pregunta 5
Sin responder aún
Puntúa como 15
Marcar pregunta
Editar pregunta

La matriz B= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ es invertible.

Seleccione una:

- Verdadero
- Falso

Figura 3. Consignas 3, 4 y 5 evaluadas en Parcial 2 – Grupo A.

Resultados

Luego de la implementación del instrumento, se observó que 290 alumnos rindieron el segundo parcial, de los cuales 104 rindieron el Grupo A, 95 el B y 91 el C.

Al inspeccionar el libro de calificaciones en Moodle se encuentran las calificaciones finales de los estudiantes en el parcial y también los puntajes discriminados por consigna (Figura 4), además de una serie de medidas descriptivas y gráficos. En el Gráfico 1 se aprecia la distribución de las calificaciones obtenidas para el Grupo A, a modo de ejemplo, notándose el buen desempeño del estudiantado en la prueba.

La comparación de los resultados del segundo parcial en los primeros cuatrimestres de 2019 y 2018 se da a partir de los resultados de la Tabla 1, en la cual se registraron las cantidades de estudiantes que obtuvieron una calificación menor a 50 puntos (pudiendo quedar libres en función del resultado obtenido en el primer parcial o el recuperatorio), los que alcanzaron al menos 50 puntos pero menos de 70 (con posibilidades de regularizar), o los

que obtuvieron un puntaje de al menos 70 puntos (con posibilidades de promocionar la práctica de la asignatura).

Estado	Comenzado el	Finalizado	Tiempo requerido	Calificación/100	P. 1 /15	P. 2 /25	P. 3 /15	P. 4 /30	P. 5 /15
Finalizado	13 de junio de 2019 14:00	13 de junio de 2019 14:56	56 minutos 26 segundos	88	15	25	15	18	15
Finalizado	13 de junio de 2019 14:00	13 de junio de 2019 15:23	1 hora 22 minutos	100	15	25	15	30	15
Finalizado	13 de junio de 2019 14:00	13 de junio de 2019 14:50	49 minutos 47 segundos	58	15	25	0	18	0

Figura 4. Resultados del Parcial 2 – Grupo A para tres estudiantes: calificación global y detallada por consigna.

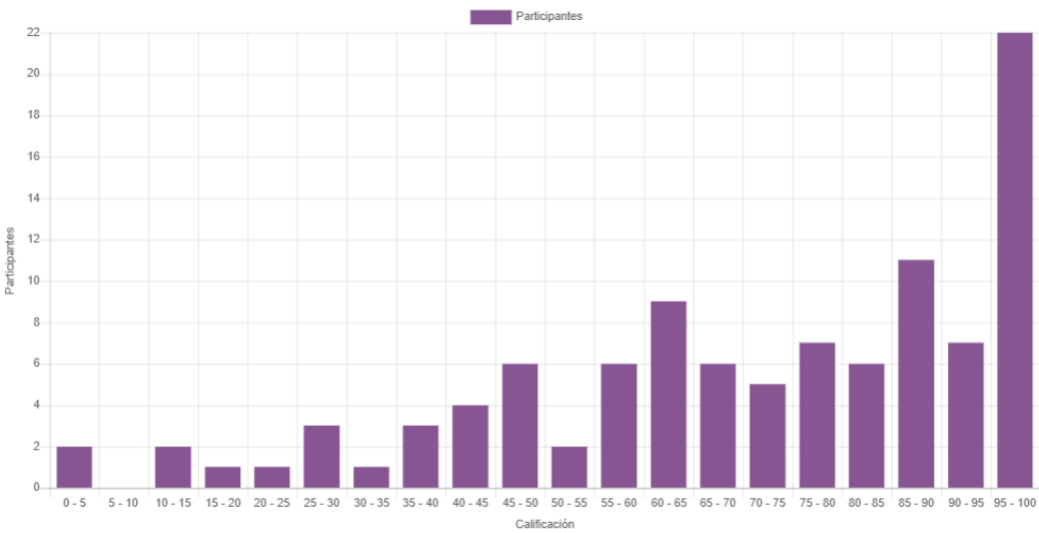


Gráfico 1. Gráfico de barras otorgado por Moodle sobre las calificaciones obtenidas en el Parcial 2 – Grupo A.

Tabla 1. Resultados obtenidos en el segundo parcial de los primeros cuatrimestres de 2018 y 2019.

1 Cuat. - Año	Condiciones posibles de los estudiantes según el segundo parcial			Totales
	Promociona la práctica	Regular	Libre	
2019 (vía Moodle)	170	64	56	290
2018 (tradicional)	128	53	99	280

Efectuando la prueba de independencia, se concluye a partir de los datos que la condición del estudiante en el segundo parcial está asociada al tipo de evaluación instrumentada (p-value<0.001). Cabe destacar que los porcentajes de estudiantes que en esta instancia podrían adquirir la condición de libre son de 19.31% para la evaluación vía Moodle frente a 35.36% en la evaluación tradicional, datos que permiten confirmar que la proporción de libres con esta nueva metodología se ha reducido significativamente (p-value<0.001).

Conclusiones

Los resultados obtenidos por los estudiantes con esta metodología de evaluación pudieron constatarse que resultaron ser considerablemente mejores que los alcanzados con la metodología tradicional.

De cualquier modo, es necesario tener en consideración que los grupos de estudiantes no son los mismos, exceptuando algunos casos particulares que recursaron, motivo por el cual estas afirmaciones no tienen carácter absoluto.

Consideramos que el presente trabajo, en función de los resultados obtenidos, amerita ser tenido en consideración generalizando su implementación para las dos instancias de evaluación parcial.

Entendemos que el uso de estas herramientas contribuye a despertar el interés de los estudiantes, lo que les permite obtener mejores resultados.

Si bien los resultados expuestos muestran claras mejoras en el desempeño de los estudiantes, adherimos a las palabras de Urbina Nájara et al. (2013) que sostienen que en este proceso “con frecuencia se requerirá revisar que el formato de las pruebas se ajuste al contexto de los estudiantes para que los beneficios obtenidos al automatizar esta tarea sean considerablemente mayores que los recursos invertidos” (Urbina Nájara, Medina Nieto y García, 2013), atendiendo a que esta propuesta podremos implementarla en otros cuatrimestres enmarcándose en un proceso de revisión y enriquecimiento continuo del instrumento.

Referencias

Álvarez, Y., Hernández, É., y Romero, G. (2017). Utilidad de herramientas Moodle para la meta-evaluación. *Revista de Tecnología de Información y Comunicación en Educación*, 11, 41-54.

Araujo, S. (2014). *Docencia y enseñanza. Una introducción a la didáctica*. Buenos Aires. Universidad Nacional de Quilmes.

Maggio, M. (2016). *Reinventar la clase en la universidad*. Buenos Aires. Paidós.

Schneebeerger, M., Ponce, S., Battisti, M. y Domínguez, F. Y. (2019). La gestión de autoevaluaciones en Moodle: una experiencia con estudiantes de primer año de ciencias económicas. *Gestando*, 21, 27-33.

Urbina Nájara, Argelia; Medina Nieto, María; Gracía, Vargas (2013). Uso de Moodle para evaluar competencias cognitivas en ciencias exactas. *Educere: La revista venezolana de educación*. 17, 51-58.

115 ANÁLISIS DE ENCUESTAS DE INICIO Y DE FINAL DE CURSADA DE ÁLGEBRA APLICADA A LAS CIENCIAS ECONÓMICAS EN ALUMNOS INGRESANTES

Schneeberger, Marino – Ponce Sandra- Battisti, Marisa – Domínguez, Fernando Yusef – Blanco, Mariana
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Entre Ríos
marinos@fceco.uner.edu.ar – poncesandraliliana@fceco.uner.edu.ar – mbattisti@fceco.uner.edu.ar – fernandoyusef@fceco.uner.edu.ar – marianablanco@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Encuestas, Ingresantes, Expectativas, Análisis, Resultados

Resumen

El presente trabajo muestra los resultados obtenidos mediante la aplicación de dos encuestas, una al inicio del cursado y otra al finalizar el mismo, que se administró a la totalidad de los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público, Licenciatura en Economía y Licenciatura en Gestión de las Organizaciones, en la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas.
Desde la cátedra teníamos interés en indagar, en un primer momento, acerca de las expectativas respecto de la asignatura, con las que los alumnos ingresan a la carrera, pero también su grado de aproximación a algunos conocimientos básicos que traen incorporados y a la percepción referida a la importancia que estos contenidos tendrán en su formación profesional.
En una segunda instancia, al finalizar el cursado, nos propusimos indagar la percepción de los estudiantes acerca de aspectos tales como la metodología empleada tanto para el desarrollo de las clases como para las instancias de evaluación, el desempeño de los docentes y de ellos mismos, y la importancia que le asignaron al planteo de problemas de naturaleza económica para el abordaje de cada uno de los temas.
Cabe mencionar que este trabajo es parte de las actividades desarrolladas en el marco de un proyecto de investigación en ejecución en la cátedra, vinculado al impacto de las metodologías de enseñanza y también de evaluación en el aprendizaje y rendimiento académico de los estudiantes ingresantes a carreras vinculadas a las ciencias económicas.
El análisis de ambas encuestas muestra resultados interesantes, tanto en lo referido a contenidos, a conocimientos previos, a habilidad para el uso de distintos tipos de lenguaje, como asimismo a cuestiones vinculadas a los aspectos actitudinales y emocionales de los estudiantes.

Introducción

El presente trabajo se encuentra vinculado al proyecto de investigación referido al impacto de las metodologías de enseñanza en el proceso de aprendizaje y en el rendimiento académico de los estudiantes que ingresan a carreras vinculadas a las ciencias económicas, el cual se encuentra en proceso de ejecución en el ámbito de la cátedra.

Una parte importante, para a partir de allí posicionarse en el aspecto didáctico-metodológico, consiste en indagar acerca de algunas condiciones con las que los estudiantes acceden a la universidad, y consecuentemente al cursado de la asignatura, pero también interesa conocer cuáles son las apreciaciones que los mismos poseen al finalizar el cursado, sobre todo vinculado a la forma de enseñar y de evaluar, pero también en lo relativo al modo en que se sintieron tratados en este período y a la percepción que tienen de los docentes.

Para cumplir con este objetivo, implementamos una encuesta de inicio de cursada y otra al finalizar la misma cuyos resultados se desarrollan en el presente escrito.

Fundamentación

Enseñar matemática en carreras específicas, desarrollar estrategias adecuadas para que los estudiantes aprendan y elaborar instrumentos que resulten pertinentes para evaluar esos aprendizajes, es una premisa básica y un compromiso que los docentes de una asignatura debemos asumir, teniendo en cuenta las particularidades que determinan el año en que la materia se encuentra inserta, la cantidad de alumnos con los que deba desarrollarse y las características propias de la misma. No hay dudas que cualquier estudiante que se adentre en el cuerpo del pensamiento económico moderno debe estar familiarizado, en mayor o menor medida, de acuerdo con el grado de profundización que desee, con el lenguaje y las técnicas matemáticas. De no ser así, se verá relegado a consultar una fracción, a veces no representativa en múltiples aspectos, de la literatura científica económica y empresarial.

En el caso de carreras "no matemáticas", el abordaje de la enseñanza también debe considerar que los estudiantes, suelen no percibir el real significado que los contenidos matemáticos poseen en su formación de grado y, menos aún, en su desarrollo profesional futuro. Al respecto, durante la Conferencia Inaugural del I Congreso Iberoamericano de Educación Matemática realizada en Sevilla (España), Santaló (1990) expresaba: "La elección de la matemática para quienes van a ser matemáticos profesionales es relativamente fácil, pues basta mostrar las grandes líneas generales y enseñar a aprender, dejando que cada educando vaya seleccionando según sus gustos y su vocación la matemática que más le interese, pues tiene toda la vida por delante para ir completando la formación recibida en la escuela. El problema radica en la selección de la matemática para la educación de quienes no tienen interés particular por ella y sólo la aceptan como una necesidad que les ayude a desempeñar mejor sus ocupaciones y a entender mejor su sostén básico. Para ellos es fundamental que los encargados de diseñar los planes de estudio tengan en cuenta el valor formativo de la matemática y también los temas de los que es necesario informar en cada ciclo de la enseñanza y en cada particular carrera profesional" (Abrate, Gabetta y Pochulu, 2007).

Para poder llevar a la práctica estas acciones, consideramos muy importante conocer algunas características con las que los estudiantes ingresan a la universidad; y para poder mejorarlas y perfeccionarlas resulta igualmente relevante tomar conocimiento de los alumnos después de haber transitado el cursado.

Desarrollo

Para concretar esta tarea el equipo de cátedra, quienes en su totalidad forman parte del proyecto de investigación mencionado, diseñó dos encuestas: una inicial y otra de final de cursada.

La primera de ellas se administró a la totalidad de los alumnos de primer año durante la primera semana de cursado en las clases de práctica, y contenía preguntas vinculadas a conocimientos fundamentales con los que se considera deben acceder a cursar una cátedra de Matemática en una carrera universitaria, como así también alguna cuestión referida a las expectativas que tenían acerca de la importancia de estudiar Matemática en su carrera, como elemento importante para su formación (véase Figura 1).

La segunda, en tanto, se aplicó al finalizar el segundo parcial, habiendo finalizado la cursada, e incluía preguntas vinculadas a indagar aspectos tales como la forma en que habían sido evaluados, cómo se habían sentido durante el cursado, el desempeño de los docentes durante las clases, entre otras (véase Figuras 2 y 3).

Se cargaron todas las respuestas recabadas en las encuestas impresas en dos formularios en línea de Google, uno para cada tipo de encuesta. Se optó por esta herramienta ya que permite el procesamiento automático de las respuestas, ofreciendo gráficos y una base de datos sobre una hoja de cálculo.

El mencionado análisis arroja información que permite arribar conclusiones que puedan contribuir al mejoramiento de todo el proceso de enseñanza y aprendizaje.

ENCUESTA INICIAL O DIAGNÓSTICA

1)En relación al aprendizaje de los contenidos de Matemática hasta el momento, considera que se le han presentado:

-Pocas dificultades
-Muchas dificultades

2)De las siguientes expresiones analíticas, diga cuál representa una función lineal.

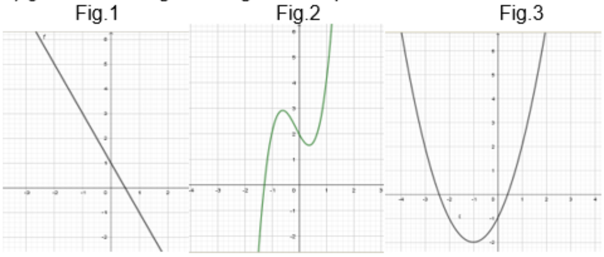
a) $y = - 5x^2 + 3x -1$

b) $y = 3x+1$

c) $y = \text{sen}(x)$

3) ¿Cuál de los siguientes gráficos representa una función cuadrática?

Fig.1 Fig.2 Fig.3



4)Enunciado: Si al triple del cuadrado de un número se le agregan 2 unidades, este resultado es igual a 10. Seleccione, entre las siguientes, cuál es la expresión simbólica correspondiente

a)$3(x+2)^2 = 10$

b)$3x^2+2 = 10$

c) $(3x+2)^2 = 10$

5)La expresión $(x+3)^3 - 2x = 5$ se corresponde con uno solo de los siguientes enunciados. Seleccione la alternativa correcta.

a. Un número x al cubo, aumentado en tres menos el doble del mismo es igual a cinco.
b. Un número x aumentado en tres, al cubo, menos el doble del mismo es igual a cinco.
c. Un número x multiplicado por tres y elevado al cubo, menos el doble del mismo resulta igual a cinco.

6) ¿Qué importancia considera que tendrá el aprendizaje de los contenidos de Álgebra Aplicada para su futuro profesional?
-Muy importante
-Poco importante

Figura 1. Encuesta efectuada al inicio del cursado.

ENCUESTA DE FINAL DE CURSADA

Respecto de los contenidos

1- ¿Considera que los contenidos desarrollados en la asignatura Álgebra Aplicada son importantes para su formación profesional?

-Muy importantes -Poco importantes

2- ¿Considera que los contenidos desarrollados en Álgebra se articularon, o al menos se intentó articularlos en la medida de lo posible, con contenidos de otras asignaturas de la carrera?

-Sí -No

3- ¿Cuánto cree que contribuyó en su comprensión de los contenidos matemáticos el abordaje de los mismos a partir del planteo de una situación problemática?

-Mucho -Poco

4- ¿Se hizo hincapié en la articulación teoría - práctica mientras se desarrollaban los contenidos?

-Sí -No

Respecto de la metodología y organización

1- ¿Considera suficiente el tiempo destinado al tratamiento de los diferentes contenidos de la asignatura?

-Sí -No

2- El uso de recursos tecnológicos, ¿considera que le ayudó en la comprensión y en el abordaje de los contenidos?

-Sí -No

3- ¿Utilizó el aula virtual para profundizar y complementar lo dado en clase?

-Sí -No

4- ¿Considera que su asistencia a clases fue la apropiada?

-Sí -No

Figura 2. Encuesta de finalización de cursada.

Respecto del régimen de evaluación

1- ¿Considera que la forma en que fueron evaluados los contenidos en los exámenes parciales guarda relación con el modo en que fueron desarrollados durante las clases?

-Sí -No

2- ¿Se le informó adecuadamente sobre el régimen de evaluación y requisitos para regularizar o promocionar?

-Sí -No

3- ¿Las consignas en los parciales fueron claras?

-Sí -No

4- ¿Le explicaron los errores cometidos cuando lo requirió?

-Sí -No

Respecto de los aspectos afectivo-actitudinales

1- ¿Cómo considera que ha sido su motivación y predisposición para el aprendizaje de los contenidos de Álgebra Aplicada?

-Mucha -Poca

2- ¿Cómo evaluaría el desempeño de los docentes durante el desarrollo de la asignatura atendiendo a su dominio de los temas y a las estrategias empleadas para facilitar la comprensión de los mismos?

-Satisfactoria -Poco satisfactoria

3- ¿El clima de trabajo en el aula fue agradable?

-Sí -No

4- ¿Se sintió valorado por los docentes de la cátedra, más allá de las notas de los parciales?

-Sí -No

Figura 3. Encuesta de finalización de cursada (continuación).

Resultados

En la encuesta inicial participaron 429 estudiantes. En cuanto al aprendizaje de los contenidos propios de Matemática adquiridos en el secundario y el curso de articulación el 65.6% manifestó tener pocas dificultades y el porcentaje restante mayor dificultad.

Respecto al reconocimiento de funciones lineal y cuadrática, en el registro simbólico 73.5% pudo diferenciar correctamente la expresión de una función lineal dentro un conjunto de expresiones que incluía una función cuadrática y una trigonométrica; y en el registro gráfico, sólo 5% del estudiantado distinguió la parábola correspondiente a una función cuadrática entre gráficas que comprendían también las propias a funciones polinómicas de grados 1 y 3 (Figura 4).

En lo que concierne al paso de una expresión coloquial a una simbólica, 82.7% de los alumnos eligió la respuesta correcta; y en el caso inverso, es decir, en la conversión del registro simbólico al coloquial, 85.1% respondió acertadamente.

Además, se añade que el 84.5% de los encuestados manifestó que los contenidos de Álgebra aplicada que aprenderán en el cursado de la asignatura les será de utilidad en su futuro profesional (Figura 5).

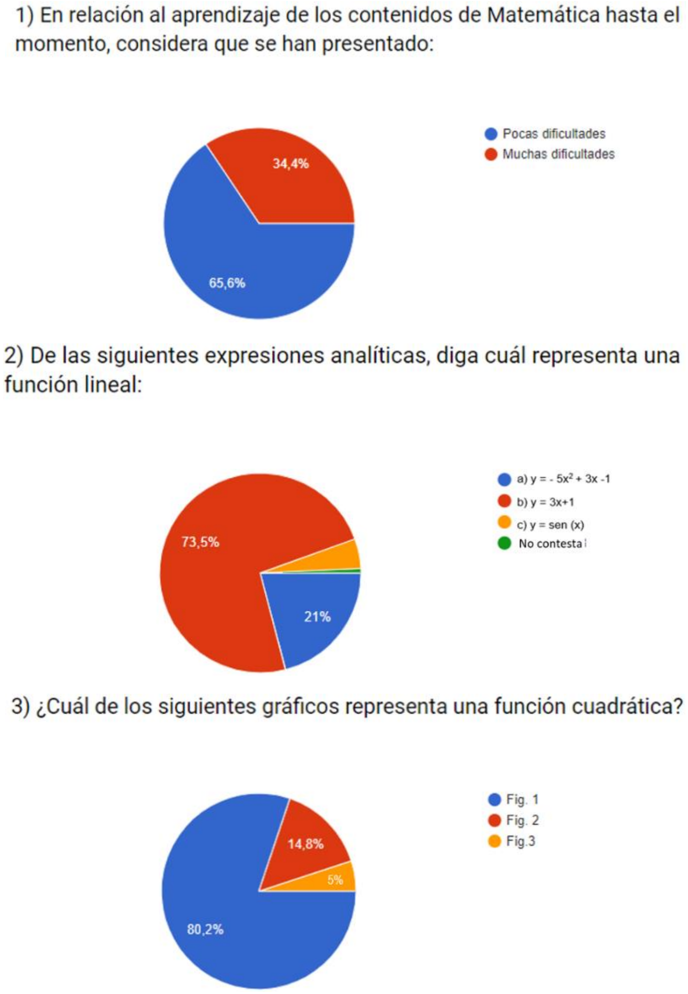


Figura 4. Gráficos correspondientes a las respuestas de las preguntas 1, 2 y 3 de la encuesta inicial.

Figura 5. Gráficos correspondientes a las respuestas de las preguntas 4, 5 y 6 de la encuesta inicial.

En la encuesta de fin de cursada respondieron 260 estudiantes. Referido a los contenidos: el 85.2% considera que las temáticas abordadas son muy importantes para su formación profesional; un 79.1% manifestó que han sido articulados con contenidos de otras asignaturas de la carrera; el 74% percibió que el abordaje de los conceptos matemáticos a partir de situaciones problemáticas contribuyó a una mayor comprensión; y un 85.5% consideró que en el desarrollo de las clases se hizo una efectiva articulación de la teoría con la práctica.

Respecto a la metodología y la organización de la cátedra: el 71.9% de los encuestados opina que fue suficiente el tiempo destinado al tratamiento de los contenidos abordados; el 77.1% manifiesta que el uso de recursos tecnológicos en clases le ayudó a la comprensión de los temas; alrededor de un 70% recurrió al aula virtual para profundizar y complementar lo dado en clases; y en cuanto al cursado, el 84.4% sostiene que su proporción de asistencia fue apropiada.

Las preguntas y respuestas referidas al régimen de evaluación: el 77% afirmó que los contenidos evaluados en los exámenes parciales guardaron relación con la forma en que fueron abordados; cerca de un 95% consideró que han sido informados adecuadamente los requisitos de promoción y regularidad de la asignatura; el 83.3% sostuvo que las consignas de los parciales fueron claras; y el 79.6% afirmó que cada vez que requirió una explicación respecto de un error obtuvo respuesta por parte del docente.

Finalmente, dentro de los aspectos de carácter afectivo y actitudinal: el 68.2% afirmó que se vio motivado y predispuesto para el aprendizaje de los tópicos de Álgebra aplicada; 90.6% evalúa satisfactoriamente el desempeño de los docentes en cuanto a dominio de los contenidos y las estrategias de enseñanza empleadas; 97% consideró agradable el clima de trabajo áulico; y un 91% de los alumnos se sintió valorado por los docentes de la cátedra descontando su desempeño en las evaluaciones parciales.

A modo ilustrativo, en la Figura 6 se muestran gráficos referidos a las respuestas recabadas para la primera pregunta de cada uno de los cuatro aspectos contemplados en la última encuesta.

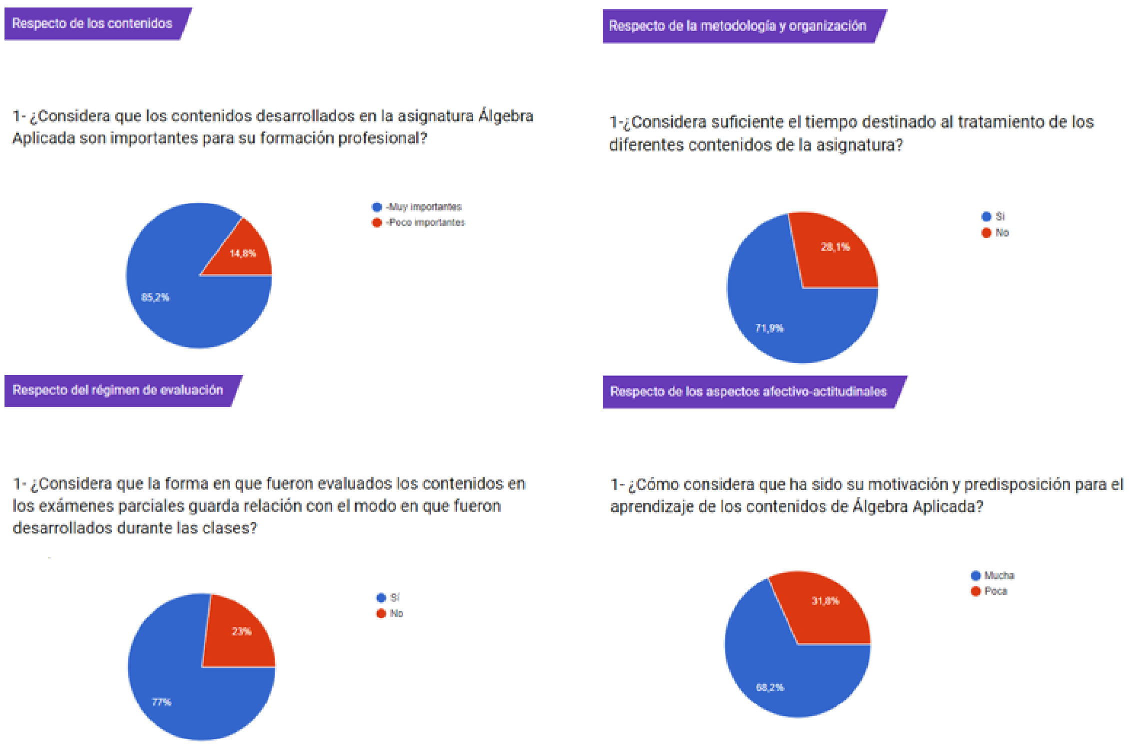


Figura 6. Gráficos de respuestas correspondientes a los cuatro aspectos indagados en la encuesta de fin de cursada.

Conclusiones

Con respecto a la encuesta de inicio de cursada resulta llamativo que la mayoría de los estudiantes manifieste haber tenido escasos problemas en la disciplina Matemática, siendo que los resultados de su desempeño durante el cursado sí han puesto de manifiesto serias dificultades. Es notoria la carencia en el conocimiento de funciones cuadráticas de los estudiantes ingresantes, evidenciando falta de comprensión o ausencia de abordaje de dicho contenido en la educación secundaria.

De igual modo, puede observarse la capacidad suficiente y la comprensión necesaria para transitar del lenguaje coloquial al simbólico.

En relación a la encuesta de fin de cursada es interesante que los alumnos exhibieron, en un alto porcentaje, la positiva contribución que ha tenido en su aprendizaje el planteo de problemas de naturaleza económica para el abordaje de los mismos.

Así mismo, la percepción también favorable en cuanto a la relación entre las metodologías de enseñanza y evaluación, la claridad en la explicación de las formas de evaluar y el buen clima que caracterizó la relación docente-estudiante.
Es importante la información recabada a través de estos instrumentos a efectos de ser tenida en cuenta al momento de planificar las futuras acciones académicas.

Referencias

Abrate, R., Gabetta, I. y Pochulu, D. (2007). La enseñanza de la Matemática en ciencias económicas ¿en contexto o fuera de contexto?. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12, 53-62.

Araujo, S. (2014). *Docencia y enseñanza. Una introducción a la didáctica*. Buenos Aires. Universidad Nacional de Quilmes.

Córica, A. (2007). *El saber matemático, su enseñanza y su aprendizaje: la mirada de alumnos y profesores.* Buenos Aires.

Pochulu, M. y Rodriguez, M. (2015). *Educación Matemática*. Córdoba. Eduvim.

Schneebeerger, M. (2018). Enseñar, aprender y evaluar Matemática en carreras de ciencias económicas. *Gestando*, 20, 30-39.

128 PROGRAMACIÓN LINEAL CLÁSICA, PERO NO TANTO

Moriñigo, María Silvia - Condesse, Viviana Julia - Vazquez, Emiliano V.
Facultad de Ciencias Económicas, UBA – Facultad de Ciencias Económicas, UBA
Facultad Regional Avellaneda, UTN
msmori@econ.uba.ar – vjcondesse@hotmail.com - evazquez@fra.utn.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Programación lineal, Educación superior, Tecnología, Estrategia didáctica

Resumen

La incorporación y desarrollo de las TIC en todos los ámbitos de la vida y la sociedad requieren actualización y reflexión continuas sobre los modelos de enseñanza y aprendizaje. En este contexto, es habitual que los docentes revisen los propósitos de enseñanza, las estrategias didácticas, metodología y formas de evaluación; así como también nuevas formas de presentación de contenidos y materiales.
Resulta indispensable entonces contar con materiales didácticos adecuados a la propuesta pedagógica y en sintonía con los objetivos planteados. Los materiales didácticos representan un excelente recurso donde las actividades pueden presentarse en forma gradual, dinámica, actualizada, propendiendo diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje. Para que esto sea posible, deben ser: programados, adecuados, precisos y actuales, integrales, abiertos y flexibles, coherentes, transferibles y aplicables, significativos, válidos y fiables.
En la actualidad, y especialmente con la incorporación de las nuevas tecnologías, el docente se convierte en un intermediario entre el alumno y el conocimiento. Para ello el profesor debe generar situaciones metodológicas que propicien el cuestionamiento del alumno sobre los saberes adquiridos, la nueva información, y las decisiones a tomar.
En este trabajo se propone una secuencia para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos de la unidad didáctica de programación lineal. Para ello se proponen estrategias que tienden a potenciar el aprendizaje mediante el diseño de materiales que incluyen el uso de recursos tecnológicos.

1 Introducción

En la resolución ministerial 3400-E/2017 se establecen los contenidos curriculares básicos, la carga horaria mínima, los criterios de intensidad de la formación práctica y los estándares para la acreditación de la carrera de Contador Público en todas las Universidades del país. Todo diseño curricular de dicha carrera debe asegurar que los contenidos básicos sean adecuados y que, conjuntamente con la articulación entre áreas y asignaturas, garanticen la formación del graduado de acuerdo al perfil definido por la Facultad.

La programación lineal (PL) es una potente técnica de modelado que se utiliza en la toma de decisiones, donde en general, las soluciones no se obtienen a través de fórmulas cerradas, sino mediante algoritmos que permiten en cada iteración, ir acercándose a la solución óptima (Taha, 2012). Este procedimiento conlleva la aplicación de contenidos básicos estipulados en el área de Matemática como vectores, funciones y sistemas de ecuaciones lineales.

En la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA el primer contacto con la programación lineal se realiza en Álgebra, materia correspondiente al Primer Tramo del Ciclo General, común a todas las carreras de la Facultad. Los contenidos incluyen la resolución de problemas de PL por el método gráfico y la introducción al algoritmo Simplex.

La educación siempre ha sido un factor influyente en el progreso de la sociedad como consecuencia del avance individual de cada uno de sus miembros. Sin embargo, adquiere especial relevancia en el mundo actual que vive transformaciones vertiginosas producto del desarrollo no menos acelerado de la ciencia y la tecnología.

En un momento en que la oferta de información supera ampliamente a la demanda, es necesario que el sujeto en general, y el alumno en particular, cuente con recursos cognitivos para enfrentar los diferentes desafíos que puedan presentarse. Algunos de ellos son: *la infoxicación,* entendida como la saturación informativa; la caducidad del conocimiento, que hace necesario actualizar no solo el conocimiento sino también el acceso al mismo; y la utilización de múltiples lenguajes comunicativos. (Monereo et al, 2014)

En esta realidad, resulta imprescindible un continuo cuestionamiento de las relaciones entre profesores, alumnos y conocimiento; y una revisión de los materiales didácticos utilizados. Estos instrumentos cumplen una función muy importante, pues tienen una finalidad de enseñanza y expresan una propuesta pedagógica. Según Mena (2011), los materiales deben: favorecer la autonomía; despertar curiosidad y motivar al alumno; recuperar saberes previos y relacionarlos con los nuevos que se proponen; facilitar el logro de los objetivos de la materia; presentar la información en forma adecuada; posibilitar el proceso de aprendizaje; permitir a los estudiantes contactarse con problemas y situaciones reales.

García Aretio (2006) sostiene que, para cumplir con estas funciones, los materiales didácticos deben ser: programados, adecuados, precisos y actuales, integrales, abiertos y flexibles, coherentes, transferibles y aplicables, significativos, válidos y fiables.

En este trabajo se presenta una secuencia didáctica para el tratamiento de modelos de maximización de la unidad didáctica de PL. Para ello se proponen estrategias que tienden a potenciar el aprendizaje mediante el diseño de materiales que incluyen el uso de recursos tecnológicos.

2 Estrategia didáctica

Desde la perspectiva pedagógica no puede pretenderse que un estudiante entienda la mecánica de un algoritmo sin emplearlo en la práctica. La experimentación numérica, ya sea manual o con calculadora, enmascara la utilidad de los métodos y los convierte en algo tedioso. Un ejemplo de esta situación es el método Simplex, que se aplica a la resolución de problemas de PL. Por ese motivo, la estrategia didáctica propuesta complementa la enseñanza de PL con la incorporación de las TIC.

Actualmente se pueden encontrar en la Web diversas herramientas y materiales didácticos que resultan aptos como complemento a la enseñanza tradicional de PL. En este trabajo se utilizan los software Geogebra y WinQSB. La elección recayó sobre estos programas porque no requieren instalación previa, ni aprendizaje de habilidades especiales. Ello supone un ahorro de tiempo y esfuerzo que permite incorporar fácilmente estas herramientas sin necesidad de una reestructuración integral de las clases ni del material utilizado habitualmente.

GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de Matemática, que la mayor parte del alumnado ha manejado para otras aplicaciones. WinQSB (*Quantitative System Business*) es un sistema interactivo de ayuda a la toma de decisiones que cuenta con un módulo que permite resolver problemas de PL mediante el algoritmo Simplex, incluyendo gráficos y análisis post-óptimo.

La integración de Geogebra para la enseñanza de PL favorece la visualización, que permite crear imágenes mentales que tienen significado y ayuda a comprender los conceptos matemáticos; el reconocimiento de conjuntos de soluciones factibles (CSF) acotados y no acotados; la identificación de los vértices del CSF y las soluciones óptimas; la comprensión del análisis de sensibilidad; el pasaje al registro algebraico de resolución de problemas de PL mediante el algoritmo Simplex y la identificación de la variables intervinientes.

La incorporación de WinQsb como complemento a los métodos de enseñanza tradicionales de PL favorece la comprensión de conceptos, obviando la limitación que significa la complejidad de los cálculos en el desarrollo del algoritmo; la reflexión sobre la construcción del modelo y el análisis de resultados; el estudio de problemas reales; la comprobación de sus intuiciones y relaciones *a priori* del modelo, a través del análisis de sensibilidad.

3 Secuencia didáctica

La secuencia de aprendizaje que se plantea en este trabajo busca crear lazos entre diferentes tipos de lenguajes que propicien la codificación y decodificación; los distintos gráficos y tablas que promuevan la interpretación; y diversas herramientas, que procuren alcanzar los fines planteados

El objetivo general de esta propuesta es organizar contextos que permitan al estudiante una mayor independencia y responsabilidad de su propio aprendizaje.

Se plantean como objetivos específicos:

- Promover el trabajo activo de los estudiantes mediante el uso de dos software de disímiles características.
- Plantear situaciones didácticas que despierten interés en los alumnos.
- Diseñar ejercitación tendiente a relacionar conceptos, conectar con saberes adquiridos, predecir soluciones.
- Incentivar el descubrimiento de nuevas estrategias que permitan alcanzar los mismos resultados.
- Propender al análisis de datos, y planteamiento de situaciones probables
- Proporcionar diferentes estilos de representación para un mismo problema.

En el desarrollo de los diferentes temas se conjuga el uso de estrategias tradicionales con el soporte de las herramientas tecnológicas. Se plantean situaciones problemáticas, graduadas en complejidad, que se resuelven en forma gráfica y mediante el método Simplex alternativamente. Se repite la estrategia para el análisis post- óptimo; se busca el acercamiento al tema mediante el estudio del gráfico, facilitando la elaboración de hipótesis, el análisis de alternativas y la producción de conclusiones. Es esperable que la utilización de los recursos tradicional y tecnológico en forma combinada favorezca el cumplimiento de los objetivos planteados.

3.1 Modelo de PL con dos variables por método gráfico y algoritmo Simplex

Se presentan diferentes alternativas para:

- Identificar modelos de programación lineal a partir de un gráfico

Ejercicio 1

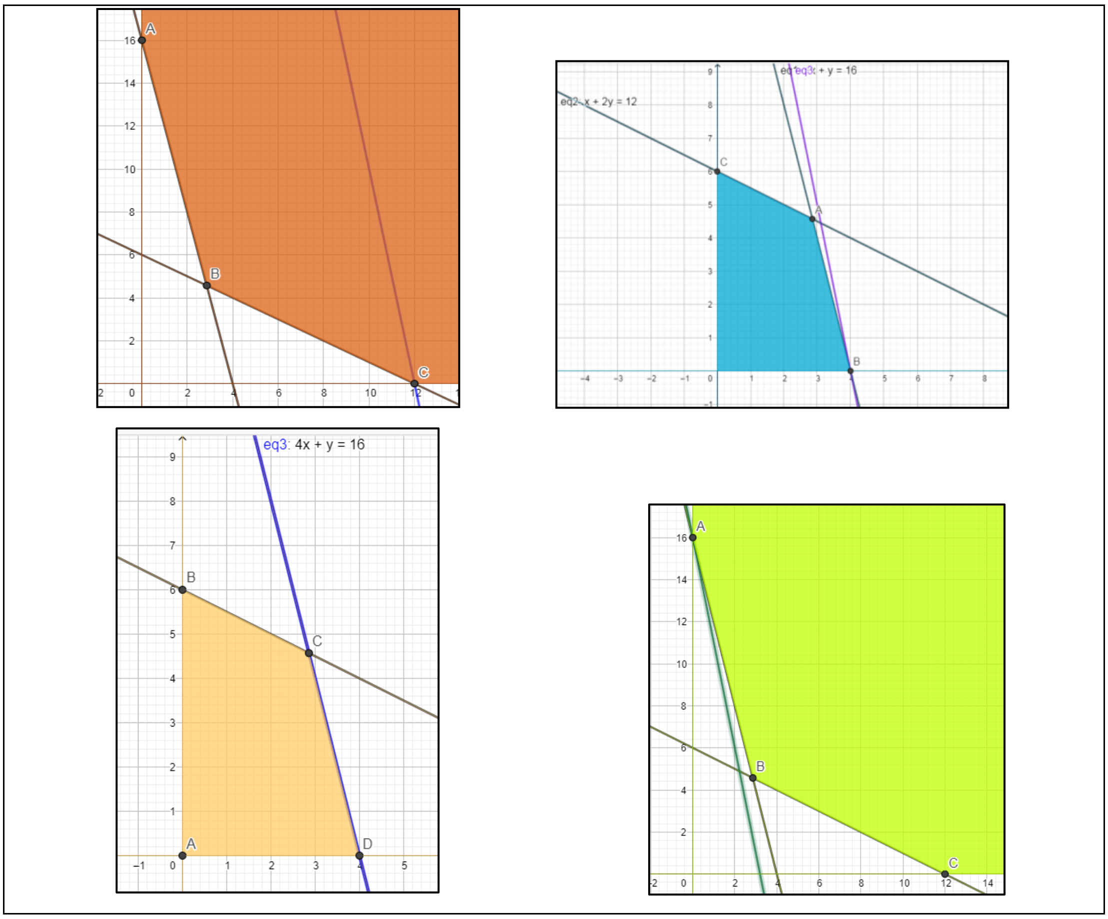
Asocie cada uno de los siguientes modelos con el gráfico correspondiente.

$$\max \quad z = 5x + y \qquad s.a. \begin{cases} 4x + y \le 16 \\ x + 2y \le 12 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$

$$\max \quad z = 5x + y \qquad s.a. \begin{cases} 4x + y \ge 16 \\ x + 2y \ge 12 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$

$$\min \quad z = 5x + y \qquad s.a. \begin{cases} 4x + y \ge 16 \\ x + 2y \ge 12 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$

$$\max \quad z = 8x + 2y \qquad s.a. \begin{cases} 4x + y \le 16 \\ x + 2y \le 12 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$



- Reconocer tablas intermedias y finales, distinguir los elementos intervinientes e interpretar su significado

Ejercicio 2

Las siguientes tablas corresponden a problemas de maximización de programación lineal. Indicar en cada caso:

i. Cantidad de variables y restricciones del problema

ii. Soluciones óptimas

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	10,0000	5,0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	3,0000	4,0000	1,0000	0	0	12,0000	4,0000
Slack_C2	0	2,0000	1,0000	0	1,0000	0	4,0000	2,0000
Slack_C3	0	4,0000	3,0000	0	0	1,0000	8,0000	2,0000
	C(j)-Z(j)	10,0000	5,0000	0	0	0	0	

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	4,0000	6,0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0	0	1,0000	1,0000	-3,0000	40,0000	
X2	6,0000	0	1,0000	0	1,0000	-1,0000	60,0000	
X1	4,0000	1,0000	0	0	-1,0000	2,0000	40,0000	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	-2,0000	-2,0000	520,0000	

- Establecer relaciones entre las soluciones obtenidas por el método gráfico y el algoritmo Simplex.

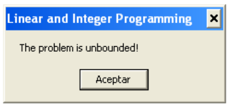
Ejercicio 3

Relacionar cada una de las siguientes tablas Simplex finales con algún gráfico del ejercicio 1. Justificar.

		X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	5,0000	1,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	5,0000	1,0000	0,0000	-0,2857	0,1429	0,2857	-0,1429	2,8571	M
X2	1,0000	0,0000	1,0000	0,1429	-0,5714	-0,1429	0,5714	4,5714	32,0000
	C(j)-Z(j)	0	0	1,2857	-0,1429	-1,2857	0,1429	18,8571	
	* Big M	0	0	0	0	-1,0000	-1,0000	0	

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2		
Basis	C(j)	5,0000	1,0000	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	5,0000	1,0000	0,2500	0,2500	0	4,0000	
Slack_C2	0	0	1,7500	-0,2500	1,0000	8,0000	
	C(j)-Z(j)	0	-0,2500	-1,2500	0	20,0000	

		X1	X2	Surplus_C1	Surplus_C2	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	5,0000	1,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	5,0000	1,0000	2,0000	0	-1,0000	0	1,0000	12,0000	M
Surplus_C1	0	0	7,0000	1,0000	-4,0000	-1,0000	4,0000	32,0000	M
	C(j)-Z(j)	0	-9,0000	0	5,0000	0	-5,0000	60,0000	
	* Big M	0	0	0	0	-1,0000	-1,0000	0	



3.2 Conjunto solución y curvas de nivel

- Analizar número de soluciones y estudiar curvas de nivel

Ejercicio 4

Se debe formular un alimento que contenga 3 componentes nutritivos básicos en las siguientes cantidades, como mínimo: 45 g. de lípidos, 56 g de hidratos de carbono y 60 g de proteínas. Para ello se dispone en el mercado de dos productos cuya composición en los tres componentes nutritivos básicos es la siguiente:
Producto A: contiene 10 g/u de lípidos, 7 g/u de hidratos de carbono y 5g/u de proteínas.
Producto B: contiene 5 g/u de lípidos, 7 g/u de hidratos de carbono y 15 g/u de proteínas.
Sabiendo que el costo del producto A es de $6/u y el de B es de $8/u,

i. Plantear y resolver el modelo lineal que permita obtener un alimento que cumpla con los requerimientos nutritivos y tenga costo mínimo
ii. Con el soporte de GeoGebra, determinar el CSF y las coordenadas de los vértices correspondientes ¿Cómo se describiría geométricamente la región encontrada?
iii. Dibujar la función objetivo que pasa por el centro de coordenadas; cuál es su ecuación?
iv. Dibujar la función objetivo que representa un costo total de $62/u, ¿qué particularidad se observa con respecto a la trazada en iii? ¿Por qué punto del CSF pasa?
v. Utilizando el deslizador de GeoGebra sobre la función objetivo, analzar los resultados que se obtienen y sacar conclusiones.
vi. Teniendo en cuenta el CSF hallado, se puede inferir que el problema presentado siempre tendrá una única solución, independientemente del costo de cada producto?¿Por qué?¿En qué casos podría tener el problema infinitas soluciones?

Solución

3.3 Análisis de sensibilidad

3.3.1 Cambios en la disponibilidad de recursos

- Introducir y desarrollar el concepto de precio sombra

Ejercicio 5

Una fábrica de equipos electrónicos construye amplificadores y altoparlantes. Debido a su capacidad puede construir hasta 100 unidades diarias en total. Una convención le obliga a exportar a otras provincias la mitad de los amplificadores que fabrica y la tercera parte de los altoparlantes, pero por un problema de transporte no puede exportar más de 40 unidades por día. Cada amplificador deja un beneficio de $50 y cada altoparlante deja $60

i. Plantear el modelo lineal que permite obtener el máximo beneficio con la fabricación de los equipos electrónicos.

ii. Resolver utilizando GeoGebra, y escribir las soluciones encontradas
iii. Si la disponibilidad de fabricación total aumentara a 110 unidades; es decir, se incrementara el recurso en 10 unidades, ¿qué variación se produciría en el beneficio total?

Solución

- Inferir el concepto de precio sombra a través del gráfico

Ejercicio 6

Una repostera dispone de 10 kg de azúcar y de 10 docenas de huevos para realizar el relleno de dos tipos de tartas: de ricota y de crema pastelera. La de ricota necesita medio kg de azúcar y 8 huevos; la de pastelera requiere la misma cantidad de huevos y el doble de azúcar. Se estima que cada tarta de ricota aporta una utilidad de 8 dólares, y la de pastelera, 10 dólares. Utilizando GeoGebra, determinar:

i. La cantidad de cada tipo de tarta que debe elaborar para que la utilidad sea máxima.
ii. La ganancia máxima que obtiene.
iii. En caso que se produjese, la variación en la ganancia si se incrementara en 1 kg la disponibilidad de azúcar. Esa variación se conoce con el nombre de *precio sombra*
iv. El precio máximo aceptable del kg de azúcar para que la producción de tartas continúe resultando rentable.

Solución

- Inferir el intervalo de factibilidad a través del gráfico

Ejercicio 7

Dado el siguiente problema de PL:

$$\max \quad z = 4x + y$$
$$s.a.\begin{cases} 6x + 2y \le 120 \\ x + 4y \le 100 \\ 5x + 4y \le 150 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$$

i. Verificar gráficamente que la solución óptima es 105 para x =y =15
ii. Determinar restricciones activas y no activas, en caso que existan
iii. ¿Cuál es el precio sombra de una restricción no activa?
iv. Utilizar Geogebra para determinar el intervalo de variación del recurso 1 que conserva la solución óptima

Solución

3.3.2 Cambios en los coeficientes de la función objetivo

- Deducir el intervalo de optimalidad a través del gráfico

Ejercicio 8

La empresa Mr. Zumo produce concentrados de jugos de dos líneas: light y diet. Dispone de una provisión limitada de sacarosa, una capacidad restringida de embotellamiento y un mercado limitado para el jugo light, que se reflejan en el siguiente cuadro:

Recurso	Jugos light	Jugos diet	Disponibilidad mensual
Sacarosa	0,1 g	0,6 g	2000 g
Embotellamiento	1 botella	1 botella	6000 botellas
Mercado	1 botella		4000 botellas

La gerencia comercial de la empresa estima que cada botella de jugos light proporciona una ganancia de $20, mientras que la de jugos diet es $30 superior.

i. Determinar gráficamente la cantidad de botellas de cada tipo de jugo necesarias para obtener la máxima ganancia e indicar cuánto vale.
ii. Si se mantienen las restricciones del problema, usar Geogebra para determinar gráficamente si es posible hallar

otra función objetivo para la que el plan de producción siga siendo óptimo.

iii. En caso afirmativo, ¿es única la función?

iv. Señalar, en caso que exista, el intervalo de variación de la pendiente de la nueva función objetivo para el que el plan de producción del inciso i es óptimo.

Solución

- Interpretar los resultados que arrojan las tablas Simplex final y de análisis post-óptimo dadas por WinQSB.

Ejercicio 9

Dado un problema clásico de maximización de programación lineal se obtienen las siguientes tablas

Tabla 1

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3	Slack_C4		
Basis	C(j)	50,0000	40,0000	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X1	50,0000	1,0000	0	0,2500	-0,5000	0	0	3,0000	
X2	40,0000	0	1,0000	-0,1250	0,7500	0	0	1,5000	
Slack_C3	0	0	0	0,3750	-1,2500	1,0000	0	2,5000	
Slack_C4	0	0	0	0,1250	-0,7500	0	1,0000	0,5000	
	C(j)-Z(j)	0	0	-7,5000	-5,0000	0	0	210,0000	

Tabla 2

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	3,0000	50,0000	150,0000	0	basic	20,0000	60,0000
X2	1,5000	40,0000	60,0000	0	basic	33,3333	100,0000
Objective	Function	(Max.) =	210,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	24,0000	<=	24,0000	0	7,5000	20,0000	36,0000
C2	6,0000	<=	6,0000	0	5,0000	4,0000	6,6667
C3	-1,5000	<=	1,0000	2,5000	0	-1,5000	M
C4	1,5000	<=	2,0000	0,5000	0	1,5000	M

1. A partir de la información de la Tabla 1, indicar:

i. Cantidad de variables y restricciones del problema, y función objetivo

ii. Solución óptima

iii. Existencia de recursos saturados y/o disponibilidad de cada uno de ellos

iv. Costos de oportunidad

2. A partir de la información de la Tabla 2, hallar:

i. Intervalos de optimalidad de los coeficientes de la función ofjetivo e interprete su significado

ii. El costo de una unidad adicional de cada uno de los recursos

iii. Intervalos de factibilidad de los recursos

- Ejercitación integradora

Ejercicio integrador

Para el estudio del plan de producción a seguir durante el próximo período se dispone de los siguientes datos:

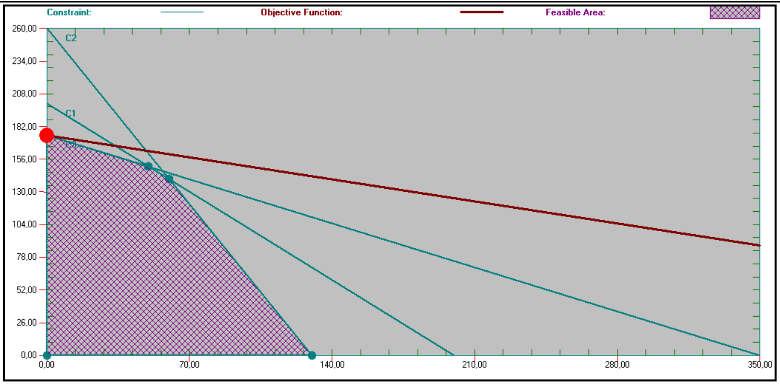
	PRODUCTO A	PRODUCTO B	DISPONIBILIDADES
MATERIA PRIMA	1	1	200 unidades
MANO DE OBRA	2	1	260 horas/hombre
FONDOS	1000	2000	350000
CONTRIBUCIÓN NETA	100	400	

En base a esta información:

a. Definir el significado concreto de todos los elementos del vector “Producto A”

b. Plantear el modelo matemático que describa todas las alternativas posibles de producción y permita detectar la óptima.

c. A partir del gráfico correspondiente al modelo:



i. Analizar si existe un nivel de producción para el que se utilicen todas las disponibilidades. Justificar la respuesta. ¿Qué método analítico usaría para demostrarlo?

ii. Indicar cuántas soluciones óptimas tiene el problema.

iii. Modificar el problema de manera tal que tenga las mismas restricciones e infinitas soluciones. ¿Cuántas posibilidades hay?

d. Calcular cuántas horas/hombre se necesitan para que se utilicen todas las disponibilidades.

e. A partir de la tabla Simplex óptima:

		X1	X2	Slack_C1	Slack_C2	Slack_C3		
Basis	C(j)	100,0000	400,0000	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0,5000	0	1,0000	0	-0,0005	25,0000	
Slack_C2	0	1,5000	0	0	1,0000	-0,0005	85,0000	
X2	400,0000	0,5000	1,0000	0	0	0,0005	175,0000	
	C(j)-Z(j)	-100,0000	0	0	0	-0,2000	70.000,0000	

i. Mostrar el plan de producción que maximiza el beneficio

ii. Indicar si hay excedente en las disponibilidades. ¿De cuánto es en cada caso?

f. Con base en la tabla siguiente:

	20:09:58		Monday	April	01	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	100,0000	0	-100,0000	at bound	-M	200,0000
2	X2	175,0000	400,0000	70.000,0000	0	basic	200,0000	M
	Objective	Function	(Max.) =	70.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	175,0000	<=	200,0000	25,0000	0	175,0000	M
2	C2	175,0000	<=	260,0000	85,0000	0	175,0000	M
3	C3	350.000,0000	<=	350.000,0000	0	0,2000	0	400.000,0000

i. Indicar para qué valores de la contribución neta del producto B conviene fabricarlo exclusivamente.

ii. ¿Para qué valores de la contribución neta del producto A, el plan de producción es óptimo?

iii. Justificar a qué costo se podrían incorporar unidades adicionales de cada uno de los recursos.

4. Algunas consideraciones y trabajos futuros

En este trabajo se han abordado problemas de maximización, sin soslayar las normas generales de la cátedra. En el contexto de la asignatura Álgebra, los problemas de minimización se resuelven gráficamente y, en el caso de utilizar el método Simplex, a partir del planteo del problema dual asociado. De esta forma, la secuencia presentada que incorpora herramientas tecnológicas para el caso de maximización es perfectamente adaptable.

Además de los softwares utilizados, se investigó el funcionamiento de PHP Simplex, Métodosimplex.com, Simplex calculator y Jsimplex, entre otros. Utilizan el método gráfico para la resolución de problemas de PL con dos variables y el algoritmo Simplex para dos o más variables. Puede resultar interesante comparar las distintas presentaciones de las tablas; así como también estudiar las soluciones y tablas obtenidas por otros métodos, como Branch&Bound utilizado por Excel.

Algunas consideraciones sobre la propuesta didáctica presentada son:

- Los enfoques de resolución de modelos de PL tanto desde el punto de vista formal como mediante la utilización de un software son complementarios, fácilmente compatibles y de diversa utilidad según el contexto de análisis.
- El uso de GeoGebra busca, a través de una herramienta conocida por los alumnos, dotar de significatividad gráfica a conceptos que usualmente aprenden de manera algorítmica.
- La utilización de WinQsb debe hacer especial hincapié en las salidas del software relativas a la solución y análisis de sensibilidad
- Las distintas miradas favorecen el aprendizaje de los contenidos en forma de espiral (Bruner), ascendiendo en distintos niveles de complejidad, regresando a los temas ya adquiridos, para ampliar fehacientemente sus conocimientos.

Referencias y bibliografía

Bruner, J.S. (1963). *El proceso de la educación*. México: UTEHA

Cabero, J. (2001). *Tecnología Educativa. Diseño y utilización de medios en la enseñanza*. Madrid: Paidós Ibérica

Crespo,K. (2016). Módulo 1: Los materiales didácticos, una creación del docente. En: Diseño de materiales educativos digitales. El docente como gestor inteligente de la información. 3a ed. dentro del Programa Virtual de Formación Docente del Centro de Innovación en Tecnología y Pedagogía de la Secretaría de Asuntos Académicos del Rectorado de la Universidad de Buenos Aires.

García Aretio, L. (2006). *Materiales de Calidad*. Editorial del BENED.

Mena, M.(2001). Los materiales en educación a distancia. En Programa de Formación Integral a Distancia. Plan Maestro. Año 2. Evaluación de Recursos Educativos.Corrientes: UNNE.

Monereo, C.; Castelló, M; Clariana, M; Palma, M.; Perez, M.L. (1999). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en la escuela*. Barcelona: Editorial Graó.

Taha, H.A. (2012). *Investigación de Operaciones*. México: Prentice Hall.

135 CONSTRUYENDO SIGNIFICADOS: UN ENFOQUE DIFERENTE PARA LA COMPRENSION MATEMATICA DE LA REALIDAD

Benítez Velma Marina, Nuñez Norma Elizabeth, Pagnoni Liliana Ruth, Salinas Daniel Alejandro, Sánchez Esteban David
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Misiones
vbenitez@fce.unam.edu.ar, nnunez@fce.unam.edu.ar, lrpagnoni@fce.unam.edu.ar,
salinasdanielalejandro@hotmail.com, estebannnsan@gmail.com
Especialidad: Educación Matemática
Palabras claves: comprensión; problemas; grupos; metodología; aula-taller.

RESUMEN

Los problemas que presentan los alumnos de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNaM son un reflejo de las dificultades existentes en la articulación entre la enseñanza media y la superior, lo cual incide de forma relevante en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. El hecho de encontrar la solución de un problema matemático genera un sinnúmero de actividades susceptibles de evaluación: la interpretación de enunciados, el trabajo de cada individuo, la discusión y análisis de cada grupo, la presentación del informe consensuado, la puesta en valor de los resultados obtenidos y la transferencia de los conocimientos adquiridos.
Los resultados de las pruebas "Aprender" del año 2018 evidenciaron la necesidad de revisar cómo se enseña matemática. El 69% de los alumnos de quinto y sexto año tienen serias dificultades para resolver operaciones matemáticas mientras que el 35% del total de los alumnos consultados han dicho que nunca aplican los conocimientos matemáticos en la vida cotidiana. Asimismo, el 50% reconoció que lo hace "rara vez". Por esta razón, se buscan las vías para una nueva "metodología adaptable a su realidad", como forma de comenzar a implementar nuevas prácticas innovadoras en el aula, a la vez que se habrá de fortalecer la formación docente.
Ante esta situación resulta necesario readaptar la didáctica matemática y llevarla a un estilo desafiante u optar por una pedagogía práctica y tangible, ya que la vida cotidiana está llena de problemas reales que demandan comprensión y dominio matemático.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se relaciona con el proyecto de extensión que dio inicio en el presente año. La inquietud que nos lleva a presentarlo surge de la observación del desempeño de los alumnos ingresantes en el área matemática del ciclo de nivelación, ya que los docentes que están a cargo del dictado de las clases han observado año tras año, las dificultades que tienen los estudiantes al intentar resolver las actividades presentadas en el cuadernillo de actividades prácticas , la interpretación de las consignas y la incorrecta implementación de estrategias para la resolución de las mismas.

FUNDAMENTACIÓN

El objetivo del proyecto es generar un replanteo de las estrategias metodológicas utilizadas por el docente, a fin de lograr un aprendizaje significativo y el mejoramiento académico de los alumnos , como así también evaluar el nivel del desarrollo potencial de los estudiantes para conseguir la solución colaborativa de las situaciones problemáticas.
Haciendo mención a la teoría de Lev Vygotski, las capacidades de solucionar problemas pueden ser de tres tipos:

a) Aquellas realizadas independientemente por el estudiante.
b) Aquellas que no pueden realizar aún con ayuda.
c) Aquellas que caen entre estos dos extremos, la que puede realizar con ayuda de otro.

Lev Vygotsky sostiene que las funciones psicológicas superiores son el resultado de la influencia del entorno, de la interacción con el medio, otorgando especial importancia a los escenarios sociales, donde se promueva el trabajo en equipo, potenciando el análisis crítico, para la resolución de problemas que en soledad a los estudiantes se les complicaría.

Este autor sostiene que cada persona tiene el dominio de una Zona de Desarrollo Real , determinado por la capacidad de resolver problemas de manera independiente y una zona de desarrollo potencial , determinada por la capacidad de resolver problemas bajo la orientación de un guía, el profesor o con la colaboración de sus compañeros más capacitados. La diferencia entre estos dos niveles lo denomino Zona de Desarrollo Próximo. Se podría decir que es la gama de habilidades que el estudiante es capaz de realizar con asistencia, que no podría hacerlo de manera independiente. Es importante considerar que la zona de desarrollo próximo es un objetivo móvil, es decir a medida que el estudiante adquiere nuevas destrezas y habilidades esta zona avanza progresivamente, permitiéndole progresar en su camino de aprendizaje.

El docente debe ser capaz de determinar la zona de desarrollo próximo en la que se encuentra el alumno y formular objetivos que se proponga lograr en el proceso de enseñanza y aprendizaje, de manera tal de que éste aprenda a intercambiar opiniones, las internalice y utilice un lenguaje propio en sus interacciones con el entorno social.

DESARROLLO

La implementación de talleres como complemento de las clases áulicas convencionales favorecen las competencias cognitivas en el momento de la construcción de conocimientos significativos en los estudiantes que comienzan sus estudios superiores y tienen falencias en el campo de la matemática. Dichos talleres se desarrollan en simultáneo con el dictado de las clases de matemática del ciclo de nivelación, durante el mes de febrero.

En la implementación de los mismos, la metodología utilizada es el trabajo en grupos de hasta cuatro integrantes, en la modalidad de aula – taller, un espacio de relación alumno – conocimiento – docente, complementarios al aula tradicional.

Construir un espacio que promueva la reflexión y el análisis de los contenidos abordados en los niveles de escolaridad previos, orientados a la solución de situaciones problemáticas, nos pareció pertinente para la socialización de estrategias, análisis de planteos e intercambio de saberes.

Para desarrollar tal competencia en la resolución de problemas que demanden comprensión y dominio matemático, se realizaron cuatro talleres:

Taller 1:	“Rescatando saberes”
Taller 2:	“Modelos económicos simples”
Taller 3:	“Estudios de las relaciones funcionales a partir de sus distintas formas”
Taller 4:	“Invirtiendo capitales”

Con el desarrollo de estos talleres, se pretende que la metodología aplicada permita a los participantes adecuar sus saberes a distintas situaciones problemáticas, distinguiendo los elementos relevantes para el análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo de la actividad.

Los criterios metodológicos que orientan la acción son los siguientes:

- Búsqueda y análisis de bibliografía para la selección de las actividades a implementar en el aula-taller.

- Diseño del material didáctico a utilizar durante los cuatro encuentros.
- Propiciar la participación y la construcción de nuevos conocimientos a partir de los saberes.
- Implementación de acciones para generar la autorreflexión y el diálogo entre los grupos.

Al final de cada encuentro se solicita a los estudiantes , que respondan una encuesta vía online, para su evaluación individual, y para que estime cuáles han sido los aportes que le proporcionó cada actividad desarrollada en los talleres como nueva forma de aprendizaje.

A continuación detallamos un ejemplo de las dificultades en la interpretación de consignas e incógnitas:

Matemática – ciclo de nivelación – TALLER III.

“Estudios de las relaciones funcionales a partir de sus distintas formas”

LUGAR: UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES – FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS.

FECHA: 01/03/2019

HORARIO: 14:00 – 16:00 hs

Informe.

El taller realizado este día estaba destinado a la resolución de problemas encuadrados en la unidad conceptual N°3 correspondiente al ciclo de nivelación, con un total de 90 alumnos.

En el mismo se hizo especial énfasis en la resolución de problemas involucrados con cálculo porcentual en diferentes contextos, tanto correspondiente a cantidades enteras, significado, reglas operatorias e interpretación.

El tutorial de actividades, constaba de 8 problemas en los que se solicitaba calcular que porcentaje representa un valor “x” de una cantidad entera “y” o recíprocamente, estableciendo a través de estos enunciados recapitular el cálculo de porcentaje mediante la ecuación $x\% = \frac{x}{y}.100$ desde el cuál se hizo hincapié en la aplicación de “procedimientos correctos”.

En una segunda parte del tutorial se propone problemas de aplicación de índole económica, como ser, el cálculo de bonificaciones, recargos, costos de compra y venta, su interpretación y plantear la correcta resolución.

Consideremos el siguiente problema y su análisis didáctico.

PROBLEMA 2: Al adquirir un vehículo cuyo precio es de $88000, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

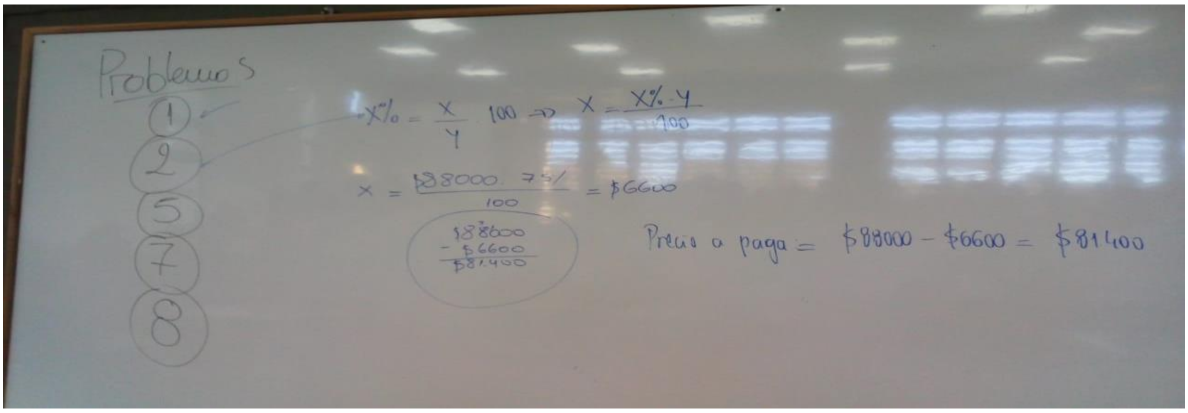
En este problema se observa que los alumnos:

No comprenden palabras claves como “descuento”, o bien la expresión “adquirir un vehículo” no la interpretan como compra del vehículo.

La falta de conocimiento de cómo calcular el porcentaje de una cantidad dada genera imposibilidad de resolución correcta del mismo.

Por estas razones fue necesaria la intervención de los docentes para explicar el significado de las palabras claves, ejemplificando en el contexto del problema, además de considerar un ejemplo en otro contexto para explicar el cálculo de porcentaje de una cantidad.

Luego de esta intervención, se invita a los alumnos a que sigan pensando en la resolución del problema, de donde se desprende el siguiente procedimiento:

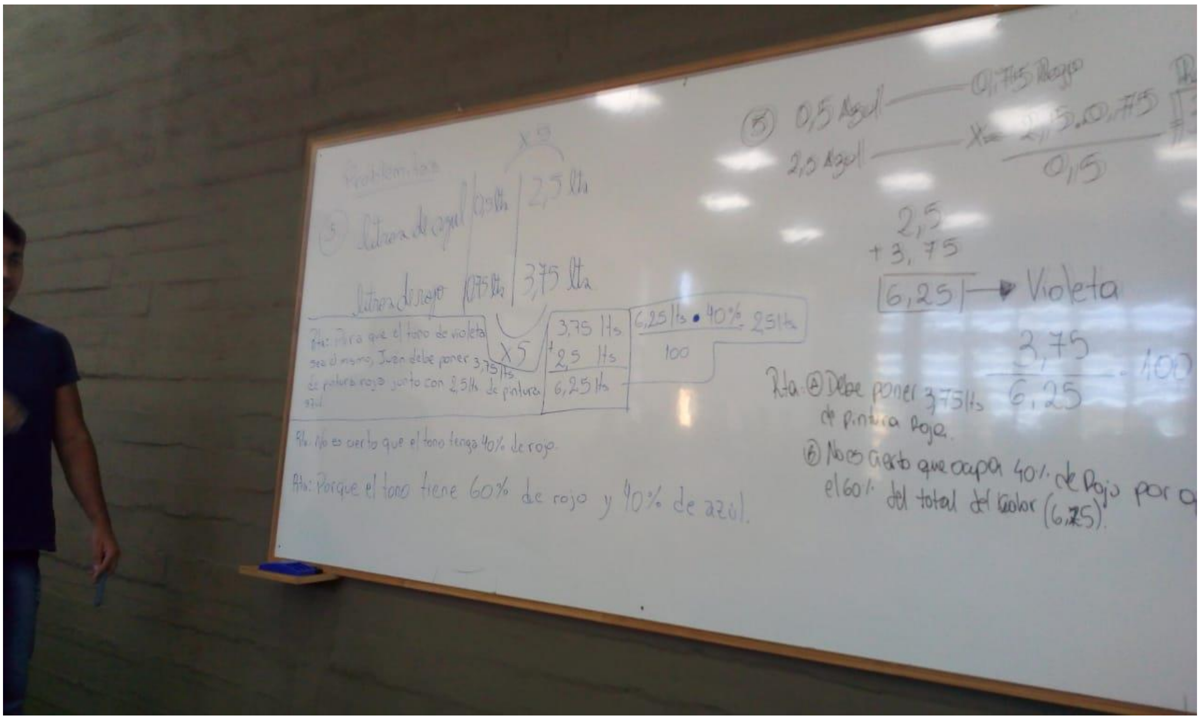


Basados en esto podemos evidenciar que el alumno carece de mecanismos algorítmicos, no comprenden las reglas de sintaxis o bien el orden de los cálculos para la correcta resolución del problema, por ejemplo cuando realizan una resta desordenada y no puede hacerse una lectura correcta y continua del procedimiento utilizado, por lo que fue necesaria nuevamente la intervención del docente, para finalizar otro gran déficit es la inexistencia de respuestas al problema, ya que este deja una pregunta, los alumnos se enfocan en calcular un resultado pero no dan una respuesta escrita y acorde al contexto del problema.

Consideramos, ahora el siguiente problema y su análisis.

PROBLEMA 5: Para formar el color violeta que uso al pintar un panel, Juan mezcló 0,5 litros de azul por cada 0,75 litros de rojo. ¿Cuánta pintura roja debe poner junto con 2,5 litros de azul para asegurarse de que el tono de violeta sea el mismo?¿Es cierto que este tono tiene 40% de rojo?¿por qué?

Por la complejidad del problema decidimos realizar un análisis didáctico de él.



Basados en el procedimiento del problema podemos determinar una serie de cuestiones como:

Problemas de interpretación de datos, ya que los mismos cuentan con unidades de medición, cantidades decimales, enteras, relación de dependencia entre datos correspondientes a cantidades y precios.

Aplicación de procedimientos incorrectos o poco fundamentados como “regla de tres simple”.

El desorden en el procedimiento, dificulta la posibilidad de interpretar resultados y procedimientos.

Cabe decir en este momento, que los procedimientos expuestos en la fotografía son de distintos grupos, quienes aplicaron procedimientos distintos y con diferente interpretación aunque con errores comunes, los cuales deben ser corregidos con la intervención del docente.

De las observaciones generales de la clase se pueden generalizar algunos ítems.

- Buena predisposición al momento de la resolución de problemas de manera grupal.
- Demuestran interés por el contexto de los problemas.
- Dificultad de entender ciertas palabras claves para la resolución de problemas.
- Falta de orden de cálculos y operaciones.
- Imposibilidad de establecer una respuesta adecuada.

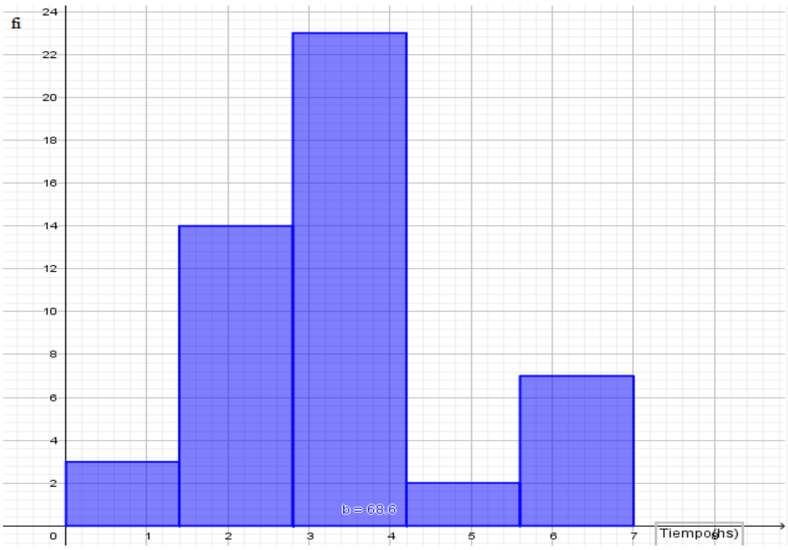
En base a estos ítems se prestó atención principalmente aquellos que evidencian dificultades en el aprendizaje, estas se trabajaron mediante dos estrategias: “lectura grupal de los enunciados” de esta manera se explicaban las palabras claves de cada problema, además de la “puesta en común” de diferentes procedimientos correctos o incorrectos para comparar y para poder corregirlos mediante la intervención docente.

Para concluir podemos establecer que, si bien los alumnos muestran dificultad en entender los enunciados de algunos problemas, interpretación de datos, y aplicación de procedimientos correctos están en condiciones de superar esta dificultad mediante un aprendizaje guiado por parte de los diferentes docentes que formen parte de su formación profesional.

RESULTADOS DEL TALLER N° 1

Presentamos a continuación el análisis de una de las encuestas realizadas on line a los alumnos participantes del primer taller.

Uno de nuestros interrogantes se refiere al tiempo (horas semanales) que dedican para estudiar Matemática fuera del horario de las clases y, en base a la encuesta obtuvimos que, en promedio, los alumnos que participaron del Taller 1 dedican 3,37 hs semanales para estudiar Matemática y, como máximo, 7 horas semanales.



Fuente: Datos propios

Al representar gráficamente la información, a través de un histograma, un 76 % de los participantes estudian entre 1,4 y 4,2 horas

Con respecto a las variables referidas a cuán interesantes les resultaron las situaciones planteadas, se puede informar que a 27 de los alumnos participantes del Taller 1, los problemas le parecieron muy interesantes, y a 20 les resultaron regulares.

Con respecto al grado de dificultad, no les resultaron difíciles porque 37 de los 40 alumnos que respondieron la encuesta, dicen que son regulares y sólo 2 que son fáciles.

El 92,5% de los alumnos contestaron que el trabajo grupal favoreció su aprendizaje de la Matemática.

	Frecuencia				
	Muy Bueno	**Bueno**	**Regular**	**No contesta**	**Total general**
Favoreció	15	20	2	9	46
No favoreció		3			3
Total general	**15**	**23**	**2**	**9**	**49**

Fuente: Datos propios

Valoración del taller 1 y de la puesta en común: de los 23 alumnos que valoraron el Taller 1 como Bueno, 19 opinaron que la puesta en común resultó Buena ó Muy Buena. Además, de los 15 alumnos que lo clasificaron cómo Muy Bueno, la totalidad valoró la puesta en común cómo Buena ó Muy Buena.

El 95% de los alumnos que respondieron la encuesta valoraron la puesta en común cómo Buena ó Muy Buena para la comprensión de los contenidos matemáticos.

CONCLUSIÓN

En nuestro proyecto de extensión cuyos destinatarios son los ingresantes a la facultad de ciencias económicas en las carreras de grado y pregrado, se realizaron cuatro talleres cuyas actividades consistían en un noventa por ciento problemas de aplicación a la economía de temas desarrollados en clases tradicionales. Los mismos se trabajaron en jornadas de tres horas reloj, donde se pretendía readaptar la didáctica a fin de lograr un aprendizaje significativo, los alumnos al principio se resistían al trabajo en grupos puesto que la mayoría proviene de escuelas del tipo de enseñanza tradicional , y además recién empezaban a conocerse, no obstante esto al responder la encuesta un 93,9 % opino que les favoreció a su proceso de aprendizaje de la matemática el interrelacionarse con sus pares , como así también la puesta en común realizada por todos los equipos para la comprensión de los contenidos utilizados para resolver las cuestiones problemáticas.

Los estudiantes se fueron adaptando de manera natural en forma progresiva a medida que se avanzaba en la cantidad de encuentros a la metodología utilizada, valorando como muy bueno el espacio que ocupaban en los talleres, resaltando que al principio no les resultaba sencillo de entender las consignas de los distintos problemas presentados, pero que comunicándose con los integrantes del grupo les resultaba más ameno el trabajo.

La experiencia obtenida por el equipo de docentes integrantes de este proyecto fue muy grata, puesto que nos permitió hacer un análisis sobre nuestras prácticas pedagógicas y poder crear nuevas propuestas en el aula, reflexionar sobre el papel de los estudiantes , la pertinencia de los contenidos trabajados y la interacción en el aula entre docente-alumno y alumno-alumno.

Además se debe resaltar el papel del lenguaje que permite al alumno a organizar, comunicar, compartir experiencias y conocimientos con el equipo, es decir concebir al estudiante como un sujeto activo, protagonista de su formación, en cuanto a la construcción del conocimiento.

La Teoría Sociocultural de Vygotski pone énfasis a las interrelaciones sociales, siendo los docentes los encargados de diseñar estrategias interactivas que promuevan zonas de desarrollo próximo, para esto debemos tener en cuenta el nivel de conocimientos de los estudiantes y provocar desafíos que implique un esfuerzo de comprensión donde el docente asume el papel de mediador, causando en ellos la modificación de sus esquemas de conocimiento y sus representaciones. Como equipo podemos dar cuenta que los aportes de esta teoría son propuestas de mucho valor para repensar la educación y la práctica pedagógica.

BIBLIOGRAFÍA

ANDER – EGG, Ezequiel (1997). **El Trabajo en Equipo.** Argentina. Editorial Lumen / Humanitas.

BLALOCK, Hubert M. (1986**). Estadística Social.** México. Fondo de Cultura Económica.

DÍAZ BARRIGA, Frida (1998). **Estrategias Docentes para un aprendizaje Significativo.** México. Editorial Mc Graw-Hill.

VIGOTSKY, Liev Seminovich (2001). **Psicología Pedagógica**. Argentina. Editorial Aique.

CASTILLO, J. (2004). **El Aprendizaje Cooperativo en la Enseñanza de Matemática.** Panamá. [En red]. Julio 2006. Disponible en: http://www.monografías.com/trabajos4/aprend_mat/aprend_mat.shtml (marzo 2017)

136 SITIO WEB COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN CURSO DE NIVELACIÓN DE MATEMÁTICA PARA INGRESANTES A LA UNIVERSIDAD

Terán, Teresita - Ciminari, Jesica - Nascimbene, Augusto
Facultad de Ciencias Económicas y Estadística - Facultad de Ciencias Veterinarias. Universidad Nacional de Rosario
teresitateran@hotmail.com - jesicaciminari@hotmail.com - anascimbene@yahoo.com.ar
Especialidad: Educación Matemática.
Palabras Claves: Bioestadística, Sitio web, TIC, Didáctica, Estrategias de enseñanza.

Resumen

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) avanzan a una velocidad vertiginosa en la sociedad contemporánea y su inmersión en el ámbito educativo se presupone un requerimiento de primer orden.
La universidad no debe quedarse al margen de incluir las TIC en su práctica docente a través de su implementación con estrategias didácticas determinando que funciones pueden desempeñar en su docencia y cómo integrarlos en los procesos formativos (Fonseca Hernández y Quintero Soto. 2009). Como se conoce las TIC abarcan un abanico muy amplio de herramientas, entre ellas se encuentran: Sitio Web, correo electrónico, videoconferencia, Power Point, entre otros.
Con el objetivo de complementar los temas dados en el curso de nivelación de matemática que se brinda a los alumnos que ingresan a la universidad en las facultades de Ciencias Económicas y Estadística y en la de Ciencias Veterinarias, ambas dependiente de la Universidad Nacional de Rosario, se desarrolló el Sitio Web *nivelacionmatematica.wixsite.com*. Con esta herramienta se busca favorecer el canal de comunicación entre docentes y alumnos, ya que se considera muy importante diseñar y digitalizar una programación didáctica y a su vez, integrar pedagógicamente el Sitio Web como repositorio de contenido curricular en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
El objetivo de este trabajo es evaluar si incluir las herramientas TIC en el aula favorece el proceso de enseñanza y aprendizaje. Para esto, se analiza si el uso del Sitio Web como herramienta didáctica favorece en los alumnos ingresantes el aprendizaje de los temas del curso de nivelación de matemática y contribuye a una comunicación más fluida entre alumno-profesor, ayudándolos a disipar las dudas e inquietudes que puedan surgir a lo largo de la cursada.

1 Introducción

La educación del siglo XXI ha incorporado numerosos recursos tecnológicos a su quehacer diario, lo que ha supuesto la revolución del panorama educativo y el incremento de los medios al servicio del colectivo docente (Azorín & Arnaiz, 2013). A este respecto, el mundo de la enseñanza se ha visto envuelto en una vorágine de innovación y cambio que ineludiblemente ha planteado, plantea y seguirá planteando múltiples interrogantes acerca de los usos que el docente y el alumno hacen de las TIC como herramienta de enseñanza y aprendizaje (Badia, Meneses y García, 2015). La universidad no debe quedarse al margen de incluir las TIC en su práctica docente, sino por el contrario los docentes universitarios deben elaborar materiales que integren de forma activa las TIC, ya que los nativos digitales forman parte de generaciones para las que el uso exclusivo de los libros de papel sin apoyo tecnológico queda totalmente obsoleto e inconexo de su realidad. En relación a ello, ha de admitirse que las tecnologías de alfabetización cambian muy rápidamente, pero no tanto las prácticas docentes (De Oliveira, Camacho y Gisbert, 2014). Desde esta visión, la implementación de la tecnología en el aula no será provechosa si no se atiende a la realidad cambiante de los estudiantes, del profesor y de la tecnología misma (Monzón, 2010). La actitud e interés del docente hacia las TIC es una pieza clave en este asunto. Dentro de las herramientas TIC se encuentra un abanico muy grande de posibilidades a emplear, desde implementar el Power Point en las clases, el uso del correo electrónico, hasta la creación de un Sitio Web donde los alumnos puedan ingresar y encontrarse con los temas designados de la materia correspondiente. La integración pedagógica del Sitio Web como complemento del contenido curricular en el que se alberga una programación didáctica diseñada y digitalizada por docentes es una herramienta que se debe utilizar y aprovechar.

2 Fundamentación

El objetivo general de este trabajo es, evaluar si la inclusión del Sitio Web en el curso de nivelación de matemática que se dicta a los alumnos ingresantes a la universidad favorece el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los objetivos específicos son:

- Comprobar si el uso de las TIC, en este caso del Sitio Web, en el aula mejora el rendimiento de los alumnos en el curso de nivelación de matemática en los ingresantes a la universidad.
- Conocer la opinión del alumno acerca de los aspectos positivos (ventajas) que se derivan del uso de las TIC, y por ende del Sitio Web, respecto al tradicional uso del libro de texto en el aula.

3 Metodología

El curso de nivelación de matemática que se dicta a los ingresantes a la universidad en las facultades de Ciencias Económicas y Estadística y en la de Ciencias Veterinarias, ambas dependiente de la Universidad Nacional de Rosario consta de 12 clases, dos semanales, durante los meses de febrero y marzo. El curso apunta a repasar y nivelar conocimientos de matemática que los alumnos traen del nivel secundario. El curso consta de 3 módulos. Los temas que se desarrollan son: Número Reales, Ecuaciones y Funciones. Al comenzar el curso de nivelación se toma un examen inicial para conocer que conceptos aprendidos el alumno trae del nivel secundario y luego en la última clase se toma un examen final.

Con la intención de incorporar un uso activo de las TIC en la tarea docente así como de presentar el contenido curricular de un modo más dinámico, original y cercano a las demandas de los nativos digitales, se procedió al diseño de un Sitio Web donde se encuentran todos los temas que se dictan a lo largo del curso y además cuenta con prácticas y exámenes para resolver. Como ya se mencionó este trabajo apunta a conocer cuáles son las ventajas que aporta el uso de la Sitio Web para reforzar los contenidos de matemática. El proyecto de investigación del cual surge el presente estudio propone la creación del Sitio Web utilizando la página Wix para su utilización como complemento del contenido curricular. Wix es una aplicación que permite crear sitios web de forma fácil e intuitiva y ofrece la posibilidad de editar e incorporar materiales multimedia como vídeos, animaciones, texto, audio, imagen; sin necesidad de tener conocimientos previos de programación. Tal y como expresa Cañizares (2013, p. 69), “Wix es una herramienta muy útil para la educación, ya que permite agrupar todo tipo de recursos en distintos soportes dentro de una misma web”.

El Sitio Web diseñado para el curso de nivelación consta de: material de estudio utilizado en clases, prácticas respectivas a cada tema dado, exámenes para resolver de manera online, canal de consultas hacia los profesores donde para que puedan disipar todas las dudas que surjan a lo largo del curso.
Para evaluar la efectividad de la utilización del Sitio Web se les solicitó a los alumnos que asistieron al curso de nivelación de matemática dictado en el año 2018, que respondan una encuesta para conocer su opinión de acuerdo a su propia experiencia sobre la incorporación y la utilización del Sitio Web.
La encuesta contó con las siguientes preguntas:

- ¿Consideras necesario el curso de nivelación de matemáticas para su ingreso en la universidad? SI – NO
- ¿Consideras que el curso de nivelación en matemática responde a tus necesidades de formación profesional? SI – NO
- ¿El curso de nivelación cumplió con tus expectativas? SI - NO
- ¿Consideras que es útil la incorporación del Sitio Web como herramienta pedagógica? SI – NO
- ¿Consideras que el Sitio Web tiene un diseño fácil de utilizar y manejar? SI - NO
- ¿Consideras que disponer del Sitio Web fue un apoyo importante para llevar a cabo el curso de nivelación de matemáticas? SI – NO
- ¿Consideras que es mejor trabajar y aprender con el Sitio Web en lugar de trabajar con la forma tradicional del libro impreso? SI - NO

4 Resultados

En relación a la recolección de los datos, se analizaron un total de 64 encuestas correspondientes a los alumnos que se presentaron a la evaluación final, no obligatoria, quienes firmaron un consentimiento informado para que sus opiniones sirvieran de base para la investigación propuesta. Los resultados se presentan a continuación en la Tabla 1.

Tabla 1. Resultados de la encuesta efectuada a alumnos ingresantes que se presentaron al examen final del curso de nivelación de matemática, 2018.

PREGUNTA	% SI	% NO
¿Consideras necesario el curso de nivelación de matemáticas para su ingreso en la universidad?	75	25
¿Consideras que el curso de nivelación en matemática responde a tus necesidades de formación profesional?	86	14
¿El curso de nivelación cumplió con tus expectativas?	93	7
¿Consideras que es útil la incorporación del Sitio Web como herramienta pedagógica?	91	9
¿Consideras que el Sitio Web tiene un diseño fácil de utilizar y manejar?	99	1
¿Consideras que disponer del Sitio Web fue un apoyo importante para llevar a cabo el curso de nivelación?	94	6
¿Consideras que es mejor trabajar y aprender con el Sitio Web en lugar de trabajar con la forma tradicional del libro impreso?	85	15

Analizando los resultados de la encuesta se puede observar que la mayoría de los alumnos coinciden en que es importante el curso de nivelación de matemática para su ingreso en la universidad, que dicho curso cuenta con las necesidades de formación profesional y que cumple con las expectativas. En cuanto a la incorporación del Sitio Web como herramienta didáctica y pedagógica para el dictado del curso la mayoría respondió que resulta muy útil, que tiene un diseño fácil de utilizar y manejar y que fue un apoyo importante para llevar a cabo y finalizar el curso de nivelación de matemática dictado. Además de considerar que es mejor aprender y trabajar con el Sitio Web en lugar de utilizar la forma tradicional del libro impreso.

Se destaca que la incorporación del Sitio Web mejoró el rendimiento de los alumnos y se logró la nivelación de los conceptos referidos a matemática en los alumnos para que de esta manera puedan comenzar la cursada de las materias referentes a matemática con una base más homogénea, ya que en la evaluación diagnóstica se observaron muchas desigualdades en los conocimientos de los alumnos que provenían de diferentes escuelas secundarias urbanas y rurales.

Considerando los objetivos propuestos, puede afirmarse que la inclusión del Sitio Web como herramienta didáctica en el aula ha favorecido el proceso de enseñanza y aprendizaje en los ingresantes a la universidad, ya que ha permitido incorporar una nueva metodología que contribuye a una comunicación más fluida entre docentes y alumnos, generando un espacio renovado y cercano a los intereses de los alumnos.

Se observa además que el rendimiento de los alumnos ha crecido exponencialmente en el curso de nivelación de matemática, mejorando en la mayoría de los casos las calificaciones obtenidas respecto al examen inicial. Atendiendo a los datos arrojados por la encuesta, el uso del Sitio Web en el aula ha permitido captar más directamente la atención y motivación de los alumnos, lo que ha contribuido a la mejora de los conocimientos previos necesarios en matemática para lograr una nivelación que permita la igualdad de oportunidades en el ingreso a la universidad. Por otro lado, se destaca la opinión del alumno acerca de los aspectos positivos que tiene utilizar las TIC en el aula.

El análisis de las encuestas permite inferir que la mayoría de los alumnos coinciden en reconocer que el uso de las TIC en el aula los motiva mucho más que la tradicional forma de aprender a través del libro impreso. Entre las opiniones que más se han reiterado por parte de los alumnos se encuentra el aumento de estímulo que les produce el trabajo mediante la computadora tanto en clases como en sus hogares, la utilización de diferentes estrategias y soportes para trabajar los contenidos, el formato virtual como un elemento bastante más interesante y motivador que el libro de texto de siempre, y el alto grado de satisfacción que propicia el empleo de este tipo de herramientas en el aula.

6 Discusión y conclusiones

Respecto a las principales conclusiones que se derivan de la propuesta, ligada a la utilización de materiales curriculares mediante las nuevas tecnologías para su integración en la práctica docente, puede inferirse que el uso del Sitio Web como herramienta TIC en la universidad responde a una demanda socioeducativa generada por el entorno virtual en el que se encuentra inmerso el alumno (desde su condición de nativo digital) y el profesor (desde su papel como educador). En este sentido, la aplicación de las TIC en educación conlleva previamente un proceso de formación de los docentes en las novedades tecnológicas que pueden ser utilizadas en el aula (Torres, 2011). Por tanto, el profesor ha de actualizar de manera permanente y continua su formación para dominar la competencia digital y el manejo de las herramientas, pues si no se forma en ellas difícilmente podrá incorporarlas a su trabajo. En esta línea, aunque ha sido laboriosa la creación y digitalización de la programación didáctica diseñada, las conclusiones derivadas de la práctica apuntan a que la integración pedagógica de del Sitio Web a través de la plataforma Wix como repositorio de contenido curricular ha resultado satisfactoria. De este modo, el Sitio Web ha reunido en un mismo lugar el manual dirigido al alumno, la guía del docente y un amplio abanico de herramientas, lo que ha favorecido la alimentación de un espacio enriquecido con recursos multimedia, en torno al cual se ha orquestado el proceso de enseñanza y aprendizaje. De la experiencia desarrollada se desprende que las TIC no deben ser consideradas en la enseñanza como un mero elemento decorativo sino que han de articular el proceso educativo desde una posición protagonista.

En cuanto a la opinión del alumno, la conclusión general que se extrae de la encuesta realizada es que la mayoría se posiciona claramente a favor del formato digital frente al impreso, mostrando un mayor interés por el medio virtual que por el libro de texto tradicional. Ello coincide con otras experiencias en las que se corrobora que nos encontramos ante generaciones tecnológicas, ávidas de aprender mediante la interacción con la tecnología en el aula y posicionadas a favor del formato digital frente al impreso (Arnaiz y Azorín, 2012).Asimismo, se ha constatado que este tipo de proyectos facilita una mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje, desarrolla competencias y potencia el incremento de la motivación del alumno (Peñafiel, 2012).

Además, se ha comprobado que ha habido un aumento en la motivación de los docentes al introducir las TIC, en este caso el Sitio Web, en el trabajo cotidiano de clase. Se espera que la innovación aquí propuesta sirva de referencia para todo aquel profesional interesado en conocer la experiencia y/o adaptarla a su aula.

Referencias

Arnaiz, P. y Azorín, C. M. (2012). El edublog como herramienta de aprendizaje para todos en el entorno virtual. *Didáctica, Innovación y Multimedia*, 24, 1-12.

Azorín, C.M. y Arnaiz, P. (2013). Tecnología digital para la atención a la diversidad y mejora educativa. *Etic@net*, 1 (13), 14-29.

Badia, A., Meneses, J. y García, C. (2015). Technology for teaching and learning. PíxelBit. *Revista de Medios y Educación*, 46, 9- 24. Recuperado el 24/07/2019 de http://dx.doi.org/10.12795/ pixelbit.2015.i46.01

Cabero, J. (2012). Tendencias para el aprendizaje digital: de los contenidos cerrados al diseño de materiales centrado en las actividades. El Proyecto Dipro 2.0. *Revista de Educación a Distancia*, 32, 1-27.

Cañizares, M. (2013). Wix en el aula. *Aula de Innovación Educativa*, 220, 69-70

Hernández, A. y Quintero, A. (2009). La integración de las TIC en el currículo: necesidades formativas e interés del profesorado. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 12 (2), 103-119.

Monzón, L.A. (2011). El blog y el desarrollo de habilidades de argumentación y trabajo colaborativo. *Perfiles Educativos*, 33(131), 80-93.

Peñafiel, F. (2012). Educación inclusiva y era digital. Un nuevo planteamiento de actuación. *Etic@net*, 2 (12), 168-186.

Torres, J.L. (2011). Aplicación de las TIC en el aula de educación musical de la educación primaria. *Eufonía: Didáctica de la música*, 52, 63-70

137 LA EFICACIA DEL CURSO DE INGRESO DE CONTABILIDAD Y MATEMATICA EN LA F.C.E. DE LA U.C.S.F.

Negri, Adriana - Valiente, Alicia - Zuccollo, Paola
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Católica de Santa Fe
adriananegri@yahoo.com.ar - valienterodriguez@yahoo.com.ar - paola_zuccollo@yahoo.com.ar
Especialidad: Educación Matemática.
Palabras claves: *Curso de ingreso. Áreas Específicas. Eficacia*

Resumen

Este trabajo se enmarca en el Proyecto de Investigación; "La Eficacia del Curso de Ingreso de Contabilidad y de Matemática en la Facultad de Ciencias Económicas de la U.C.S.F., el mismo apunta a analizar la eficacia del Curso de Ingreso dictado en Santa Fe y en la sede Reconquista., definiendo a la eficacia como el logro de los objetivos planteados para el mismo.
Es dable destacar que en el mencionado Curso de Ingreso se aspira a desarrollar el bagaje mínimo de conocimiento disciplinar para un atinado aprendizaje de las asignaturas en cuestión, razón por la cual es menester analizar en profundidad su grado de efectividad en cuanto a su anhelado propósito y nivelación de contenidos entre el universo de ingresantes.
Hablamos de medir la eficacia del Curso de Ingreso de Contabilidad y Matemática, por cuanto queremos analizar y verificar si el mismo cumple con los objetivos que nos planteamos al planificar y programar el curso.
Para ello hemos comenzado en una primera etapa con una situación preliminar teórica y hemos planteado el problema de la siguiente forma: "¿Logra el curso de ingreso en Contabilidad y Matemática de la FCE de la UCSF alcanzar los fines propuestos por los docentes?
En una segunda etapa hemos desarrollado el trabajo de campo, consistente en analizar, tabular y obtener conclusiones de las encuestas generales de los ingresantes, encuestas especificas por disciplinas, entrevistas a los docentes, observación de clases, entrevistas a especialistas externos como son asesores pedagógicos de instituciones de educación media de nuestra ciudad.

Introducción

La realidad indica que el ingreso y la permanencia en las carreras universitarias es tema de preocupación por parte de numerosas universidades tanto de nuestro país como de América Latina.
Es generalizado el reclamo de los docentes de niveles terciarios y universitarios por la falta de conocimientos y habilidades por parte de los ingresantes, que les permitan contar con una base mínima de contenidos académicos. Según podemos ver en numerosos trabajos y escritos que tratan sobre ingreso universitario, esta situación parece haberse agravado debido tanto a los cambios introducidos por la Ley Federal de Educación 24195/93, como también por problemas sociales, económicos y culturales.
En nuestro caso observamos que, a medida que pasan los años, la cantidad de alumnos aprobados en los contenidos evaluados en las áreas de matemática y contabilidad, es menor, lo que nos lleva a plantearnos la eficacia que tienen los cursos de Ingreso que dictamos.
¿Qué nos lleva en este proyecto de investigación a preguntarnos por la eficacia del Curso de Ingreso en Matemática y Contabilidad de la Facultad de Ciencias Económicas de la UCSF?
Este proyecto de investigación surge como una necesidad de las propias docentes involucradas en el dictado del mismo, de producir cambios, por cuanto reconocen la insatisfacción de los resultados obtenidos años tras años.
Las razones que nos llevaron a elegir al Curso de Ingreso de Matemática y Contabilidad, como tema de investigación tiene relación directa con nuestras propias trayectorias profesionales en dicha instancia académica de la Facultad de

Ciencias Económicas. de la Universidad Católica de Santa Fe, y el aliento positivo de las autoridades de la facultad a apoyarnos ya que también ellos ven la necesidad de producir los cambios que optimicen dicho curso.

Fundamentación

Objetivo General de la Investigación

Analizar los distintos factores que inciden en el logro de los fines propuestos en el CIU (Curso de Ingreso Universitario) para obtener información sobre los resultados y que eventualmente permita en el futuro replantear las condiciones actuales de dicho curso.

Así mismo se mencionan objetivos específicos:

- ✓ Describir los factores que dificultan la aprehensión de los conocimientos en relación con el proceso enseñanza aprendizaje de la Contabilidad y la Matemática.
- ✓ Identificar factores que inciden en el rendimiento de los alumnos ingresantes.
- ✓ Establecer la relación entre las variables: nivel educativo y situación socio-económica de los ingresantes.
- ✓ Relacionar las aptitudes - actitudes personales con el desempeño del ingresante hacia el aprendizaje de dos disciplinas fundamentales para el futuro de la carrera universitaria.

El diálogo mantenido entre los docentes involucrados en el desarrollo del curso, la participación de las autoridades de dicha unidad académica y la participación involucrante en el Proyecto de Investigación, de una especialista en el campo disciplinar de la pedagogía y la didáctica, docente con una trayectoria en el campo de la educación, nos permitió un intercambio de opiniones para pensar nuestro objeto de estudio, preocupación importante, de este colectivo académico.

La tarea académica de los docentes, quienes tienen una gran experiencia en el dictado de dicho Curso, con sus dudas, interrogantes, preocupaciones en torno a la viabilidad del mismo, el desempeño o rendimiento de los alumnos con las complejidades y dificultades que atraviesa, fueron cuestiones importantes a la hora de decidirnos evaluar la eficacia del CIU y TAI, avanzando si fuera necesario en un proceso de transformación cualitativo.

En el caso particular de Contabilidad, esta heterogeneidad se profundiza por cuanto conviven en el aula alumnos con conocimientos contables previos con aquellos cuyo desconocimiento es total, por no haber tenido esa oportunidad en el nivel medio. Este planteo nos llevaría a analizar las posibles diferencias entre aquellos alumnos que tienen un conocimiento experto de aquellos que son novatos en las temáticas que se van desarrollando.

Es muy significativo mostrar la importancia que tiene el Curso de Ingreso porque intenta ajustar y equilibrar el conocimiento de los alumnos que vienen de distintos puntos geográficos de la provincia, constituyendo grupos heterogéneos en lo que se refiere tanto al nivel de conocimientos previos como su situación socioeconómica-cultural.

El curso puede resultar eficaz, teniendo en cuenta los procesos comprensivos de los alumnos, respetando su heterogeneidad, el nivel de conocimientos previos, nivel socioeconómico y cultural de la familia, las actitudes personales hacia el aprendizaje de la contabilidad y la matemática dentro del marco de procesos didácticos, institucionales y políticos determinados.

Trataremos de indagar si:

- Existe una correlación directa entre la aprobación del curso de ingreso y la promoción de las materias Matemática y Contabilidad del primer año del Plan de Estudios vigente.

- Las estrategias de enseñanza y de aprendizaje utilizadas por las docentes, tienen un papel decisivo y articulador entre lo social, lo organizacional y lo cognitivo.
- Los profesores universitarios tienden generalmente a atribuir los éxitos o los fracasos en el desempeño universitario especialmente a los alumnos, a sus experiencias previas.
- El nivel de conocimientos previos del ingresante incide en los resultados esperados tanto de la evaluación diagnostica como así también de la promoción de ambas disciplinas.
- Las actitudes personales -positivas y/o negativas- de los alumnos inciden directamente en el aprendizaje de la Contabilidad y la Matemática.
- Cuanto mayor es el nivel socioeconómico y cultural de la familia del ingresante mayores son las posibilidades de capitalizar favorablemente las exigencias del curso de ingreso

Por lo tanto, trabajar los resultados obtenidos para poder diagnosticar el nivel de los alumnos ingresantes y a posteriori medir la eficacia del Curso de ingreso, permitiría tomar conciencia a los alumnos del nivel de conocimientos que tienen para el aprendizaje de la primer Contabilidad y Matemática universitarias, como así también a los docentes de las áreas involucradas y a la autoridades de la Facultad poder conocer el nivel de formación de los ingresantes en esas disciplinas y arbitrar los medios necesarios para poder planificar actividades que reviertan la situación si fuera necesario.

Desarrollo

Características del Curso

La problemática del ingreso, los altos niveles de deserción inicial y los bajos rendimientos registrados en el primer año de las distintas carreras han llevado a nuestra Universidad, a las Facultades y en nuestro caso particular, a la Unidad Académica de Ciencias Económicas a implementar un Curso de Ingreso en adelante CIU.

Este curso, comienza con una evaluación diagnostica obligatoria pero no eliminatoria. Los alumnos que legitiman dicha instancia deben asistir durante una semana al CIU, correspondiendo cuatro (4) horas diarias que se distribuyen en dos (2) horas por asignatura.

Aquellos alumnos ingresantes que no aprueben o que no asistan a la evaluación diagnostica – ya sea de una o de las dos asignaturas- deberán asistir al Taller de Apoyo al Ingresante -en adelante TAI- por dos semanas y en contra turno.

En adelante el curso de ingreso universitario -CIU- involucra en su estructura al TAI; por lo tanto, al hablar de CIU, nos estaremos refiriendo a las dos instancias.

Fue diseñado para brindar al alumno que ingresa a las carreras de grado de Ciencias Económicas, una interacción inicial más fluida con el docente y con la institución universitaria en general, facilitando la transición desde el nivel medio al nivel superior.

No se trata solamente de nivelación de contenidos -ajustar, equilibrar entre los ingresantes- sino que, en ese aprestamiento formativo, los alumnos disponen de espacios para tomar contacto con la carrera elegida como un proceso más extenso en tiempos y actores que articula con el final de la escuela secundaria y permite una mejor continuidad con el primer año de las carreras universitarias

Esta orientado a que los ingresantes se integren al ámbito universitario general y a la carrera elegida en particular, promoviendo el desarrollo de competencias y de estrategias que favorezcan aprendizajes significativos requeridos para el desempeño académico previo, necesarios para el desarrollo de las diferentes carreras y asignaturas fundamentalmente del primer año involucrando a dos de las materias troncales de las carreras como son Contabilidad y Matemática.

A partir de un primer momento de reflexión teórica, nos planteamos la posibilidad de analizar los distintos factores que inciden en el logro de los fines propuestos en el curso de ingreso universitario. Entendemos que el poder obtener información sobre la incidencia de estos en los resultados obtenidos en el año lectivo 2018 y 2019 -y en su defecto analizar cohortes anteriores- nos permitirá en el futuro inmediato, replantear las características y los escenarios de dicho recorrido.

Para ello, es necesario preguntarnos sobre cuáles serán:

- los factores que dificultan la aprehensión de los conocimientos en relación con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Contabilidad y la Matemática.
- las situaciones que inciden en el rendimiento de los alumnos ingresantes.
- la relación entre nivel educativo y situación socioeconómica de los ingresantes., entre el nivel de conocimientos previos de los ingresantes y el resultado satisfactorio del Curso de Ingreso.
- las aptitudes-actitudes personales con el desempeño del ingresante hacia el aprendizaje de dos disciplinas fundamentales para el futuro de la carrera universitaria.
- La relación entre las cuestiones fundamentales que hacen a la especificidad de las prácticas educativas que devienen de nuevos marcos teóricos, epistemológicos y científicos recuperando las perspectivas pedagógicas-didácticas de estas y que orientan la enseñanza actual de las dos disciplinas involucradas.

Metodología

Teniendo en cuenta que somos las docentes responsables del dictado del curso de ingreso quienes propusimos esta investigación con la finalidad de medir la eficacia del mismo, estamos en presencia de una Investigación Acción Participativa (IAP).

Por otro lado, tratándose del estudio del Curso de Ingreso dictados en Santa Fe y en Sede Reconquista, podemos decir que se encuadra dentro de lo que (STAKE, 1998) establece que: *".el estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes ".*

El investigar la eficacia del Curso de Ingreso implica necesariamente revisar los aspectos relacionados con el propio trabajo docente involucrando a las propias prácticas educativas.

Este trabajo de investigación tiene un carácter interdisciplinario, ya que intervienen no solo, las docentes de las áreas específicas de Contabilidad y Matemáticas, sino que se ha incorporado al equipo de investigación una docente especialista en educación superior.

Adoptamos un enfoque metodológico cuantitativo y cualitativo**.** Se triangulará la información obtenida por esta doble vía, cotejando fuentes de información, por ejemplo mediante guías de observación de clases, evaluaciones diagnósticas, o a través del análisis critico de documentos tales como las estadísticas que se realizaran tomando como información las obtenidas como resultado de aplicar la metodología indicada.

El trabajo es tanto bibliográfico como de campo. El nivel de la investigación es descriptivo ya que la indagación arribará a un diagnóstico pero posee alguna pretensión explicativa, pues abordará los posibles factores que dificultan la comprensión de los contenidos básicos en relación con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la contabilidad y la matemática.

Algunos de los instrumentos de recolección de datos que estamos utilizando son los siguientes: encuestas estructuradas, entrevistas abiertas; guías de observación de clases dictadas en el TAI y CIU, escalas de opinión; análisis de Informes estadísticos realizados en ambas disciplinas.

Por último, realizaremos la redacción de los informes de investigación y del informe final, el que recogerá las conclusiones del trabajo de campo para su posterior análisis y permitirá la elaboración de conclusiones las que cerraran el trabajo.

Trabajo de Campo Realizado

Para comenzar con el trabajo de campo, contamos con el análisis, tabulación y gráficos de la información obtenida de una encuesta general que se realiza a todos los alumnos ingresantes de la FCE. Mediante este análisis pudimos concretar que en Santa Fe el 62% de los inscriptos eligen la carrera de Contador Público y en Reconquista es el 94%. El 60% son varones, el 70% es mayor de 18 años, solteros y sin hijos,.

Estas y otras variables analizadas nos permiten conocer el perfil de los alumnos ingresantes tanto en Santa Fe como en Reconquista.

Hasta la fecha de presentación de este trabajo hemos analizado las encuestas realizadas a los ingresantes en el año 2018 y 2019 tanto en Matemática como en Contabilidad y aplicadas a ambas sedes.

La primera cuestión que les pedimos a los alumnos en las encuestas es que traten de reconocer el grado de conocimientos previos que tienen en cada disciplina.

A continuación vemos a modo de ejemplo lo que respondieron:

CONTABILIDAD – AÑO 2018 – SANTA FE - RECONQUISTA

Tabla 1. Resumen Comparativo Santa Fe y Reconquista

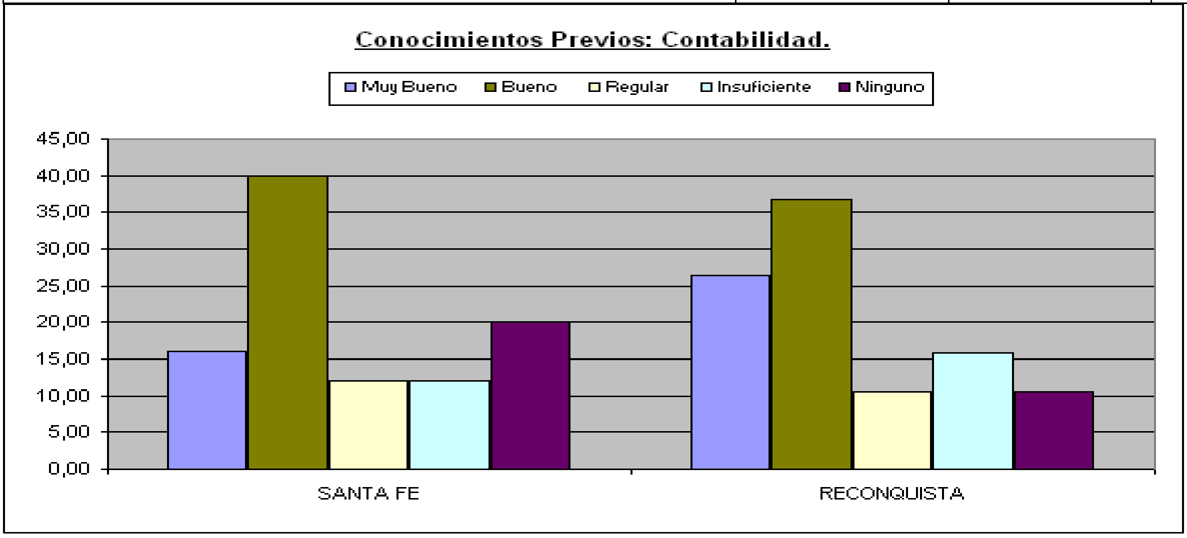
SANTA FE

Aspecto Cualitativo: Conocimiento Previo sobre Contabilidad	Totales Absolutos	Totales Relativos	Porcentajes
Muy Bueno	4	0,16	16,00
Bueno	10	0,4	40,00
Regular	3	0,12	12,00
Insuficiente	3	0,12	12,00
Ninguno	5	0,2	20,00
Totales	**25**	**1**	**100,00**

RECONQUISTA

Aspecto Cualitativo: Conocimiento Previo sobre Contabilidad	Totales Absolutos	Totales Relativos	Porcentajes
Muy Bueno	5	0,26	26,32

Bueno	7	0,37	36,84
Regular	2	0,11	10,53
Insuficiente	3	0,16	15,79
Ninguno	2	0,11	10,53
Totales	**19**	**1**	**100,00**



En Santa Fe el 56% de los alumnos ingresantes considera tener un conocimiento previo de Contabilidad entre Muy Bueno y Bueno; este porcentaje se incrementa al 63% en Reconquista.

Contrariamente a estos porcentajes en Santa Fe el 44% reconoce tener un conocimiento regular, insuficiente y hasta no tener conocimiento alguno. En Reconquista el 37% reconoce estar en esta situación.

Matemática – AÑO 2018 – SANTA FE - RECONQUISTA

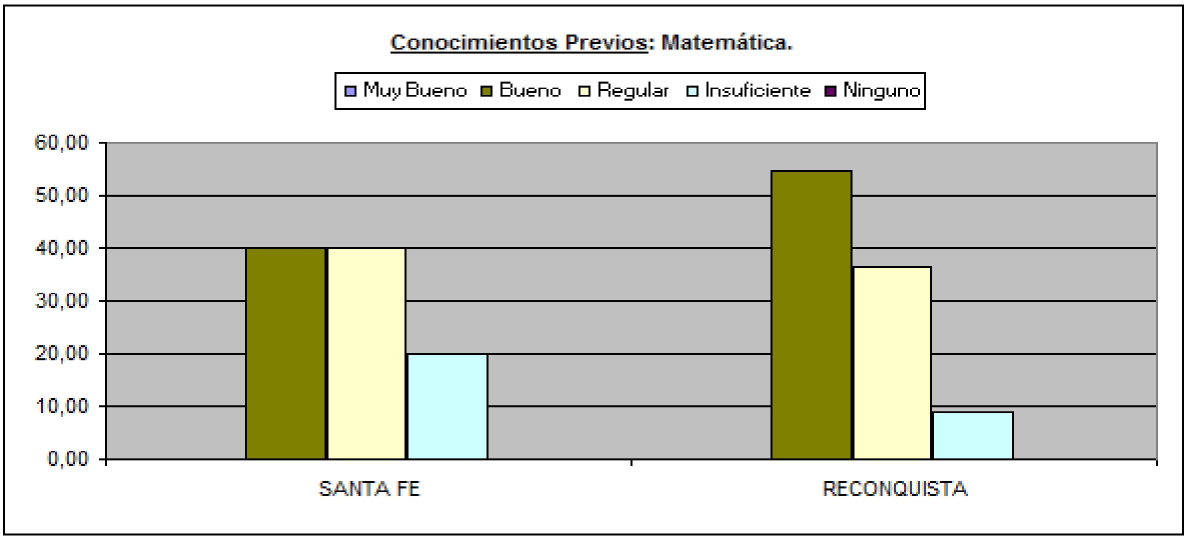
Tabla 2. Resumen Comparativo Santa Fe y Reconquista

SANTA FE

Aspecto Cualitativo: Conocimiento Previo sobre Matemática	Totales Absolutos	Totales Relativos	Porcentajes
Muy Bueno	0	0,00	0,00
Bueno	6	0,40	40,00
Regular	6	0,40	40,00
Insuficiente	3	0,20	20,00
Ninguno	0	0,00	0,00
Totales	**15**	**1**	**100,00**

RECONQUISTA

Aspecto Cualitativo: Conocimiento Previo sobre Matemática	Totales Absolutos	Totales Relativos	Porcentajes
Muy Bueno	0	0,00	0,00
Bueno	6	0,55	54,55
Regular	4	0,36	36,36
Insuficiente	1	0,09	9,09
Ninguno	0	0,00	0,00
Totales	**11**	**1**	**100,00**



En cambio en Santa Fe el 40% de los alumnos ingresantes considera tener un conocimiento previo Bueno en Matemática: este porcentaje se incrementa al 55%, aproximadamente en Reconquista.

Y en Santa Fe el 60% de los alumnos reconocen tener un conocimiento regular, insuficiente. En Reconquista el 45% reconoce estar en esta situación.

Resultados Esperados

1.- Tener un diagnóstico real y preciso del rendimiento académico de los alumnos ingresantes en el Curso de Ingreso en las áreas de Matemáticas y Contabilidad.

2.- Beneficiar a futuras cohortes de alumnos ingresantes, brindándoles mejores perspectivas en el ingreso, tratando de reducir la brecha escuela media-universidad.

3.- Concientizar a la comunidad educativa sobre la importancia del curso de ingreso como una herramienta útil y necesaria para el futuro desempeño académico de los alumnos.

4.- Obtener conclusiones que permitan evaluar la eficacia del curso de ingreso y proponer en caso de corresponder, modificaciones valederas y sustentables a las ya existentes, con la finalidad de revertir el grado de deserción de alumnos en el primer año de las distintas carreras.

5.- Generar la autocrítica de los resultados obtenidos con el propósito de informar a terceros interesados e involucrados en la planificación del curso de ingreso.

Conclusiones

Los aportes de esta investigación son propiciar desde la Universidad Católica de Santa Fe:

1.- Políticas de ingreso que mejoren las condiciones del ingresante, para brindarles posibilidades de soluciones de sus necesidades y dificultades.

2.- Realizar un seguimiento académico a posteriori de aquellos alumnos con mayores dificultades para aprobar las respectivas evaluaciones diagnósticas.

3.- Atención personalizada para aquellos alumnos ingresantes que provienen de escuelas medias con orientaciones en disciplinas cuyos planes no contienen el dictado de asignaturas con contenidos contables.

4.- Elaboración de un proyecto de extensión universitaria desde la UCSF tendiente a la celebración de un convenio con una escuela media a fin de establecer en forma conjunta, políticas y prácticas para mejorar el ingreso universitario.

Referencia Bibliografíca

Ander-Egg, Ezequiel (2003) “Repensando la Investigación - Acción Participativa”. Servicio Central de Publicaciones del Gobierno Vasco – España - Edit. Lumen Humanitas. 4ta. Edición.

Biondi, Mario (2011) “La Docencia universitaria y la investigación. Un vínculo imprescindible”. Revista Contabilidad y Auditoria. Investigaciones en Teoría Contable. Buenos Aires.

Camiloni A.R. (2009) “Los Desafíos del ingreso a la universidad”. Buenos Aires. Edit. Granica.

Di Melfi, S. M. (2003) “Problemas en el aprendizaje universitario de la Contabilidad. Propuestas Didácticas para su solución”. Universidad Católica Argentina. Facultad de Ciencias Sociales y Económicas. Buenos Aires

Di Russo, Leila y Hauque Sergio (2015) Publicación semestral de FCE de la UNL. “El curso de Articulación disciplinar en Contabilidad en la UNL. Evaluación diagnóstica de los contenidos previos de los alumnos aportados por el secundario”. Edit. UNL.

Amat, O. (2000) “Aprender a enseñar”. Barcelona. España. Edit. Gestión

Bayones, Marcela y otros. (2015) Publicación semestral de FCE de la UNL. *“Prácticas de evaluación como herramientas pedagógicas. Una mirada reflexiva sobre el rol docente de contabilidad básica”.* Edit.. UNL

Garcia de Fanelli, A. (2012) “Abandono y rendimiento académico en las universidades nacionales argentinas: un análisis integrador de la producción científica” en: XXX Internacional Congreso of the Latin American Studies Association.- Buenos Aires

Gvirtz, S., Canou, A (2009) “La universidad argentina en discusión”. Buenos Aires. Edit. Granica.

Sánchez, R. (2000) “Pruebas de ingreso a la Universidad, su relación con el desempeño académico y el desgranamiento de las cohortes”. Grupo de Investigación: Psiología Cognitiva y Educacional, Fac. de Psicología, Universidad Nacional de Mar del Plata.

Larran Silvina, Abramoff, Cecilia (2007) “Un espacio interdisciplinario para la articulación nivel medio-universitario”. Fac. de Cs. Agrarias y Forestales. Universidad Nacional de la Plata.

144 UN CASO DE EDUCACIÓN EN LA CREATIVIDAD: NUEVA NOTACIÓN Y FORMA DE OPERAR EN LÓGICA PROPOSICIONAL

Gómez, José Ismael. *Facultad de Agronomía y Agroindustrias. Universidad Nacional de Santiago del Estero.*
jgomez@unse.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática
Palabras clave: Creatividad, Lógica proposicional, Proceso de enseñanza y aprendizaje.

Resumen

Educar en la creatividad supone un desafío permanente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las disciplinas en general y de matemática en particular. La enseñanza de Lógica Proposicional implica normalmente un uso importante de tablas de verdad. Este aspecto conlleva un tiempo en el trazado de las mismas para luego completarlas de acuerdo a la fórmula planteada para su evaluación. El propósito de este trabajo consiste en mostrar un caso de innovación pedagógica en el marco de la educación en la creatividad. Consiste en establecer una nueva e ingeniosa manera de escribir el valor de verdad de las proposiciones y a la forma de operarlas -sin emplear tablas de verdad- sobre las mismas bases semánticas y sintácticas del Cálculo Proposicional.
Este trabajo brinda a los docentes y alumnos una alternativa diferente de la enseñanza tradicional de las nociones de Lógica Proposicional, en la que se emplean tablas de valores de verdad.
Esta nueva escritura y modo de operar tiene como ventajas, precisamente la practicidad y rapidez para evaluar fórmulas proposicionales. Más allá de este aspecto innovador en la notación y operatividad en Lógica Proposicional, pretende ser además una "invitación" a la creatividad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un objeto matemático.
Este objeto de conocimiento forma parte de los contenidos de primer año de las carreras de Contador Público Nacional y Licenciatura en Administración de Universidad Nacional de Santiago del Estero y también forma parte de contenidos mínimos de algunos colegios secundarios.

Presentación

Refiriéndose a las dificultades en el aprendizaje, Betancourt Morejón señala que éstas tienen su origen en una falta de empleo adecuado de habilidades de pensamiento creativo y reflexivo. (pag. 1)
Otra de las causas que se pueden apreciar en las dificultades del aprendizaje de matemática estriba en que, el contexto no facilita ni la participación ni la creatividad de los estudiantes. Se tiene un proceso de enseñanza que no está centrado en el estudiante:
"Algunos maestros no tienen conciencia de la creatividad que poseen y de su puesta en práctica para el servicio de sus alumnos." (Ibíd.)
Este trabajo que proponemos como un caso de creatividad en la enseñanza de nociones de Lógica Proposicional consiste en una innovación en cuanto a la notación y forma de evaluar proposiciones, sin emplear las tradicionales tablas de verdad, sobre las mismas bases semánticas y sintácticas que conocemos.
Desde que Wittgenstein propusiera las tablas de verdad (1921) y que junto con Russell, divulgara este método para determinar las condiciones de verdad de un enunciado, es decir, su significado, en función de las condiciones de verdad de las proposiciones simples; su uso se extendió y se aplicó por generaciones.
Refiriéndose al lenguaje, Saussure afirma que, en cada instante, "implica a la vez un sistema establecido y una evolución; en cada momento es una institución actual y un producto del pasado." (Saussure, Curso de Lingüística General, p.36, 37) Esto es lo que puede ocurrir con el uso de las tablas de valores de verdad y la forma de escribir y

realizar cálculos que aquí se propone. ¿Porqué no abrir una "ventana" a la educación en la creatividad, planteando nuevas formas de escribir y operar con los objetos de la Lógica Proposicional?

En este sentido se propone una renovación de modos en la escritura y en los cálculos de la lógica proposicional, sin modificar la parte semántica. En el plano de la enseñanza, se puede plantear el desafío que consiste no en dejar de lado modos tradicionales, sino en ampliar las posibilidades de pensamiento o de estudio de los objetos de conocimientos, mediante otras formulaciones.

Nuestra propuesta

Emplearemos las letras minúsculas $p, q, r,$ para indicar proposiciones simples y símbolos especiales como *conectivas* para formar proposiciones compuestas.

Sea N el número de veces de valores de verdad que una proposición compuesta puede tomar. Esto se calcula haciendo $N = 2^n$, donde la base 2 hace referencia a los valores de verdad *verdadero* y *falso*, y el exponente indica el número de proposiciones simples presentes en la proposición compuesta. Por ejemplo:

Si $n = 1$ (una proposición, p), $2^1 = 2$ valores de verdad y se tiene $p: VF \quad (1V\ 1F)$

Si $n = 2$ (dos proposiciones, $p\ y\ q$), $2^2 = 4$ veces los valores de verdad V y F para cada proposición simple, distribuidos de la siguiente manera:

$$p: VVFF \quad (2V2F)$$

$$q: VFVF \quad (1V\ 1F\ 1V\ 1F) \qquad (1)$$

Si $n = 3$ (tres proposiciones, $p, q\ y\ r$), $2^3 = 8$ veces los valores de verdad V y F para cada proposición simple, distribuidos de la siguiente manera:

$$p: VVVVFFFF\ (4V\ 4F)$$

$$q: VVFFVVFF(2V\ 2F\ 2V\ 2F)$$

$$r: VFVFVFVF\ (1V\ 1F\ 1V\ 1F\ 1V\ 1F\ 1V\ 1F) \qquad (2)$$

Si $n = 4$ (cuatro proposiciones, $p, q, r\ \ y\ s$), $2^4 = 16$ veces los valores de verdad V y F para cada proposición simple, distribuidos de la siguiente manera:

$$p: VVVVVVVVFFFFFFFF\ (8V\ 8F)$$

$$q: VVVVFFFFVVVVFFFF(4V4F4V4F)$$

$$r: VVFFVVFFVVFFVVFF\ (2V2F2V2F2V2F2V2F)$$

$$S: VFVFVFVFVFVFVFVF\ (1V1F1V1F1V1F1V1F) \qquad (3)$$

Lo anterior se puede escribir en la forma siguiente, donde el subíndice indica el número de veces del valor de verdad:

$$\mathrm{p}: \mathrm{V_8F_8}$$

$$\mathrm{q}: \mathrm{V_4F_4V_4F_4}$$

$$\mathrm{r}: \mathrm{V_2F_2V_2F_2V_2F_2V_2F_2} \qquad (4)$$

La evaluación de una proposición compuesta se realiza escribiendo cada proposición simple con sus valores de verdad, debajo de otra proposición y efectuando el cálculo según la operación proposicional indicada.

Consideremos ahora las operaciones proposicionales básicas:

La negación de la proposición $p: VF$ es la proposición $\sim p: FV$

La *conjunción* de las proposiciones p y q es una proposición compuesta que se denota: $p \wedge q$.

La forma de escribir que proponemos es la siguiente:

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \wedge(p,q): VFFF: VF_3 \end{array} \qquad (5)$$

Por ejemplo, se tiene la siguiente proposición:

"No hay viento sur, sin embargo hace frio"

p: *Hay viento sur*

q: *Hace frio*

En forma simbólica: $\sim p \wedge q$

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} \sim p: \quad FFVV \\ q: \quad VFVF \\ \hline \wedge(\sim p,q): FFVF \end{array} \qquad (6)$$

En la conjunción, el valor de verdad F es "dominante", en cuanto que su presencia define el valor final, que es F. Es decir, al momento de evaluar una conjunción, se tiene que cualquiera sea el número de proposiciones simples presentes, es suficiente que aparezca un valor de verdad F, para que la proposición sea falsa.

La *disyunción incluyente* de las proposiciones p y q se indica como: $p \vee q$

Ejemplo

"Los pájaros cantan o vuelan"

p: *Los pájaros cantan*

q: *Los pájaros vuelan*

En forma simbólica: $p \vee q$

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \vee(p,q): VVVF: V_3F \end{array} \qquad (7)$$

En la disyunción, el valor de verdad V es "dominante", en cuanto que su presencia define el valor final. En la disyunción se tiene que, cualquiera sea el número de proposiciones simples, es suficiente un valor de verdad V para que el resultado sea V.

Por ejemplo:

" Ó hace frio o no estoy bien; ó es muy tarde"

Podemos considerar que hay una proposición compuesta desde el inicio de la frase hasta el punto y coma, para resolver esta parte primero y luego consideramos la parte final de la oración como tercera proposición:

p: *Hace frio*

q: *Estoy bien*

r: *Es muy tarde*

En forma simbólica: $(p \vee \sim q) \vee r$

Valores de verdad

$$\begin{array}{ll} p: & VVVVFFFF \\ q: & VVFFVVFF \\ r: & VFVFVFVF \end{array}$$

$$\begin{array}{r} p: VVVVFFFF \\ \sim q: FFVVFFVV \\ \hline \vee\,(p, \sim q): VVVVFFVV \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (1): VVVVFFVV \\ r: VFVFVFVF \\ \hline \vee\,(1, r): VVVVVFVV \end{array} \qquad (8)$$

La implicación o condicional de las proposiciones p y q es una proposición compuesta que se indica en la forma $p \Rightarrow q$, y es falsa sólo cuando p es verdadera y q es falsa.

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \Rightarrow: VFVV \end{array} \qquad (9)$$

Ejemplo:

"*Si no hay ahorro, la inversión es difícil*"

p: *Hay ahorro*

q: *La inversión es difícil*

$$\sim p \Rightarrow q$$

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} \sim p: FFVV \\ q: VFVF \\ \hline \Rightarrow: VVVF \end{array} \qquad (10)$$

El bicondicional o doble implicación de las proposiciones p y q es la proposición compuesta que se indica en la forma: $p \Leftrightarrow q$, y que se puede leer como "*p si y sólo si q*" siendo una de sus abreviaciones "*p ssi q*".

La doble implicación o bicondicional de p y q es una proposición verdadera cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad; en otro caso es falsa.

Valores de verdad

$$\begin{array}{r} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \Leftrightarrow (p, q): VFFV \end{array} \qquad (11)$$

Diferencia simétrica o disyunción excluyente de las proporciones p y q es la proposición compuesta que se denota $p \veebar q$, y se lee: ó p ó q, en sentido excluyente. La diferencia simétrica es verdadera cuando ambas proposiciones tienen valores de verdad diferentes, en otro caso es falsa.

El sentido de la disyunción excluyente es el de "*al menos uno y a lo sumo uno".*

Valor de verdad

$$\begin{array}{l} p: VVFF \\ q: VFVF \\ \hline \veebar: FVVF \end{array} \tag{12}$$

A continuación presentamos un resumen de las operaciones proposicionales básicas junto con sus respectivos valores de verdad.

Tabla 1: Resumen de las operaciones proposicionales.

	N	C	DI	I	B	DE
En símbolos	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \veebar q$
Valores de verdad	FV	$VFFF$	$VVVF$	$VFVV$	$VFFV$	$FVVF$

Donde N designa negación, C conjunción, DI disyunción incluyente, I implicación, B bicondicional y DE disyunción excluyente.

Se puede observar de la tabla que:

$a)$ La disyunción excluyente de las proposiciones p y q es igual a la negación del bicondicional y recíprocamente, el bicondicional de estas proposiciones es igual a la negación de la disyunción excluyente.

En símbolos:

$$p \veebar q \equiv \sim(p \Leftrightarrow q)$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv \sim(p \veebar q) \tag{13}$$

$b)$ Si observamos la conjunción y la disyunción, se tiene que:

$$\wedge(p,q): VF_3$$

$$\vee(p,q): V_3F \tag{14}$$

se puede inferir que se da una especie de relación "complementaria" C entre sus valores de verdad, en el sentido que hay un "corrimiento" o "transferencia" de la "valoricidad" o subíndice que indica el número de veces de un valor de verdad a otro, en su complementario:

$$C[\wedge(p,q)] = C(VF_3) = V_3F = \vee(p,q)$$

$$C[\vee(p,q)] = C(V_3F) = VF_3 = \wedge(p,q) \tag{15}$$

Por su parte, una proposición compuesta es una tautología o ley lógica si resulta verdadera para cualquier valor de verdad de las proposiciones componentes. Una proposición compuesta es una contradicción si resulta falsa para cualquier valor de verdad de las proposiciones componentes. Una proposición compuesta es una contingencia si sus valores de verdad son falsos y verdaderos.

Evaluemos por ejemplo, la siguiente fórmula: $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge (p \wedge \sim q)$

$$\underbrace{(\sim q \Rightarrow \sim p)}_{1} \underbrace{\wedge}_{3} \underbrace{(p \wedge \sim q)}_{2}$$

1:
$\sim q$: $FVFV$
$\sim$p: FFVV

$\Rightarrow$: VFVV (1)

2:
p: VVFF
$\sim$q: FVFV

$\wedge$: FVFF (2)

3:
(1): VFVV
(2): FVFF

$\wedge$: FFFF (16) Contradicción

Se presenta a continuación la respuesta de dos alumnos a un ejercicio de probar la regla de distribución de la conjunción con respecto a la conjunción, formulado en una evaluación parcial:

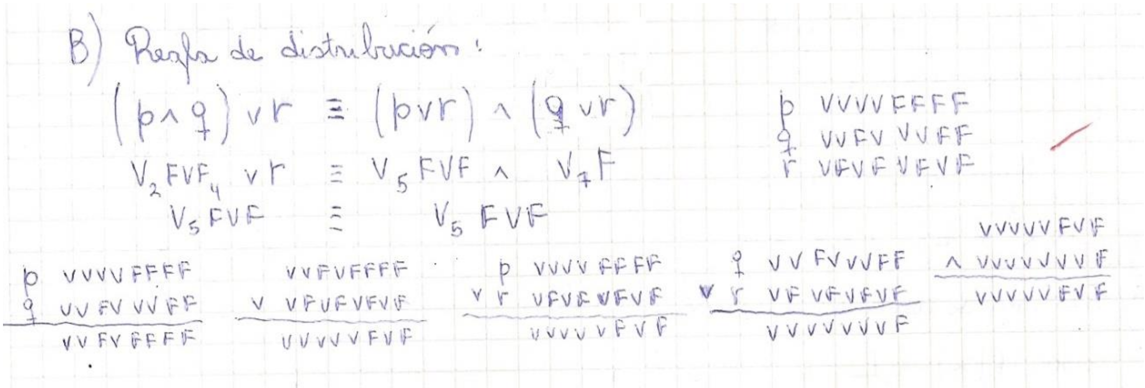


Figura 1: Copia de una respuesta de un alumno en una evaluación parcial

Conclusiones

Este trabajo es una muestra que la educación en la creatividad es posible también en el proceso de enseñanza y aprendizaje de objetos matemáticos. En el caso particular de la innovación que aquí proponemos, no se trata de dejar de lado modos tradicionales de enseñanza, como el uso de tablas de verdad, sino de brindar una forma alternativa de escribir y evaluar proposiciones, sin perder de vista los aspectos semánticos y sintácticos correspondientes.

Este aspecto de la creatividad no parece ser tenido muy en cuenta en la enseñanza de la matemática como competencia a desarrollar. Una dimensión cercana a la creatividad, consiste en emplear diferentes registros semióticos de una misma noción matemática. Una cuestión importante a tener en cuenta en la educación en la creatividad, supone generar un contexto de enseñanza y aprendizaje apropiado que lleve a los estudiantes precisamente a la creatividad. La creatividad en matemática no significa solamente proveer nuevas notaciones o nuevos registros, sino también, nuevas formas de desarrollar contenidos dados en forma tradicional, nuevos métodos de trabajo, nuevos enfoques, para aprovechar también dispositivos tecnológicos que se tienen actualmente.

Referencias

Betancourt Morejón, J.: Creatividad en la educación: educación para transformar. *Revista Psicología Científica. Com.* http://www.psicologiacientifica.com/. Consultado 02/05/19

Russell, B. y Whitehead:. Principia Mathematica, T.1

Saussure, F.: Curso de Lingüística General. Traducción, prólogo y notas de Amado Alonso. Vigésima cuarta edición editorial Losada Libera los libros. http://www.jacquesderrida.com.ar. Consultado 05/04/18

Wittgenstein L. Tractatus logico-philosophicus. Traducción autorizada de la edición publicada por Routledge, sello del grupo Taylor & Francis. Routledge & Kegan Paul, Ltd., Londres. Filosofía Alianza Editorial. Quinta reimpresión, 2010.

150 LA AUTOEVALUACIÓN EN LA VIRTUALIDAD: CARENCIAS DETECTADAS EN LA PRÁCTICA SEGÚN OPINIONES DE LOS ALUMNOS

Autores: De Rosa, Elisa; Veliz, Margarita; Pérez, Maria Angélica; Ross, Sonia Patricia
Institución: Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Tucumán
eli_drosa@hotmail.com; mveliz@face.unt.edu.ar; mperez@face.unt.edu.ar; soniagepner@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática
Palabras clave: autoevaluativos, opiniones, patologías, carencias

RESUMEN

En el contexto de búsqueda de la excelencia de la educación superior, la evaluación del aprendizaje de las ciencias constituye un tema de singular interés por su importancia y complejidad, y por la presencia de numerosos problemas, pendientes de solución, asociados a ella.
El propósito de este trabajo fue detectar algunas carencias vigentes en la evaluación del aprendizaje de la Matemática y más precisamente en la autoevaluación que se implementa en la virtualidad, tomando como referente teórico ciertos lineamientos generales para evaluar en ciencias, que condicen con principios de las teorías cognitivas y sociales del aprendizaje. Para ese fin, se consideraron las opiniones de los alumnos en el segundo cuatrimestre de 2018, aportadas de manera *on line,* a través de un cuestionario preparado mediante *Google Drive*, para recabar información respecto de la opinión que les merece a los estudiantes el uso del aula virtual implementada por la cátedra de Cálculo en la plataforma Moodle 3.0.
Por tratarse de un estudio de tipo cualitativo, en el procesamiento principal de la investigación, las variables y dimensiones de análisis se construyeron a posteriori de la información brindada por los estudiantes.
En este trabajo se detalla el procedimiento seguido en el proceso de construcción de las variables a partir de los datos y se presenta las opiniones de los 410 alumnos, tanto favorables como desfavorables referidas a los autoevaluativos propuestos.

INTRODUCCIÓN

En torno al concepto de evaluación hay gran cantidad de términos empleados en la práctica que en numerosas ocasiones se confunden, como calificación, acreditación, medida, valoración, mérito, control, etc. Es que para este concepto existen múltiples significados, desde el concepto de evaluación como control y sanción del aprendizaje, de búsqueda de errores para averiguar qué saben los estudiantes, que es el concepto clásico de evaluación sumativa, hasta el que la entiende como instrumento de comprensión y perfeccionamiento de la enseñanza y el aprendizaje (concepto de evaluación formativa), que también pretende encontrar errores pero para emplearlos como fuente de aprendizaje.
Los datos conseguidos, al ser contrastados con los principios de los lineamientos orientadores de evaluación del aprendizaje del marco teórico, permitieron detectar algunas carencias de la práctica evaluativa, las que fueron ordenadas en seis categorías: Carencias relativas a Relevancia de los contenidos, Equidad, Coherencia, Mejorar el aprendizaje, Inferencias Válidas y Apertura. Éstas dan lugar al desarrollo de este trabajo.

DESARROLLO

El marco conceptual utilizado en este trabajo es el de las teorías cognitivas y sociales del aprendizaje. Según Pérez González (2000) *"… se trata de la actividad cuyo objetivo es la valoración del proceso y resultado del aprendizaje de los estudiantes, a los efectos fundamentales de orientar y regular la enseñanza para el logro de las finalidades de la* *formación*". Esta aproximación destaca que la evaluación del aprendizaje es un proceso integral, subrayando su carácter formativo.

El modelo comunicativo de evaluación se apoya en la teoría de la psicología social, donde el aprendizaje se concibe como una construcción personal influida tanto por las características personales como por el contexto social. Esta nueva perspectiva supera la visión de la evaluación como mera constatación final del aprendizaje y permite que la misma incida en él con el seguimiento continuo de los alumnos, destacando sus avances y dificultades, señalando expectativas, apuntando a la importancia de la **autoevaluación** del aprendizaje. Estos aspectos favorecen la función formativa de la evaluación y su papel como un instrumento permanente de mejora de la enseñanza.

La integración de la tecnología a los procesos de enseñanza y aprendizaje, requiere que en la propuesta pedagógica se tengan en cuenta, entre otros, los siguientes aspectos:

- Actividades que promuevan y favorezcan el estudio independiente
- El acompañamiento y seguimiento por parte de los docentes, a través de las tutorías, con el propósito de apoyar y promover el aprendizaje de los alumnos
- Actividades grupales
- Actividades de autoevaluación que permitan al estudiante conocer el nivel de aprendizaje logrado
- Sistema de evaluación
- Estrategias para promover la reflexión por parte de los alumnos y el desarrollo de sus procesos metacognitivos

El propósito de este tipo de propuesta educativa es "servir como puente en un entorno virtual diverso, donde se enlazan currículum, propósitos, objetivos, materiales didácticos, actividades, herramientas de comunicación sincrónica y asincrónica mediados en una atmósfera artificial situada en la red" (Navarro del Ángel, 2009, p. 179). En otras palabras, se propicia el intercambio de información entre docentes y alumnos a través de la Red, originándose así nuevos ambientes de aprendizaje donde el conocimiento se difunde a través de Internet.

Un concepto de gran importancia corresponde a la evaluación, que permite mantener la información y su retroalimentación para la mejora continua de los aprendizajes en los alumnos y de esta manera potenciar su crecimiento intelectual.

En toda la actividad docente queda de manifiesto el tipo de práctica evaluativa, la concepción de enseñanza y de aprendizaje que el docente posee y realiza. En el proceso evaluativo no solamente se evalúan los conocimientos que el alumno ha adquirido, sino también de qué forma lo hace, la efectividad del diagnóstico continuo realizado para seleccionar los contenidos en función del grupo presente, y también es de gran importancia la autoevaluación de los alumnos, a fin de lograr una retroalimentación permanente a lo largo del proceso.

"*La autoevaluación no constituye, única y exclusivamente, un proceso introspectivo para lograr los aprendizajes, sino también, y sobre todo, es una estrategia continua de consolidación de habilidades, saberes y actitudes surgidas dentro y fuera del sistema educativo.*" (Ortiz Hernández, 2007, p. 110).

Desde esta concepción, la autoevaluación resulta esencial, dada su importancia como vía para desarrollar la independencia y el ejercicio de la valoración propia del alumno, ya que éste aprenderá no sólo a depender de valoraciones externas, sino a analizar y valorar sus propias ejecuciones y en qué medida responden a sus proyectos y expectativas. Las prácticas de la autoevaluación, no sólo tienen una influencia significativa en la calidad del aprendizaje sino que contribuyen al desarrollo de las potencialidades meta cognitivas del alumno, cuestión ésta de vital trascendencia para su praxis cotidiana y su posterior actividad profesional.

> "La autoevaluación le sirve al estudiante para reconocer su progreso, sus fortalezas y debilidades, los logros y las dificultades. Es útil, además, para analizar sus ejecutorias individuales y grupales, y así desarrollar una actitud crítica y reflexiva. Por otro lado, le sirve al profesor para tener los elementos de juicio que le permitan facilitar y reorientar el aprendizaje, valorar lo que hacen sus estudiantes, conocerlos mejor, valorar su propia efectividad como educador, o incluso modificar, si es preciso, los métodos y técnicas que emplea." (Ortiz Hernández 2007, pp. 111-112).

Algunas patologías o carencias que se presentan en la evaluación

Las investigaciones llevadas a cabo en estos últimos años han puesto de manifiesto que las prácticas evaluativas están afectadas de diversas patologías. Se han encontrado fuertes indicios sobre la persistencia de un modelo de evaluación reduccionista y desintegrado del proceso de enseñanza y aprendizaje. La forma, métodos y hábitos de llevar a cabo la evaluación que reflejan esta situación son entre otros (Sanjurjo, 2003):

1.- **Se evalúa de forma incoherente con el proceso de enseñanza y aprendizaje**. La evaluación debe ser coherente con el proceso de enseñanza y aprendizaje seguido y debe estar regida por él. La incoherencia se establece, por ejemplo, cuando un proceso de enseñanza que atiende el desarrollo integral del alumno, acaba con una evaluación preocupada por los contenidos conceptuales adquiridos, aplicando una prueba de carácter memorístico, rígido y repetitivo.

2.- **Se evalúa estereotipadamente**. Es común que los profesores repitan una y otra vez sus esquemas de evaluación y que los alumnos se preocupen por conocer cuál es la costumbre evaluadora del docente. "…los alumnos aprenden aquello que va a ser evaluado" (Sanjurjo 2003, p. 127).

3.- **Se evalúa el error o la falta de conocimiento**. Esto los lleva a describir problemas y deficiencias, más que a resaltar valores y logros. Una evaluación rigurosa requiere un tratamiento holístico de los fenómenos y de los productos.

4.- **Se evalúan solamente los resultados.** Frecuentemente se tiende a sobrevalorar lo que se ha conseguido (los resultados) sin tener en cuenta los procesos que los originan, los ritmos de aprendizaje, la relación esfuerzo/rendimiento, los medios empleados.

Evaluar los resultados es importante, pero se transforma en una patología cuando sólo se los tiene en cuenta independientemente de los procesos

5.- **La evaluación se reduce a un aspecto meramente cuantitativo o acreditativo**. Este tipo de evaluación no permite contemplar cuestiones que tienen que ver con el cómo aprende el alumno, cómo relaciona lo aprendido, para qué le sirve, cómo integra los nuevos conocimientos a los ya asimilados, cómo es la actitud hacia el aprendizaje.

6.- **Sólo se evalúa al alumno.** Pareciera que el alumno es el único en el sistema que debe ser evaluado; por lo tanto, también es el responsable de su fracaso. Por lo tanto, ante el fracaso sólo el alumno debe cambiar y lo demás sigue como estaba. Esto evidencia un proceso conservador y unidireccional.

7.- **No se evalúa éticamente**. La evaluación puede convertirse en un instrumento de opresión. En este caso, el proceso de enseñanza y aprendizaje se articula más en función de los resultados que en función de la riqueza y profundidad del saber, corriéndose el riesgo de la manipulación y el sometimiento del alumno. La hora de la verdad es la hora de la evaluación, no la del aprendizaje. Gran parte de los docentes ha leído sobre modelos pedagógicos en vigencia para la evaluación y sobre sus técnicas e instrumentos, pero casi siempre coinciden en las dificultades que se les presentan a la hora de evaluar. Es importante entonces que se reflexione sobre las prácticas evaluativas, teniendo en cuenta qué es lo que los alumnos perciben y reclaman.

METODOLOGÍA

Aspectos que se tuvieron en cuenta a la hora de confeccionar los autoevaluativos del aula virtual.

Hasta 2017 la cátedra trabajó con la plataforma Claroline y luego Moodle 2.0, migrando en 2018 a la plataforma Moodle 3.0, motivados por las deferencias que ésta ofrece en el campo de la utilización de simbología, precisamente para la confección de cuestionarios online. En esta plataforma, el trabajo docente se organizó como si fuera la primera vez que se utilizara autoevaluativos virtuales, de manera de poder moldearlos de la mejor forma posible, basados en las experiencias obtenidas de las plataformas anteriores.

Como primer paso, se diseñó el borrador de cuántos evaluativos se necesitarían por "bloques de temas" y la cantidad de preguntas que debía contener cada uno de ellos para que sean lo suficientemente representativos como evaluación y al mismo tiempo asegurar que se cubran todos los temas.

En base a esa estructura borrador, se armó entonces un diseño de "banco de preguntas" dividido en secciones tanto para los autoevaluativos prácticos como para los teóricos:

- En el caso de los autoevaluativos prácticos, se establecieron 24 secciones que darían origen a 6 autoevaluativos de 4 puntos cada uno. Para garantizar la aleatoriedad en cada autoevaluación que se presentaba a los estudiantes al momento de ingresar en su cuenta, se nutrió cada sección con 30 preguntas diferentes como mínimo (la mayoría tenía 40 o más) pero de tenor similar.
- En el caso de los teóricos, se establecieron 18 secciones que dieron origen a 6 autoevaluativos de 3 preguntas cada uno. Dado el tipo de pregunta elaborada, la aleatoriedad podía ser menor en este caso, y es por ello que se nutrió cada sección con una cantidad de 10 preguntas diferentes como mínimo (la mayoría tenía 20) pero de tenor similar.

Luego se tuvo en cuenta el cronograma de dictado de clase, en cuanto a fechas y contenidos dictados, para definir en qué momento en las que se pondría a disposición de los alumnos, de manera que los temas evaluados hayan sido enseñados por lo menos con una anterioridad de 4 o 5 días al momento de apertura del autoevaluativo.

Objetivos que se persiguen con los autoevaluativos

Se trabajó con un doble propósito:

1) reforzar el concepto de autoevaluación que se planteó desde el cuadernillo de trabajos prácticos con los autoexámenes y
2) buscar una herramienta de motivación que permita al estudiante llevar al día el estudio de la asignatura al tiempo que mide su nivel de conocimientos, por el resultado que obtiene al rendir el autoevaluativo virtual.

Para el caso de los autoevaluativos teóricos, se suma el objetivo de que el alumno analice desde otra perspectiva algunas definiciones o propiedades, fomentando la capacidad de comprensión de los temas para favorecer posteriormente la retención de lo estudiado.

Por otro lado, al asignar un puntaje adicional para el momento de la nota final del alumno en la materia por la participación de los autoevaluativos (siempre que se cumplan ciertas condiciones), la herramienta se transforma en un atractivo para los estudiantes de manera que:

- Asistan a los horarios de consulta presenciales ofrecidos por la cátedra para solicitar apoyo para la comprensión de los errores cometidos en la evaluación virtual.
- Accedan al aula virtual y utilicen las herramientas adicionales brindadas, como ser videos complementarios para temas teóricos, ejemplos de ejercicios resueltos paso a paso, foro de consultas o encuestas.

Forma y modalidad del procesamiento de datos

Para recolectar la información se empleó un instrumento diseñado con el propósito de informar los reclamos que efectúan los alumnos, respecto a las características de los autoevaluativos, para luego detectar algunas carencias de los mismos. Por tratarse de un trabajo de investigación de tipo **cualitativo-descriptivo**, el procesamiento principal de la investigación se realizó por un **análisis centrado en el valor**. Es decir, las variables y dimensiones se construyeron a posteriori del análisis de los datos recogidos (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista, 2000; Samaja, 2003).

El procedimiento seguido en el proceso de construcción de las variables a partir de los datos fue el siguiente:

1. Se tomó como **universo** al conjunto de respuestas dadas por los estudiantes.

2. Se consideró como **unidad de análisis**, a cada una de las distintas inquietudes o carencias anotadas por los alumnos, denominadas **ítem** en este trabajo.

3. Se efectuó un **análisis comparativo sistemático** de los contenidos de los ítems anotados por los alumnos, con el objeto de definir las dimensiones de análisis, las que fueron enunciadas basándose en el marco teórico, y la experiencia de las autoras de este trabajo.

4. Esto llevó a: a) codificar toda la información; b) calcular frecuencias y porcentajes; c) realizar tablas para sintetizar la información; d) efectuar la definición de categorías exhaustivas significativas que constituyeron las **variables** del espacio de atributos de la indagación (Samaja, 2003).

El esquema de análisis de los datos seguido en este trabajo originó el espacio de atributos que sirvió de instrumento de análisis. Las variables que se construyeron a partir de los datos obtenidos se muestran a continuación en el espacio de atributos.

Espacio de atributos generado por el procedimiento seguido para analizar los datos

Samaja (2004) plantea que para llevar a cabo cualquier investigación, el indagador debe determinar un objeto modelo, el cual resulta definido por un conjunto de atributos, relaciones y contextos que se han seleccionado como relevantes para su estudio, en base a modelos preexistentes en el acto investigativo. El conjunto de variables que se eligen para describir el objeto real de la indagación es lo que se designa con la denominación de **espacio de atributos**.

Lo que se denominó objeto modelo, queda delimitado por los distintos tipos de unidades de análisis escogidas para la investigación, mediante la aplicación de un espacio de atributos propio de cada tipo de unidad de análisis.

Generación de las variables:

A modo de ejemplo se muestra cómo se generó la variable *Mejorar el aprendizaje.*

Generación de las dimensiones de la variable Mejorar el aprendizaje: Al efectuar el análisis comparativo de los distintos registros escritos por los alumnos, se observaron en los datos diferencias en cuanto a la pertinencia de los reclamos de los estudiantes correspondientes a las siguientes clases mutuamente excluyentes: Instrumentos de evaluación, Consecuencias afectivas, Gestión de errores, Control del aprendizaje y Organización de la evaluación.

Generación de la variable Mejorar el aprendizaje: Se asumió que la presencia de algún reclamo dentro de las dimensiones recién enumeradas, generadas por los datos, sería un indicador de obstáculos para mejorar el aprendizaje. De esta manera se generó la variable *Mejorar el aprendizaje* cuya definición conceptual se presenta seguidamente.

Definición conceptual de las variables

Relevancia de los contenidos: respecto a los contenidos que se evalúan.

Equidad: respecto a carencias de igualdad de oportunidades brindadas en el acto evaluativo.

Coherencia: en relación a la falta de coherencia de las actividades evaluativos respecto a las de las clases.

Mejorar el aprendizaje: reclamos que efectúan los alumnos a sus docentes respecto a obstáculos manifiestos en las actividades evaluativas: Instrumentos de evaluación, Consecuencias afectivas, Gestión de errores, Control del aprendizaje y Organización de la evaluación, que impiden que la evaluación sirva de instrumento de mejora.

Inferencias válidas en la evaluación: respecto a aspectos manifiestos en la evaluación que impiden promover inferencias válidas acerca del aprendizaje.

Apertura: en relación a la falta de información que tienen respecto del proceso evaluativo.

Cálculo del peso de las carencias evaluativas en cada variable: El peso del ítem se definió como la frecuencia con que los grupos de alumnos citaron la carencia evaluativa indicada en el texto del ítem.

El peso de una dimensión se calculó como la suma del peso de todos los ítems clasificados dentro de la dimensión.

Definición operacional de las variables

En este trabajo, siguiendo la línea de Samaja (2003) se consideró al dato de cualquier investigación empírica, como una **estructura compleja de cuatro componentes**: Unidad de análisis, Variables, Valores e Indicadores, la que se denomina **matriz de datos**.

A modo de ejemplo, se presenta parte de la definición operacional de la variable “Mejorar el aprendizaje”. De manera similar se definieron operacionalmente las otras variables.

Como puede notarse, respecto a la orientación clásica de la metodología de la investigación, basada en el análisis de variables, Samaja agrega a la estructura del dato científico la figura del *indicador*. El *indicador* es el procedimiento aplicado a cada dimensión relevante de la variable para efectuar su medición o valoración. Tales procedimientos incluyen desde el empleo de un indicio perceptivo simple, hasta la construcción de escalas o números índices que combinan muchos ítems o dimensiones de una variable compleja.

Apoyándose en estos fundamentos se realizó la definición operacional de las variables de la indagación. En este Estudio, el procedimiento empleado por los investigadores fue observar la pertinencia de los datos a una cierta clase. Este procedimiento permitió ubicar una cierta unidad de análisis (un ítem) en un valor de alguna variable del espacio de atributos. De igual modo para todas las dimensiones de las variables consideradas.

RESULTADOS

En los siguientes cuadros, se muestra las opiniones de los alumnos en cuanto a los “reclamos” que efectúan referidos a cada una de las variables consideradas. Se hace notar que los alumnos respondieron más de un ítem.

Variable	Ítems evaluados	Presencia del ítem en porcentajes calculados sobre 410 respuestas (%)	Peso del ítem	Peso de la categoría
Relevancia de los contenidos	Los ejercicios son mucho más difíciles	60	246	190
	Debiera haber más preguntas en los evaluativos	10	41	
	Bajar la dificultad de los autoevaluativos	60	246	
	Los ejercicios del autoevaluativo no se dictan en clase y no están en los libros	60	246	

Variable	Ítems evaluados	Presencia del ítem , en porcentajes calculados sobre 410 respuestas (%)	Peso del ítem	Peso de la categoría
Equidad	Que se informe con anticipación las limitaciones	5	20	562
	Que no sean día sábado	18	76	
	Que funcione bien el campus durante todo el día	80	328	
	Dar un plazo más extenso de resolución	15	62	
	Que se pueda hacer en el celular	18	76	

Variable	Ítems evaluados	Presencia del ítem , en porcentajes calculados sobre 410 respuestas (%)	Peso del ítem	Peso de la categoría
	Deberían ser más accesibles y más parecidos a los ejercicios de los parciales	50	206	536
	Similitud de los autoevaluativos con el parcial	40	165	
	Los exámenes deberían ser acordes a los autoevaluativos	40	165	

Variable	Dimensión	Ítems evaluados	Presencia del ítem , en porcentajes calculados sobre 410 respuestas (%)	Peso del ítem	Peso de la categ.
Mejorar el aprendizaje	de evaluación	Los autoevaluativos deberían tener	10	40	745
		A veces los enunciados no resultan claros	20	82	
		Que sume más puntaje para el parcial	15	62	
	Gestión de errores	Los autoevaluativos deberían mostrar al final cuál era la respuesta correcta.	22	89	
		Estaría bueno que suban cómo se realizarían algunos ejercicios de los autoevaluativos	25	103	
		Podrían enviar un mail recordando la			

		fecha del evaluativo	5	20	
		Más tiempo entre un control de lectura y otro	20	81	
		El tiempo para resolver es muy poco	15	61	
		Que se promedie la nota entre el primer y segundo intento	25	104	
		Los autoevaluativos son buenos para practicar pero deberían haber menos	15	62	
	Organización de la evaluación	Extender el plazo de apertura	10	41	

Variable	Ítems evaluados	Presencia del ítem , en porcentajes calculados sobre 410 respuestas (%)	Peso del ítem	Peso de la categoría
Inferencias válidas de la evaluación Inferencias válidas de la evaluación	Deberían sumar más puntaje para el parcial	**30**	**124**	**534**
	Más evaluaciones prácticas para poder medir un poco más los conocimientos.	**35**	**143**	
	Me gusta que muestre los resultados de evaluativos en el momento y sus errores.	**65**	**267**	

Variable	Ítems evaluados	Presencia del ítem , en porcentajes calculados sobre 410 respuestas (%)	Peso del ítem	Peso de la categoría
Apertura	Los autoevaluativos prácticos y teóricos deberían dejar de ser condición para la promoción.	**18**	**76**	**262**
	Pondría la resolución de los autoevaluativos prácticos y teóricos.	**15**	**62**	
	Más ejercicios en los autoevaluativos.	**30**	**124**	

Aspectos favorables, desde la opinión de los alumnos, que tuvieron los autoevaluativos propuestos en el aula virtual:

Se destacan: “Me parece bueno la utilización de autoevaluativos teóricos y autoevaluativos prácticos”, “Me ayuda a saber si sé o no la materia”, “Los virtuales me llevan en un adecuado ritmo de estudio”, “Ayuda a evaluarse, repasar y afianzar temas vistos en clases”, “Mejora la ejercitación y facilita el repaso”, “Resolver ejercicios similares a los de los parciales”, ”Permite ver el tiempo que me tomé en resolver determinados ejercicios y la forma en la que debo trabajar”, “Me gustó que los autoevaluativos son ejercicios parecidos a los del parcial”, “Lo que más me gustó fue el nivel de dificultad que se presentó en los controles”, “Me gustó que aumente puntos para el parcial”, “Me sirvieron como práctica para el parcial”, “Ayudan a estar mejor preparado para el parcial”.

CONCLUSIONES

* El uso del aula virtual se constituyó en un medio óptimo de comunicación para llevar a cabo esta fase en el proceso de evaluación, que es la autoevaluación.

* En la actualidad los sistemas informáticos son considerados un recurso fundamental para la enseñanza y el aprendizaje, en el sentido de que no sólo pueden ayudar a que los estudiantes accedan al conocimiento, sino que constituyen un valioso apoyo a la tarea docente.

* A partir de la opinión de los alumnos, puede decirse que se cumplió el objetivo principal de los autoevaluativos, que fue servir a los alumnos como herramienta para retroalimentar su aprendizaje durante su proceso.

* En base a las observaciones detectadas, los docentes de la cátedra se encuentran trabajando para mejorar la oferta brindada, rediseñando algunas preguntas, el cronograma de fechas, etc.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Hernández Sampieri R., Fernández Collado C. y Baptista Lucio P, (2000*). Metodología de la investigación.* México: Editorial McGraw-Hill.

- Navarro del Ángel, D. (2009). Modelos Educativos y Entornos Virtuales de Enseñanza. Revista Interdisciplinar – Entelequia - Especial Educación Superior, (10), 177 – 187.

Obtenido de www.eumed.net/entelequia/pdf/2009/e10a11.pdf

- Ortiz Hernández, E. (2007). La autoevaluación estudiantil. Una práctica olvidada. *Cuaderno de Investigación en la Educación. Centro de Investigaciones Educativas,* Nº 22, 107-119. Universidad de Puerto Rico.

- Pérez González, O. (2000). *Evaluación del aprendizaje en la enseñanza universitaria*. CEPES, Universidad de La Habana, Cuba.

- Samaja J. (2003). *Epistemología y metodología. Elementos para una teoría de la investigación científica*. 3º edición. 3º reimpresión. Buenos Aires: Eudeba.

- Samaja J. (2004). Material del Curso de postgrado: La ciencia como proceso de investigación y dimensión de la

cultura. Secretaría de Postgrado de la Universidad Nacional de Tucumán. Argentina.

- Sanjurjo, L. y Vera, M. (2003), *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior*. Rosario-Argentina: Homo Sapiens Ediciones. (pp. 123-147).

155 LA EVALUACIÓN FORMATIVA MEDIADA POR LAS TIC: UNA EXPERIENCIA EN TARTAGAL-SALTA

Abad, Betina Elizabet – Gómez Lérida, Nicolás
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta
betina_abad05@yahoo.com.ar – nglerida@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje significativo, TIC, Plataforma Moodle, Evaluación formativa

Resumen

La evaluación a veces es considerada en el proceso de enseñanza-aprendizaje como una instancia final que permite cuantificar logros y acreditar una asignatura. Pensada así la evaluación, el docente no logra comprobar si el aprendizaje en los estudiantes es significativo; y si es posible, integrar la evaluación en las secuencias didácticas como generadora de nuevos conocimientos.
La incorporación de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en la instancia de enseñanza y evaluación, brinda la posibilidad de realizar numerosas representaciones de objetos y relaciones matemáticas en diferentes registros, además favorece el desarrollo de la habilidad de la conversión, transformación fundamental para lograr la conceptualización.
Considerando que un recurso que relaciona estos dos aspectos son los cuestionarios. Se implementa cuestionarios virtuales y opcionales dentro de la plataforma Moodle de la Universidad Nacional de Salta, destinados a estudiantes tartagalenses de la carrera de Contador Público Nacional de la cátedra de Matemática III. Los cuestionarios están diseñados para que: los docentes comuniquen los objetivos a los estudiantes; los docentes brinden retroalimentaciones variadas, los estudiantes den retroalimentación a sus pares; los estudiantes identifiquen fortalezas y debilidades en su aprendizaje; los docentes recojan información y a partir de ella ajusten la enseñanza y fomenten la auto regulación de los aprendizajes.
Este trabajo pretende indagar sobre el impacto de esta actividad innovadora en los estudiantes y docentes, tanto a nivel académico como personal y analizar la continuidad de esta labor.

1 Introducción

El marco teórico que respalda el abordaje sobre evaluación formativa, reconoce como fortalezas: (a) el papel activo y la implicación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje; (b) la posibilidad de favorecer la comprensión de los procesos de aprendizajes complejos; (c) el desarrollo de estrategias de habilidades metacognitivas y de aprendizaje continuo; (d) la claridad de los criterios de evaluación; (e) el valor del feedback; (f) la experiencia de aprendizaje en sí misma que sirve como ejemplo para el desarrollo de la futura profesión; (g) el diálogo que promueve entre estudiantes y docente; (h) la contribución a comprender mejor la práctica docente.

Y como debilidades: la inexperiencia de los estudiantes para abordar los modos alternativos que la evaluación formativa propone para hacer visibles sus fortalezas y debilidades; la percepción de estudiantes y profesores acerca de una carga de trabajo excesiva dado que se utilizan variedad de instrumentos y recogen evidencias múltiples a lo largo del proceso; el poco uso que los estudiantes hacen del feedback recibido de sus pares y profesores; los hábitos muy arraigados de una cultura tradicional de evaluación como las pruebas de lápiz y papel, la mirada casi exclusiva sobre las calificaciones, la evocación de información como propósito principal de los exámenes, entre otras cuestiones. Anijovich (2017).

Por otro lado, considerando que una característica propia y específica de las estructuras y conceptos matemáticos es la necesidad de emplear diversas representaciones y aprehenderlos en toda su complejidad, lo que implica, desde una perspectiva cognitiva, que para la total comprensión de las nociones matemáticas es preciso emplear y coordinar más de un sistema de representación, como han puesto de manifiesto prestigiosos investigadores tales como Duval, Hitt; Janvier, Kaput, entre otros.

En el convencimiento que: "es necesario implementar en el aula de matemáticas tareas en las que la actividad matemática demande el uso coherente de diferentes representaciones. La tecnología, desde este punto de vista, servirá como herramienta fructífera para la construcción de conceptos matemáticos más profundos que se reflejen en procesos exitosos por parte de los estudiantes en la resolución de problemas". Hitt (2003, pág. 222).

Finalmente, la Plataforma Educativa Moodle es un entorno virtual de enseñanza y aprendizaje que apoya a la docencia, en cuanto permite poner al alcance de los estudiantes contenidos educativos (imágenes, videos, presentaciones, documentos de lectura). Asimismo, facilita una labor de seguimiento del progreso del estudiante porque agilizan la comunicación entre el profesor y sus estudiantes entre otros aspectos a destacar.

Así también, la actividad cuestionario dentro del aula virtual es una herramienta potente, flexible y asincrónica, donde el docente puede diseñar cuestionarios, cuyas preguntas se generan aleatoriamente, por categoría y de corrección inmediata. Los cuestionarios virtuales son considerados instrumentos de refuerzo y repaso, que promueven la autoevaluación, la cual facilita a los estudiantes el control de su propio aprendizaje.

De esta manera, la cátedra de Matemática III considera importante diseñar e implementar nuevas actividades que fomenten en lo estudiantes universitarios del norte de la provincia de Salta: capacidad de aprendizaje, trabajo en equipo y cooperación, responsabilidad en el trabajo, actitud positiva y optimismo, flexibilidad/capacidad de adaptación a nuevos entornos y resolución de problemas.

A continuación, se relata el desarrollo de la experiencia, con el objetivo de analizar el impacto de la implementación de la propuesta elaborada, como así también, evaluar las apreciaciones personales de los estudiantes ante el uso de las TIC y sobre la experiencia realizada.

2 Métodos y materiales

La cátedra de Matemática III realiza la experiencia con estudiantes del segundo año de la carrera de Contador Público Nacional de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales (FCEJyS) de la Universidad Nacional de Salta en la ciudad de Tartagal, departamento General José de San Martín.

Para llevar adelante esta experiencia se usó como recurso didáctico cuestionarios elaborados dentro del aula virtual "Matemática III- Sede Tartagal" en la plataforma Educativa Moodle de la FCEJyS.

La metodología de trabajo se llevó a cabo por etapas: Diseño de los cuestionarios virtuales; implementación y seguimiento y análisis de resultados obtenidos.

- Diseño de los cuestionarios virtuales: En esta etapa se tuvo en cuenta las dificultades y errores que los estudiantes tienen al abordar algunos contenidos de la asignatura. Los cuestionarios virtuales se realizan en forma asincrónica acompañados con su respectiva retroalimentación.
- Implementación y seguimiento: En esta instancia, se invita a los estudiantes a participar de la experiencia haciéndoles conocer los objetivos que se pretenden lograr con la implementación de los cuestionarios, los cuales no son obligatorios. A partir de la participación del estudiante se procede al seguimiento de las distintas estrategias de resolución, las dificultades y los errores manifestados en los cuestionarios, se recolecta información sobre:

cantidad de estudiantes que lo realizaron, número de intentos, tiempo y errores comunes. Además, se confecciona un registro de actividades para su posterior análisis.

- Análisis de resultados obtenidos: Luego de la recolección de la información sobre los resultados obtenidos en los cuestionarios realizados por los estudiantes, se realiza la comparación con los resultados obtenidos en los exámenes parciales de los estudiantes con participación activa. Con la lectura de los resultados se extraen algunas conclusiones.

Durante el desarrollo de la asignatura se efectúan dos cuestionarios antes del primer examen parcial; luego dos cuestionarios más, antes del segundo parcial. Se establece que los cuestionarios aprobados sumen puntos adicionales para cada parcial, beneficiando a los estudiantes en la nota final de promoción y/o regulación.

2.1 Diseño de los cuestionarios

Cada año se cuenta con grupos distintos de estudiantes, con diferentes características, con motivaciones personales distintas, etc.; pero los errores del estudiante y las dificultades que se les presenta son similares; esto lleva a buscar nuevas alternativas de trabajo, direccionado en primer lugar a, mejorar el proceso de aprendizaje, fomentar la autoevaluación, y obtener un rendimiento académico satisfactorio en los estudiantes; en segundo lugar, a, reflexionar sobre las prácticas docentes, permitiendo comprender y aportar al proceso de enseñanza. Los cuestionarios virtuales dentro de la plataforma Moodle son interactivos por cuanto el estudiante obtiene inmediatamente una respuesta con los argumentos que confirman si la acción es correcta o incorrecta; y además poseen una gran variedad de tipos de preguntas. Las preguntas que se implementaron fueron de opción múltiple, verdadero/falso y emparejamiento, las mismas relacionaban tanto la teoría como la práctica, ver a modo de ejemplo, Figura 1.

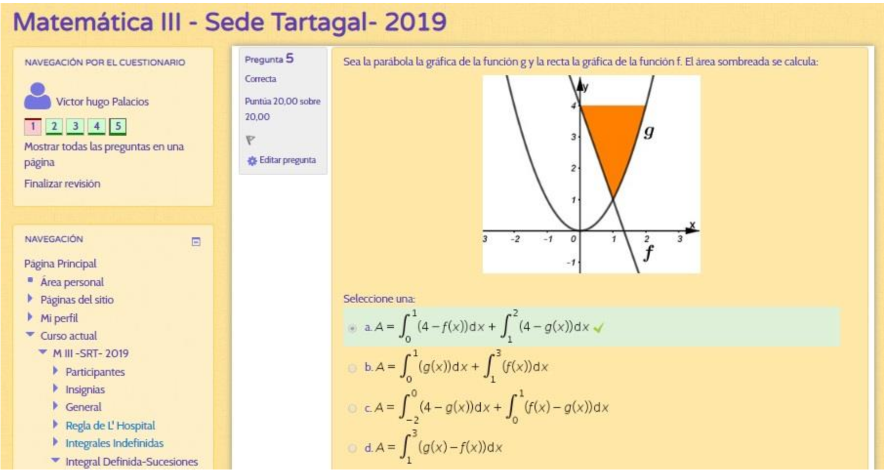


Figura 1. Material elaborado por la cátedra.

En la Figura 1, se muestra una actividad que tiene como objetivo que el estudiante relacione el gráfico de un área encerrada entre curvas con su correspondiente planteo para obtener el valor de su área a través del cálculo de integrales definidas, esta actividad fue diseñada a partir de las observaciones realizadas por los docentes en las clases, donde los estudiantes muestran como dificultad expresar el planteo y no el cálculo en sí del área.

La retroalimentación hacia el estudiante consiste en: ante respuestas incorrectas, sugerencias para revisar conceptos u orientación en la búsqueda de la respuesta correcta; respuestas correctas, reafirmar en el estudiante el conocimiento del tema.

En los cuestionarios propuestos se permitió a los estudiantes realizar un solo intento, sin límite de tiempo, para darle la posibilidad de consultar sus apuntes y revisar sus respuestas antes de enviarlas para calificar. Además, se realizaron comentarios al finalizar cada cuestionario, para motivar y promover la autoestima.

2.2 Descripción y análisis de los resultados de un cuestionario

Cinco preguntas, de veinte puntos cada una, forman este cuestionario, a cada pregunta le corresponde una categoría de sub-preguntas aleatorias que se definen por tema y objetivo, este diseño obedece a la necesidad de brindarle al estudiante la posibilidad de abarcar la mayoría de los temas previstos para cada parcial.

- La pregunta 1 (P1) es sobre funciones de dos variables y tiene como objetivo que el estudiante clasifique un punto crítico dado usando el teorema.
- La pregunta 2 (P2) tiene como tema serie de potencia y pretende que el estudiante determine el radio e intervalo de convergencia.
- La pregunta 3 (P3) tiene como tema sucesión y como fin que el estudiante analice la convergencia o divergencia de una sucesión.
- La pregunta 4 (P4) trata sobre función de dos variables y pretende que el estudiante obtenga los números críticos de una función de dos variables.
- La pregunta 5 (P5) es sobre series numéricas y pretende que el estudiante identifique y determine la convergencia de una serie geométrica.

En la Tabla 1 se muestra el registro que se obtiene en el aula virtual en la plataforma Moodle, y este nos permite notar que el menor promedio general lo tienen las preguntas 2 y 3, que son sobre serie de potencia y sucesiones lo que nos indica que se deben reafirmar estos conceptos tanto en la teoría, como en la práctica.

Tabla 1. Informe obtenido en el aula virtual "Matemática III – Sede Tartagal- 2019".

	P1	P2	P3	P4	P5
Promedio General	15,09	10,91	9,09	18,18	16,36

En general, se reafirmó que los cuestionarios generaron conocimiento, ya que, al momento de dialogar y entrevistar a los estudiantes en los horarios de consultas, varios muestran su desarrollo en lápiz y papel, junto a alguna imagen realizada en software que verifica sus respuestas.

Por otro lado, es razonable considerar que existe la posibilidad de que algunos estudiantes copien la respuesta, que resuelvan entre varios o alguna persona distinta al estudiante lo resuelva, todas estas situaciones serán puesta en evidencia cuando el estudiante rinda en forma individual y presencial el examen parcial; por lo que la aprobación del cuestionario no resulta determinante para la regularización de la asignatura, sino que permite llevar a cabo un seguimiento del desempeño del estudiante.

3 Resultados

En esta sección se busca conocer los resultados sobre la implementación de esta actividad para luego inferir, sobre si realmente se logró el aprendizaje significativo, la autoevaluación y la superación que se perseguía.

3.1 De la asignatura

En el Grafico 1, se señala la tendencia año tras año sobre el rendimiento de los estudiantes en la asignatura, notando que el porcentaje de estudiantes que regularizaron aumento en los últimos tres años, el porcentaje de los estudiantes que abandonan se mantiene constante y el porcentaje de estudiantes que no regularizan disminuye en los últimos dos años.

Gráfico 1. Datos proporcionados por la cátedra

3.2 De los estudiantes que realizaron cuestionarios

Como se ha mencionado anteriormente los cuestionarios se realizan en los años 2018 y 2019, opcionales, por ello se ha elegido analizar toda la información relaciona con aquellos estudiantes que han participado en la resolución de los cuestionarios virtuales. Se destaca que la participación en la realización de los cuestionarios virtuales es continua.

Gráfico 2. Datos proporcionados por la cátedra

Como se observa en el Gráfico 2, en ambos años, la mayoría de los estudiantes que realizan los cuestionarios regularizan la asignatura, mientras que los porcentajes de los estudiantes que hacen cuestionarios y abandonan o no regularizan son muy bajos.

3.3 De los cuestionarios

El análisis de la encuesta realizada a los estudiantes, Tabla 2, muestra que la mayoría no tuvo problema con el acceso a internet para cumplir con el cuestionario; al momento de realizarlo utilizaron como principal recurso sus apuntes teóricos-prácticos; muchos consultaron al docente sobre los errores señalados en la retroalimentación; ninguno se quedó sin consultar; varios reconocen que hacer cuestionarios antes del parcial les permite comprender mejor las consignas, vincularse más con los docentes –compañeros y por último algunos indican que las preguntas que responden no les sirven mucho para comprender como deben justificar sus respuestas correctamente.
Entre los comentarios y sugerencias realizados sobre los cuestionarios, los estudiantes aprecian la actividad, el valor del trabajo presencial colaborativo entre pares y docentes, trabajo que se genera luego de la retroalimentación en el aula virtual, la disposición de los docentes para guiarlos e indican la cantidad mínima de preguntas en cada cuestionario.

Tabla 2. Datos obtenidos de la encuesta realizada a estudiantes que realizaron cuestionarios en el año 2019.

1. ¿Le resulto difícil acceder a internet?				
Si	30,8%	No	69,2%	
2. Al momento de realizar el cuestionario seleccione los recursos que utilizó				
Apuntes teóricos-prácticos		84,6%		
Libros		53,8%		
Internet		61,5%		
Docentes		23,1%		
Compañeros		61,5%		
Ninguno		0%		
3. A partir de los errores señalados en el cuestionario marque todas las actividades que usted realizó luego.				
Consulto, libros, apuntes, internet.		76,9%		
Consulto a compañeros.		61,5%		
Consulto a docentes.		69,2%		
No consulto.		0%		
4. El realizar los cuestionarios antes de cada examen parcial le permitieron:				
Comprender consignas y/o enunciados de aplicaciones económicas	Si	92.3%	No	7,7%
Relacionarse con los docentes y/o compañeros.	Si	84,6%	No	15,4%
Organizar los tiempos a la hora de estudiar.	Si	69,2%	No	30,8%
Interpretar definiciones usando gráficos	Si	69,2%	No	30,8%
Justificar sus respuestas	Si	53.8%	No	46,2%

4 Conclusiones y trabajos futuros

De los resultados parciales en cada ítem notamos en primer lugar que existe un porcentaje considerable de estudiantes de la asignatura que nos señalan que debemos facilitar más el acceso a internet, por lo que en las próximas ediciones se dispondrá para los estudiantes de un horario de trabajo en el laboratorio de computación de la Universidad.

Además, todos los estudiantes que realizaron los cuestionarios, no se quedaron con la duda sobre sus errores, sino que, se acercaron a sus docentes para consultar con sus desarrollos en la mano, es decir, este tipo de evaluación permitió generar acercamiento con los docentes, con sus compañeros y con el conocimiento.

También, el hecho de que los estudiantes indiquen que las preguntas no son tan útiles para entender cómo deben justificar sus respuestas, nos indica que la calidad de la retroalimentación en el aula virtual debe mejorar, y que el docente debe indagar e intervenir de manera presencial sobre las dudas de los estudiantes.

En definitiva, esta acción pone en relieve la importancia de diseñar e implementar este tipo de actividad para fomentar mayor participación de los estudiantes en su aprendizaje y permite justificar por qué esta instancia se debe agregar en la organización de las actividades de la cátedra en los próximos años.

Referencias

Anijovich, R. (2017). La evaluación formativa en la enseñanza superior. Voces de la educación. 2 (1) pp. 31-38

Anijovich, R. (2010) La retroalimentación en la evaluación, Capítulo 5, pp. 129-150. Buenos Aires. Ed Paidós.

Baños Sancho, J. (2007) La Plataforma Educativa Moodle -Creación de Aulas Virtuales. Manual de Consulta para el Profesorado. IES Satafi. Getafe.

Barbera, E. (2006). Aportaciones de la tecnología a la e-evaluación. RED. Revista de Educación a Distancia. Consultado 03/08/19, en http://www.um.es/ead/red/M6

Hitt, F. (2003) Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. Boletin de la Asociación Matemática Venezolana Vol. X, Nº 2, pág. 213 -223.

Mottier Lopez, L. (2010). Evaluación formativa de los aprendizajes. Síntesis crítica de los trabajos francófonos, Capítulo 2, pp. 43-71. Buenos Aires. Ed Paidós.

157 ANALISIS DE EMPRESAS COMO RECURSO DIDACTICO PARA LA ENSEÑANZA DE ESTADISTICA. CASO DE ESTUDIO: LA SERENISIMA.

Quintana Miguel, Batista Einer
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales. Universidad Nacional de Salta
maquin24@gmail.com; einerbatista@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática
Palabras Claves: Aplicación Práctica, Estadística Descriptiva. La Serenísima, Diseño de Casos, Recursos Didácticos.

Resumen

Acerca del modo en que se puede encarar el aprendizaje de Estadística, existe una diversidad de recursos que pueden ser de utilidad. Uno de ellos es el que propone dirigir la atención a la resolución de problemas y casos prácticos. Desde ese punto de vista y con la intención de complementar la resolución de casos prácticos, resulta interesante poder mostrar a los estudiantes cómo las distintas herramientas y conceptos de la asignatura pueden ser aplicados para llevar adelante un proceso de conocimiento de las características principales de una reconocida empresa. La representación de una situación de la realidad como base para la reflexión y el aprendizaje es siempre una oportunidad para el aprendizaje significativo y precisamente esa es la intención con el presente trabajo. Se seleccionó una empresa productiva de alimentos de consumo masivo como caso de estudio y estrategia de enseñanza y aprendizaje que aborda conceptos estadísticos básicos a los fines del conocimiento de algunas características económicas y financieras. Cabe destacar que la información utilizada surge de publicaciones, artículos y datos de organismos públicos de fácil acceso a través de la web, los cuales se referencian como fuente a lo largo del trabajo. En este proceso también se incluye la integración de conocimientos que los estudiantes pueden haber adquirido en otras asignaturas.

1. Introducción. Ubicación de la problemática.

Este trabajo se encuadra dentro de la Cátedra de Estadística para las carreras de Contador Público Nacional, Licenciatura en Administración de Empresas y Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta. La misma tiene a su cargo el dictado de dos materias dentro del Plan de Estudios de las carreras mencionadas anteriormente: Estadística I, ubicada en el 2° Año de las carreras y de cursado obligatorio y Estadística II, ubicada en el 4° año y de cursado obligatorio para los estudiantes de las Licenciaturas y de carácter optativo para la carrera de Contador Público.

Los contenidos previstos para cada materia integran en Estadística I tópicos básicos de estadística descriptiva, probabilidades y una introducción a temas de estadística inferencial. Así mismo en Estadística II se dictan contenidos de estadística inferencial. Ambas materias se dictan durante un cuatrimestre, estando Estadística I durante el segundo cuatrimestre y Estadística II durante el primero.

La estructura del dictado para ambas materias es similar, y consta de una comisión de clases teóricas y 6 comisiones de clases prácticas a cargo de distintos docentes. En clases teóricas se brinda a los alumnos los fundamentos de cada uno de los contenidos previstos en el programa y luego en las comisiones prácticas se desarrolla una Guía de Trabajos Prácticos que consiste en una recopilación de ejercicios obtenidos de la bibliografía básica y propuesta por la Cátedra.

En la búsqueda de nuevas estrategias para la enseñanza se propuso indagar sobre alternativas para encarar el trabajo en las comisiones de práctica, haciendo incapié en la condición de la estadística como matemática aplicada y surgió la idea de diseñar un caso de estudio basado en datos obtenidos de fuentes conocidas y que permitan acercar al estudiante captando su interés al ver que los contenidos aprendidos en la materia podrían ser de utilidad en su futuro accionar profesional.

En el año 2017 se realizó esta experiencia en el dictado de la materia Estadística I, de introducir dentro del material de estudio del alumno una aplicación práctica que le permita utilizar los conceptos estadísticos enseñados en clases teóricas y prácticas para resolver una serie de interrogantes que le sucedían a un personaje ficticio llamado Cr. Juan Fernández que era un nuevo integrante en el directorio de La Serenísima y dicho personaje contrataba como asesor al alumno que debía resolverle los planteamientos.

Se eligió a La Serenísima como caso de estudio por ser una empresa popularmente conocida y tener en la web un conjunto de datos disponibles suficientes para poder trabajar en los distintos temas de estudio de la materia "Estadística I" en la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta.

2. Objetivos

Se determinaron como objetivos para el alumno:

- Que valore el uso de las herramientas y conceptos estadísticos aprendidos mediante su aplicación a situaciones reales.
- Que profundice el manejo de un lenguaje preciso y técnico como organizador de las habilidades y destrezas necesarias para el desarrollo de informes estadísticos.
- Estimular la creatividad de los estudiantes y capacitarlos en el análisis y resolución de problemas reales, para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.
- Que ponga en juego sus habilidades de dirección, organización y análisis crítico.

3. Desarrollo

3.1 Búsqueda de información y temática del caso.

El primer paso para diseñar el caso consistió en elegir una temática cuyo abordaje sea concordante con los objetivos y finalidades propuestas inicialmente. Durante el período de búsqueda se utilizó la bibliografía propuesta para la materia, se indagó respecto de la Metodología de Casos y se exploró en distintos sitios web en busca de información. De esta forma se llegó a la conclusión de que se podían utilizar los datos expuestos públicamente en la página web de la Comisión Nacional de Valores respecto de los Estados Contables de aquellas empresas que cotizan en bolsa y que por lo tanto son obligadas a presentar trimestralmente su información económica y financiera.

Con este punto de partida, se seleccionó una empresa que por sus características pueda ser de interés y conocimiento por parte de los alumnos como es el grupo Mastellone Hnos. cuya marca comercial más conocida es "La Serenisima". La empresa comercializa una amplia gama de lácteos con canales de distribución en todo el mercado nacional y cuenta con una página web institucional que posee información adicional sobre sus actividades tanto productivas como de responsabilidad social empresaria. Así también la temática de la Industria láctea posee características de importancia en el ámbito nacional que son de interés general.

El siguiente paso fue explorar la información disponible, en la búsqueda de datos sin procesar o "crudos" que sean factibles de ser analizados utilizando los conocimientos adquiridos por los alumnos durante el dictado de clases. Es este punto se tuvo que tener en consideración los conocimientos previos adquiridos durante los años anteriores por parte de los alumnos para que puedan integrarlos y apropiarlos de manera articulada.

Se decidió trabajar con la siguiente información:

- Información expuesta en los Estados Contables Trimestrales y Anuales publicados por la Comisión Nacional de Valores (www.cnv.gob.ar).
- Reporte de Sustentabilidad Grupo Mastellone 2015.(www.laserenissima.com.ar)
- Informe de INTA sobre Costos Regionales de Producción de Leche.
- Escalas Salariales Vigentes según los convenios laborales de aplicación.

3.2 Diseño del caso de estudio.

El caso de estudio se presentó con el propósito de llevar a los alumnos a utilizar las herramientas estadísticas vistas en el cursado de la materia en clases teóricas y prácticas mediante la resolución de la Guía de Trabajos Prácticos, aplicadas a la descripción de una empresa del medio, a través del análisis de datos reales expuestas por la misma administración de dicha empresa.

Inicialmente se pensó como un material de estudio complementario cuya finalidad es la integración de conocimientos adquiridos y de preparación para afrontar las instancias evaluativas parciales. De esta forma se puso a disposición de los alumnos como recurso didáctico en la plataforma Moodle de la cátedra un texto que se organizó de la siguiente manera:

- Historia de La Serenísima con el objetivo de ponerlo al alumno en contexto de cómo había surgido esta compañía desde la idea del nombre que surgió durante la Primera Guerra Mundial, toda la etapa de expansión, cambios de mando y el lanzamiento de las distintas marcas conocidas hoy en día.
- Entrevista al CEO actual publicada por el Diario La Nación donde se explicaba en detalle la actualidad y el futuro de la compañía luego de la dirección de Don Pascual Mastellone.
- Presentación del Caso donde se presenta el personaje ficticio - un nuevo gerente de la compañía - y se pone en contexto al alumno para que brinde información para futuras reuniones de directorio. Se pone a su disposición material con información real en anexos que fueron extraídos de la web.
- Luego se describen los problemas o desafíos que iban sucediendo y que se agruparon en aspectos centrales a trabajar por el alumno:
  - Producción.
  - Recursos Humanos.
  - Ventas.
  - Cuidado del Medio Ambiente.
  - Desempeño Económico y Laboral.
- Anexos con toda la información disponible para el trabajo del alumno. En este caso surgieron dudas sobre como exponer la información de trabajo, si simplemente referirse a las distintas fuentes en la web y que el alumno extraiga de ahí la información para involucrarlo más con el trabajo con fines didácticos o si anexar los datos a utilizar al material entregado y se optó por esto último basándose en el foco de lo que se buscaba y no tanto en la obtención de los datos.

- Adicionalmente se realizó una solución interna de la aplicación distribuida entre los docentes pero que no se difundió a los alumnos.

3.3 Metodología

La planificación del dictado de la materia "Estadística I" durante el cuatrimestre integra los siguientes contenidos:

- Organización y Presentación de Datos (Variables Cuantitativas y Cualitativas).
- Descripción de Datos Univariados.
- Análisis Descriptivo de Datos Bivariados.
- Probabilidad.
- Distribuciones de Probabilidad.
- Modelos Teóricos Discretos.
- Modelos Teóricos Continuos.
- Muestreo de Poblaciones y Estimación.
- Números Índices.
- Series de Tiempo.

Cada tema se dicta entre en una semana o dos dependiendo la magnitud del mismo. Durante la preparación del trabajo el objetivo fue poder incluir cada tema previsto en la planificación del programa en la aplicación práctica de La Serenísima.

Durante el dictado cuatrimestral a medida que se iba finalizando cada tema se puso a disposición del alumno una situación de incertidumbre que se le presentaba al "Cr. Juan Fernández" y el alumno debía, mediante el uso de las herramientas estadísticas aprendidas en la semana, resolver el interrogante planteado en sus horas de estudio individual (o grupal) fuera del horario de clases prácticas, evacuando sus dudas durante las horas de consulta.

Además, para incentivar al alumno a trabajar con el caso de estudio, se agregó una consigna adicional que consistía en incluir en cada uno de los dos exámenes parciales que se tomaban durante el cuatrimestre un punto de La Serenísima que también le sumaban en las calificaciones. Esto se comunicó al inicio del cuatrimestre.

Las consignas apuntan a que los alumnos puedan hacer propios las problemáticas planteadas y apliquen para cada situación una herramienta distinta de las aprendidas durante el cursado. De esta manera las herramientas utilizadas para cada parte del caso fueron:

3.4 Producción.

Se utilizaron los datos de la producción trimestral de leche del grupo de empresas, tomando los datos anuales de los últimos 10 años, según información publicada en los Estados Contables. Así también se utilizaron datos referidos a la producción diaria de leche por vaca y a las características de las cuencas lecheras obtenidas de informes confeccionados por el INTA y publicados en la red.

Con estos datos se abordaron los siguientes temas del cursado:

Clasificación ordenada; Diagrama de Tallo y Hojas; Distribución de Frecuencias; Histograma; Polígonos de Frecuencia; Indicadores de Tendencia Central, Variabilidad, Simetría; Cuantiles. Análisis de Regresión Lineal Simple. Distribuciones de muestreo para la media.

Ejemplo de Consigna Planteada:

El Cr. Fernández necesita conocer algunos indicadores de la producción de leche (en millones de litros) ya que en la próxima reunión de directorio se va a tratar el proyecto de comercialización de la leche en polvo en nuevos mercados externos por lo que le solicita que tomando como base la distribución de frecuencias ya realizada, le prepare una ampliación del informe solicitado anteriormente por cada mercado incluyendo:

- *Valores que representen la tendencia central del volumen de producción trimestral de cada mercado.*
- *Valores que representen la variabilidad del volumen de producción trimestral de cada mercado.*
- *Indicadores y/o diagramas que representen la asimetría de las distribuciones de producción trimestral para cada mercado.*
- *El percentil de la distribución en que se ubica un trimestre cuya producción destinada al mercado externo es de 82 millones de litros.*

Luego de la reunión de directorio, el Cr. Fernández le manifiesta su inquietud sobre la precisión de los indicadores preparados por usted, comentándole que otro director expuso dichos indicadores con algunas diferencias debido a que los elaboró sin agrupar los datos en una distribución de frecuencias. El Cr. le pide que recalcule dichos indicadores con mayor exactitud.

3.5 Recursos Humanos.

En esta sección se trabajó sobre datos obtenidos en los Reportes de Sustentabilidad del Grupo Mastellone Hnos., referidos a la composición del gobierno corporativo, análisis de desempeño del personal, salarios por categoría de empleados

Se abordaron las siguientes temáticas:

Construcción de Gráficos, Diagramas y Tablas de doble entrada; Conceptos básicos de Probabilidad; Esperanza Matemática; Números Índices.

Ejemplo de la Consigna Planteada:

Se aproximan las negociaciones por las paritarias entre el Centro de la Industria Lechera (C.I.L.) que agrupa a las distintas compañías de la industria láctea y la Asociación de Trabajadores de la Industria Lechera de la República Argentina (A.T.I.L.R.A.). Desde Recursos Humanos le proporcionan a todos los integrantes del directorio los últimos dos acuerdos salariales desde Agosto del 2014 hasta Abril del 2016 contenidos en el Anexo VI.

Si toma como base los salarios (Básico Conformado) de la Categoría A del mes de Agosto del 2014. Calcule el Índice de Variación Salarial del mes de Abril del 2016.
Además calcule dicho índice para el mes de Diciembre del 2015 tomando como base el mes de Diciembre del 2014 para poder evaluar la variación en el año calendario y compare la misma con el índice de precios al consumidor de la Ciudad de Buenos Aires y con el índice de precios al consumidor nacional confeccionado por la provincia de San Luis.
En una conversación con el Director de Administración, quien se encarga de confeccionar los informes financieros proyectados, le planteó al Cr. Fernández que sólo sería posible afrontar un incremento salarial hasta de un 15%. ¿Es suficiente este incremento para cubrir el efecto inflacionario por Ud. calculado?

3.6 Ventas.

Se trabajó sobre datos de las Ventas de los últimos 10 años del grupo, obtenidas de los Estados Contables.

Se abordaron los siguientes temas:

Gráficos de Columnas Agrupados; Media Geométrica; Series de Tiempo.

<u>Ejemplo de la Consigna Planteada:</u>

El Cr. Fernández le comenta que está planificando una reunión con la Dirección Comercial, Marketing y Mercados Regionales por lo que le pide, entre otras cosas, que le informe cual fue el porcentaje del crecimiento anual promedio de los ingresos de la compañía de los últimos 5 años de acuerdo a los datos del Anexo IX.
El presidente del Directorio se ha interesado en su trabajo y en la calidad de los informes que realiza, por lo que se reúne con Ud., le comenta que el Directorio ha decidido promocionarlo y que integre el Comité Asesor del Directorio. Además de que le dan una oficina mucho más grande, con mejor vista que la anterior (que no tenía vista porque no tenía ventanas), y que le aumentan su sueldo al doble, ahora cualquier miembro del Directorio va a poder pedirle información sobre los temas que Ud. maneja.
El Presidente le da una primera tarea y le anticipa que en las próximas semanas se empezará a debatir el presupuesto anual para el año 2016, por lo que le pide que en función de la información de los últimos 10 años le prepare una predicción sobre las ventas totales de la compañía para los 4 trimestres del 2016 de acuerdo al Anexo IX.

3.7 Cuidado del Medio Ambiente y Desempeño Económico y Laboral.

Se trabajó sobre datos obtenidos en los Reportes de Sustentabilidad del Grupo Mastellone Hnos., referidos a las actividades de Responsabilidad Social Empresaria respecto del uso eficiente del agua y a los datos sobre índices o ratios económicos.

Con estos datos se abordó el tema de interpretación de Gráficos y Números Índices.

<u>Ejemplo de la Consigna Planteada:</u>

Como el Cr. Fernández es una persona que le interesa mucho todos los temas relativos a la RSE (Responsabilidad Social Empresarial) por lo que siempre tiene en su escritorio a mano el último informe de Sustentabilidad. Le comenta *que tiene que hacer una exposición ante distintas asociaciones de cuidado del medio ambiente sobre la Gestión Ambiental de la compañía y le pide que la prepare y que haga especial hincapié en el índice del uso eficiente del agua que está mencionado en la página 118 del Informe de Sustentabilidad y que se muestra a continuación. Interprételo teniendo en cuenta la evolución de los últimos 5 años mencionados en el gráfico.*

4. Conclusiones y Futuros Trabajos.

La implementación de este proyecto permitió acercar los conocimientos teóricos que recibió el alumno a su aplicación práctica y real durante el mismo periodo de cursado, y al mismo tiempo ser una herramienta didáctica de estudio para afrontar las instancias evaluativas parciales.

Durante al abordaje del caso, los alumnos mostraron interés en su análisis durante los horarios de consultas, mejorando la percepción de la utilidad de las herramientas estudiadas en la materia. También generó en algunos casos encuentros grupales fuera de clases o bien utilizando canales de comunicación como correo electrónico, whatsapp, o documentos colaborativos por medio del uso de internet, propiciando discusiones interesantes respecto de la interpretación de los resultados obtenidos o bien el proceso de cálculo de los mismos. Esto denotó una mejora en el manejo del lenguaje técnico de la materia y en la integración de los contenidos evidenciados en las respuestas presentadas a las consignas.

Se creyó conveniente no realizar encuentros áulicos para el análisis del caso, teniendo en cuenta que si bien el Método de Casos podría ser aplicable, éste sería mejor aprovechado si se trataran de alumnos de curso de posgrado o superior. No obstante se propició el aprendizaje colaborativo, con apoyo de los docentes al momento de las consultas y durante las clases prácticas.

No se ha evaluado si durante dicho periodo ha mejorado el porcentaje de alumnos que han regularizado la materia pero si definitivamente que este proyecto facilita el aprendizaje del alumno motivándolo a poder describir una compañía real cuyos productos este pudo haber consumido durante su niñez y adolescencia.

Quedan como futuros trabajos la posibilidad de mejorar la aplicación del proyecto durante el cursado, mediante la concreción de talleres de discusión en donde se analicen las respuestas de los alumnos, reemplazando la condición de incluir un punto de dicho trabajo en los exámenes parciales por la posibilidad de evaluarlo rápidamente mediante la aplicación de coloquios de no más de 5/10 minutos al inicio de clases prácticas y a la vez poder utilizarlo como un disparador para los nuevos temas a exponer.

Ante los resultados vistos, se analiza aplicar la misma metodología en la materia Estadística II donde se ven conceptos de estadística inferencial ya sea manteniendo la elección de la empresa (para transmitirle al alumno que todos los conceptos de ambas materias pueden aplicarse para describir una sola empresa) o cambiándola por otra empresa que mantenga las características de ser popularmente conocida y que se pueda disponer de información para su proceso mostrando de esta manera que los conceptos aprendidos pueden usarse en cualquier empresa.

Referencias

Reporte de Sustentabilidad Grupo Mastellone 2015 – Consulta del 18-01-2017. www.laserenisima.com.ar/descargas/RS2015.pdf

Costos Regionales de los Sistemas Primarios de Producción de Leche – INTA 2016. Pág 20 a 24.Consulta del 18-01-2017. www.inta.gob.ar

Estados Contables Trimestrales y Anuales publicados por la Comisión Nacional de Valores. Consulta del 18/01/2017. www.cnv.gob.ar/InfoFinan/

Artículo Periodístico La Nación: http://www.lanacion.com.ar/1976616-hacia-donde-va-la-serenisima-del-legado-de-don-pascual-mastellone-al-mundo-arcor 18/01/2017

Artículo Periodístico La Nación: http://www.lanacion.com.ar/1837250-la-serenisima-despues-de-don-pascual 19/10/2015

Planta de Leche en Polvo La Serenísima (Parte 1): https://www.youtube.com/watch?v=kUyHSRDYNc0 Ultimo acceso: 04/08/2019

Planta de Leche en Polvo La Serenísima (Parte 2) https://www.youtube.com/watch?v=HhaZvdYvYIU Ultimo acceso: 04/08/2019

Hombres de Campo: https://www.youtube.com/watch?v=2Hu53BbmB9U 02/10/2012. Ultimo acceso: 04/08/2019.

Canal en Youtube de La Serenísima TV: https://www.youtube.com/user/LaSerenisimaTV Ultimo acceso: 04/08/2019.

159 UN RECURSO EDUCATIVO MÁS: LAS REDES SOCIALES

Santamaria Moschetta, Juan Pablo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
jpsantamaria@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Redes sociales, Celular, Aula, Álgebra, Estrategias de enseñanza

Resumen

Las redes sociales están inmersas en la vida de los jóvenes. Estos dedican mucho tiempo a las pantallas y estas pueden ser de gran utilidad para extender el espacio áulico.
Hay investigaciones sobre el tiempo que pasan los jóvenes en sus celulares, algunas afirman que llegan a 9 horas diarias y ninguna de ellas baja de 6, éste tiempo se engrosa debido a las redes sociales. Por eso no debemos desconocerlas, ni desaprovecharlas.
Esta ponencia aborda distintas herramientas que podemos utilizar para facilitar la tarea del docente en pos de su objetivo principal.
La experiencia central tiene que ver con un lugar donde encontrarnos fuera del aula, un lugar virtual, donde los jóvenes suelen estar y siempre podamos escribir nuestras inquietudes a cualquier horario, donde el docente pueda cubrir cierta falta de tiempo en clase.
Redes sociales a analizar:

- WhatsApp
- Facebook
- Facebook Messenger
- Instagram
- Twitter
- YouTube
- Linkedin

Veremos ventajas y desventajas del uso de estos elementos como así también las experiencias que como profesor de la Cátedra he tenido.
Mis trabajos realizados sobre apps (Mathlab, Mobizen, Geogebra) hubiesen sido imposibles de implementar sin el uso de las redes sociales.
Además en las redes sociales existe contenido ya generado sobre la materia, que una vez revisado por el docente puede ayudar a resolver dudas por fuera del aula. Videos, textos, aplicaciones, podcast son ejemplos de la infinidad de variantes pedagógicas que ya están creadas y solo necesita el docente googlear la indicada y compartirla.

1 Introducción

La introducción a este trabajo parecería ser la parte más importante del mismo. Realizaremos dos abordajes, uno sobre las generaciones y otro sobre las redes sociales.

1.1 Generaciones

Nuestros alumnos en álgebra, materia de mi expertise, en su mayoría, son recientes egresados del colegio secundario. Podríamos extender la franja y decir que tienen entre 17 y 21 años. Esto implica que nacieron entre el 1998 y 2002, claramente pertenecen a la generación Z, los Centennials. No sólo es la generación actual, sino que es a la que nos enfrentaremos en los próximos años, y no está de más decir que las características de cada generación se van acentuando a medida que avanza el tiempo. Aquí les dejamos distintas investigaciones respecto de las diferentes generaciones poniendo énfasis en la última. Una generación que creció con mucha más información que las anteriores y con muchas luchas que me animo a declarar ganadas (solo por compararlas con los tiempos pasados), como el feminismo, la ecología, la conciencia de género, la no discriminación, el no permitir abusos de poder, etc. Para ellos la igualdad, la inclusión, y el ejercicio de derechos vinculados a la diversidad les es natural. No se exponen en las redes sociales tanto como sus antecesores, son más comunitarios y menos individualistas que los Millennials. Cuidan el mundo, tienen un punto de vista más social y valores más globales que pueden asimilarse con cualquiera en el planeta.

Según el Instituto Nacional de Estadística (2015) en España unos 7.8 millones de personas, sobre 43 millones (un 18,22 %), han nacido entre 1994 y 2010 y son considerados de la Generación Z. El resto de las generaciones son, los Millennials nacidos entre 1981 y 1993, la generación X entre 1969 y 1980, los Baby Boomers entre 1949 y 1968, llamados así porque su período se caracterizo por la expansión demográfica que generó la inmigración y la Silent Generation o Generación silenciosa que está integrada por los niños de la posguerra nacidos entre 1930 y 1948.

Según Gonzalez (2015), Especialista en Marketing las diferencias entre Baby Boomers y las generaciones XYZ se separan en hitos, los Baby Boomers son el 22% y los marcó la Guerra Fría, a la Generación X, el 18%, la caída del Muro de Berlín, a los Milennials, también llamados Generación Y, los marcó el 9/11 y la Globalización y a los Z, el calentamiento global. Estas dos últimas generaciones las considera nativos digitales, la generación X son inmigrantes digitales, nacieron fuera de la era digital pero se fueron adaptando y los Baby Boomers son análogos. A la hora de comprar, las dos primeras generaciones son lentas y reflexivas y las dos últimas se manejan con más inmediatez. Otra diferenciación importante que hace Gonzalez tiene que ver con la motivación de estas generaciones. Para los Baby Boomers elige palabras como orden y estructura, a la generación X la motiva sus logros y metas, sin importar a cuanto tengan que renunciar para obtenerlos, muy diferente de los Millenials que se centran en la socialización y el disfrute, y por último la generación Z, sus palabras de motivación son contribución y movilidad. Contribución porque que creció con una gran conciencia del mundo, debido a la extrema información no conducida, qué quiero decir con esto, nosotros, yo, la generación X, crecimos con la televisión, unos pocos canales que nos mostraban una parte del mundo, ellos, los Z crecieron con la redes sociales, donde ninguna información se puede ocultar, donde todo se muestra, donde las luchas por un mundo mejor, el cuidado del planeta, la igualdad son imposibles de detener, esta generación elige sus trabajos si sus empresas contribuyen a un mundo mejor. Además, tanto han visto del mundo, que desean conocerlo, a pedido de ejemplos, más de un Z ha ahorrado para un auto y terminó recorriendo Europa, concepto inadmisible para más de un Baby Boomer.

El Fundación Universitaria Católica Lumen Gentium – UNICATÓLICA (2017) en Colombia, respecto de lo que utilizan las generaciones, los Baby Boomers son considerados grandes lectores, la generación X, amantes de las manifestaciones culturales, los Y rechazan los medios tradicionales de comunicación y tienen un alto uso de dispositivos móviles y la Generación Z tiene un alto manejo de las TICs y las redes sociales son su principal medio de comunicación

Respecto de la utilización de redes sociales, según www.graficaagrupada.com (2017) la generación Z utiliza mayoritariamente Instagram y Snapchat porque son las redes donde no están sus familiares, lo que no quita que tengan usuarios en todas, los Millennials tienen Facebook en un 88% y Twitter en un 59% y usan Youtube el 72%, la Generación X utiliza Facebook en un 81% y los Baby Boomer un 70% Facebook.

Según lo analizado se ve lo que diferencia las generaciones. Yo, quién escribe, pertenezco a la generación X, cuando me formé en pedagogía en el posgrado de la Universidad nos daban Psicología Evolutiva. Hoy ya no sólo tenemos que tener en cuenta la edad de nuestros alumnos, sino también, la generación a la que pertenecen porque sus comportamientos son distintos, sus orígenes son diversos.

Por ejemplo, la generación Z no conoce las relaciones interpersonales sin una red social de por medio. Yo crecí mirando “la tele”, los Milennials crecieron con Internet, pero los Centennials crecieron con las redes sociales, crecieron con todas las respuestas en el bolsillo. Claramente que las estrategias no pueden ser las mismas que usaban con nosotros cuando salíamos a recorrer bibliotecas. No me quiero seguir deteniendo en el análisis de las generaciones sin antes definir nuestro principal objeto de estudio, las redes sociales.

1.2 Redes Sociales

Ciertamente el uso de las redes sociales depende en gran medida, de las distintas generaciones que se enfrentan a ella. Una red social es una *estructura social compuesta por un conjunto de usuarios* (tales como individuos u organizaciones) *que están relacionados de acuerdo a algún criterio* (relación profesional, amistad, parentesco, etc.), esta definición es la que nos devuelve Wikipedia, otra red social. Wikipedia es una enciclopedia libre, políglota y editada de manera colaborativa. Wallace K (2015) afirma que los adolescentes pasan 9 horas al día usando los medios, según informe. Mientras que Hootsuite en una investigación en Argentina en edades desde los 16 a los 64 años, dice que pasamos más de 8 horas en Internet y más de 3 horas en la Redes Sociales, índice que aumenta si sólo nos referimos a la Generación Z. La afinidad de los Centennials con la tecnología excede las redes sociales, su afecto a los celulares es un hecho, una encuesta de Motorola dejó ver que el 53% de los consultados de esta generación afirmó que ver a su celular como su mejor amigo.

Para los Centennials, las redes sociales no son una app más, no son una via de comunicación, para los Z las Redes Sociales son su contexto en donde viven. Sería algo así como tener acceso a la plaza del barrio, en los viejos tiempos.

Según Social Media (2019) en sus estudios sobre el uso de Internet en Argentina, nos dice que estamos 8 horas y 19 minutos usando Internet por día incluyendo todos los dispositivos. 3 horas en redes sociales y mensajes, 3 horas en streaming de videos, y 1 hora en streaming de música aproximadamente.

Otro dato importantísimo que surge de esta investigación es que de 44.9 millones de argentinos, hay 60.51 líneas de celulares (135% de la población), 41.59 millones de usuarios de internet (93%) y 34 millones de usuarios de redes sociales (76%).

Respecto de los dispositivos en Argentina el 89% tiene celulares y el 73 % tiene Smartphone, el 48% tiene computadora y sólo el 15% tiene Tablet.

Y por último, ya a nivel mundial, en 2014 los usuarios de las redes sociales eran 1857 millones y en 2019 ya son 3484 millones, por lo tanto el crecimiento de las redes sociales es ineludible.

2 Utilización de las Redes Sociales extendiendo los límites del aula.

Mientras que todas las generaciones prefieren el teléfono como primer opción de contacto o en su defecto el mail como segunda opción, las nuevas generaciones prefieren las Redes Sociales. Por lo tanto, todo cambió.

Nuestros alumnos hoy día están en las redes y no podemos desaprovechar esos espacios para poder llegar cumplir nuestro objetivo como docente.

Según el informe Internet Trends de KPCB muestra los canales de contacto preferidos por cada generación. EEUU 2018, la generación silenciosa prefiere en un 90% ser contactada por teléfono, los Baby boomers prefieren un 64% el teléfono y un 24% el mail, los X un 29% el teléfono y un 28% el mail y la generación Y, los Millennials prefieren un 24% Web Chat, como WhatsApp, otro 24% Redes Sociales y un 21% el mail. En este estudio no se encuentra nuestra generación analizada pero se ve la tendencia.

Esta tendencia está directamente relacionada con la participación de las redes sociales en los medios de comunicación con los alumnos. Claro está que en nuestros tiempos de estudiantes nadie iba a esperar que un profesor lo llamara por teléfono para recordarnos hacer la tarea, darnos más ejercicios o avisarnos que estaba enfermo. La comunicación era distinta. Hoy tenemos infinitas herramientas y debemos usarlas.

Según Ovrik, Carrier y Asociados (2018) en su estudio, dime qué edad tienes y te diré la red social utilizas: qué usan las distintas generaciones en Argentina, todas las generaciones utilizan WhatsApp, los Z utilizan un 90% Instagram y un 30% Facebook, el resto un 75% Facebook y un 58% o menos, Instagram. Quedando por debajo del 25% redes como Twitter, Pinterest o Snapchat (a diferencia de la importancia mundial de Snapchat)

Como afirman Gómez, Roses y Farías (2011) de La Universidad de Málaga se adelantaron a estas conclusiones e hicieron un estudio sobre El uso académico de las redes sociales en universitarios, en esta investigación profundizaron en el uso que los alumnos les daban y si realmente les serviría para utilizarlas con fines académicos. En la Tabla 1 vemos las consecuencias de las redes sociales, porque el tiempo que los alumnos pasan ahí es tiempo que le quitan a otra actividad.

Tabla 1. Actividades a las que dedica menos tiempo desde que usa redes sociales. Respuesta Múltiple

	Porcentaje
Ver la televisión	55,0%
Estar sin hacer nada	54,6%
Estudiar	35,2%
Leer	24,8%
Dormir	15,9%
Escuchar la radio	14,6%
No marcó ninguna actividad	13%
Hacer deporte	11,5%
Otras actividades	11%
Ir al cine	8,5%
Pasear/Estar con amigos-familia	8,1%
Trabajar	5,6%

No podemos sorprendernos al ver que estudiar es una de las tareas que dejan de hacer para estar en las redes sociales. Ahora viendo el lado positivo en la Tabla 2 se consulta el uso académico que le dan a las redes

Tabla 2. Frecuencia semanal con que usa las redes sociales para diferentes actividades académicas

(Escala ascendente: 1=nada; 5=mucho)

	Media	Desv. Típ.
Para solucionar dudas de los contenidos o exámenes con otros estudiantes	2,82	1,257
Para saber qué se ha hecho en clase cuando no he asistido	2,81	1,266
Para hacer trabajos de clase	2,65	1,231
Para estar al día de lo que ocurre en la asignatura (cambios, imprevistos)	2,57	1,299
Para intercambiar apuntes de clase	2,52	1,270
Para intercambiar documentación y recursos útiles para la asignatura	2,50	1,255
Resolver dudas sobre mi vida en la universidad	2,28	1,191
Informarme de actividades que organiza mi universidad	2,11	1,105
Organizar actividades extra académicas	2,10	1,218
Para consultar recomendaciones de libros o recursos que hace el profesor	1,79	1,056
Para contactar con expertos de los temas que estudio	1,65	0,955
Tutorías, consultas al profesor	1,64	1,006

La experiencia personal, me hace coincidir con estos resultados. Por último el plebiscito de lo que planteamos en este trabajo en la Tabla 3

Tabla 3. Valoración sobre la posibilidad de crear un grupo de la asignatura en una red social

	Porcentaje
Negativo	5,5%
Ni positivo ni negativo	23,3%
Positivo	59,9%
No sé	11,3%
Total	100,0%

Por todo esto es que nuestra propuesta se basa en analizar estas redes para usarlas a nuestro favor y potenciar la labor del docente. No tenerle miedo a involucrarse. Les traigo experiencias y en ninguno de los casos la tarea se convierte en insoportable, nunca tuve inconvenientes con los alumnos, al contrario, quizás se salvaron distancias que en la Universidad son imposibles debido a la cantidad de alumnos.

- WhatsApp: Es una aplicación de mensajería

Hay grupos de WhatsApp de cada comisión, generalmente sin moderación docente

- Facebook

Facebook, Inc. es una compañía estadounidense que ofrece servicios de redes sociales y medios sociales

Existen muchos grupos de Facebook de comisiones para poder contactarse con los alumnos

- Facebook Messenger

Es una aplicación de mensajería

Es la herramienta que ofrecen los grupos de Facebook para contactarse individualmente con el docente

- Instagram

Su función es subir fotos, vídeos.

- Twitter Twitter

Es un servicio de microblogging

- YouTube

Es un sitio web dedicado a compartir videos.

- Linkedin

Es una comunidad social orientada a las empresas, a los negocios y el empleo. Partiendo del perfil de cada usuario, que libremente revela su experiencia laboral y sus destrezas, la web pone en contacto a millones de empresas y empleados

La red social que he utilizado es el Facebook, que permite llegar a los alumnos inmediatamente, compartiendo contenido del aula virtual, subiendo videos, ejercicios, mensajes de recordatorios o imponderables.

Es incluso más inmediato que el mail, ya casi en desuso entre los Centennials, es menos privado que el número de WhatsApp y no es necesario ser amigos ni que vean nuestros perfiles personales.

Ha posibilitado que los alumnos se contacten con el docente, pidiendo videos de ejercicios que no quedaron claros, dudas, o cualquier tipo de información.

Transparencia, todo se realiza a la luz de la vista de todos los integrantes del grupo, y los mensajes de Facebook Messenger quedan guardados como constancia de toda conversación.

Una frase que me iluminó mucho a la hora de aprender sobre tecnología y educación es que *es altamente probable que si algo se nos ocurre, a alguien ya se le ocurrió y está en Internet*. Prueben con cada cosa que quieran hacer, si la googlean bien, ahí estará, habrá videos, ejercicios, presentaciones, podcast y mil cosas que podemos utilizar.

3 Experiencias con las redes sociales.

En la comisión de álgebra tenemos un grupo de Facebook, como bien devuelve la Tabla 2 uno de los usos más habituales es el trabajo colaborativo, algún alumno escribe si lo ayudan a resolver un ejercicio y sus compañeros aportan fotos de cómo resolvieron el ejercicio. De esa manera se realiza una tarea en equipo que es muy difícil realizar en la cursada. En lo particular de nuestra materia, tener las respuestas en la guía permite evaluar si el desarrollo es correcto. Los alumnos valoran mucho cuando el docente interviene en estas conversaciones corrigiendo o aportando herramientas.

Otro uso tiene que ver con los imponderables, preguntas como *¿Profe, se adhiere al paro? ¿Hay clases mañana? ¿Cuando me puede firmar la libreta?* son de las más escuchadas. Dentro de los imponderables podemos agregar cualquier congestionamiento de tránsito donde el docente puede avisarles a todos que llega unos minutos tarde.

Otro de los usos que le dimos al grupo tiene que ver con el aporte de material de parte del docente. *Recién terminamos la unidad I aquí les dejo los ejercicios que pueden realizar, sus resueltos, ejercicios de examen, videos, etc*.

El grupo también sirve para subir el link del grupo de WhatsApp, hoy en todas las comisiones hay un grupo de WhatsApp entre los alumnos, ahí ellos comentan las clases, suben al Drive audios de las clases, fotos de los pizarrones, apuntes, resúmenes, etc. Investigué algunos y tiene una cantidad de material sorprendente y un orden impecable. En estos grupos suelen compartiré material y ejercicios de examen de otros cuatrimestres. Quiera o no el docente, ese material viaja por las redes. Esos grupos son generalmente sin participación del docente.

Sólo participé de grupos de WhatsApp cuando daba clases en Chivilcoy (a 4 horas de viaje) eran comisiones muy chicas, el WhatsApp es más inmediato y no permite contestar sobre un tema al día siguiente, como sí es posible en el Facebook.

Otra utilidad que le dimos a las redes sociales está relacionada con el aula virtual, en esas 8 horas que relevamos que los alumnos pasan en Internet, muy pocas son dedicadas al desarrollo académico. Estando presente en las redes

podemos linkear el aula virtual y de esta forma potenciarla. *Les subí al aula virtual un ejercicio del tema que vimos hoy*. Y de esta manera, como hacíamos analogía previamente, sería como llevarle material de estudio a la plaza del barrio.
En nuestra Universidad hay un estudio de televisión donde se filman clases para subir a Youtube, el programa UBA XXI los implementa para la educación a distancia y los deja públicos para que los compartamos en nuestros grupos y los aprovechemos en la cursada, *profe, tiene algún video de espacios vectoriales que lo quiero repasar.*
A modo de experimento, abrí el canal de dialogo por Facebook Messenger, *cualquier cosa me escriben* principalmente porque no encontraba diferencia con aquel que se queda después de clase a preguntar o aquel que escribe un mail. Esperando que el teléfono suene mil veces, a diferencia de lo que esperaba, solo me encontré con mensajes puntuales, respetuosos y pacientes.

3.1 Conclusión final

Realmente es una herramienta útil. Suma y no resta.
El uso que le dimos en álgebra aportó calidad al desarrollo de la cursada.
Amplió el tiempo de trabajo que uno puede aportar a los alumnos, multiplicó el material que podemos abordar y lo hacemos en todas las comisiones a la vez.
Es una herramienta que no debe atemorizar porque no viene a reemplazar a ninguna otra (Aula virtual, espacio áulico, clases, etc) sino que viene a fortalecerlas y mejorar el nivel educativo y la manera de llegar a los alumnos que ha cambiado.
Todas estas características mejoran el curso y la valoración de los alumnos del mismo, ellos solicitan que haya una red de la materia.
Nuestros alumnos ahí están y ahí prefieren contactarnos. No es la idea implantar un nuevo paradigma, es utilizar una herramienta más para mejorar el proceso educativo, sumar más tiempo y a los tiempos de cada uno. Con esto quiero decir, en clase uno tiene que estar cien por ciento atento para no perder el hilo, en las redes puede abordar el material a su tiempo, ver el video, leer el apunte, hacer el ejercicio, responderle a un compañero.
Para nuestros alumnos las redes sociales son el contexto donde viven, y encuentran ahí como un espacio áulico más. Hoy el aula es más grande.

Lista de Tablas

Tabla 1. Actividades a las que dedica menos tiempo desde que usa redes sociales. Respuesta Múltiple… 5

Tabla 2. Frecuencia semanal con que usa las redes sociales para diferentes actividades académicas (Escala ascendente: 5

Tabla 3. Valoración sobre la posibilidad de crear un grupo de la asignatura en una red social…………… 5

Referencias

Palazón, N. (2015). *Descubre a qué generación perteneces según tu fecha de nacimiento,* Diario La Vanguardia, España, Instituto Nacional de Estadistica. (Spanish Statistical Office),

Begoña Gonzalez, Marketing Estratégico (2015). *Diferencias entre Baby Boomers y las generaciones XYZ,* http://begonagonzalez.com/generacionxyz/ Consultado 4/3/2019

Karen Ortega, Silicon Week (2018). Todas las generaciones adoptan tecnología, The Competitive Intelligence Unit (CIU) https://www.siliconweek.com/cloud/todas-las-generaciones-adoptan-tecnologia-ciu-95554 Consultado 12/4/2019

Unicatólica (2017). *Las TIC entre las generaciones*, Fundación Universitaria Católica Lumen Gentium, UNICATÓLICA, Colombia https://campusvirtual.unicatolica.edu.co/estudiantes/las-tic-entre-generaciones/ Consultado 15/4/2019

Pamela Laines, iLifebelt Time (2016). *¿Sabes que quieren las diferentes generaciones de tu marca?*, iLifebelt Time https://ilifebelt.com/que-quieren-las-diferentes-generaciones-de-tu-marca/2016/02/ Consultado 18/4/2019

Gómez, M. Roses S. Farias, P (2012). *El uso académico de las redes sociales*, Málaga España, Revista Comunicar, nº 38, v. XIX, 2012, Revista Científica de Educomunicación; ISSN: 1134-3478; páginas 131-138

Global Web Index, Hootsuite, We Are Social (2019). *Digital 2019 Argentina (January 2019) v01*, https://es.slideshare.net/DataReportal/digital-2019-argentina-january-2019-v01 Consultado 21/4/2019

160 ANALISIS DE IMPACTO DE NUEVOS MATERIALES CURRICULARES EN UNA ASIGNATURA DEL ÁREA MATEMÁTICA

Autino, Beatriz del Carmen; Camacho Montaño, Rudix Claudia; Digión, Marisa Angélica y Soruco, Olga Silvina
Facultad de Ciencias Económicas, Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales. Universidad Nacional de Jujuy
bettyautino@hotmail.com; rudix.camacho@gmail.com; marisadigión@gmail.com y ssoruco_97@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática
Palabras Claves: Análisis de Impacto, Materiales Curriculares, Innovación, Enseñanza y Aprendizaje

Resumen

Los materiales curriculares que se utilizan en una cátedra universitaria, con fines de enseñanza y aprendizaje, se piensan, se elaboran y se ponen en circulación en un momento específico y para destinatarios determinados. Sin embargo, estos factores contextuales se modifican, inexorablemente, con el paso del tiempo. Los materiales deben ser re-adecuados, especialmente para dar respuesta a las necesidades, las nuevas formas de aprender y, porque no, los gustos de las nuevas generaciones de destinatarios.
El proyecto de investigación "Análisis didáctico de los materiales curriculares de las cátedras del Área Matemática. Planes de mejora en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy" plantea, como uno de sus objetivos "implementar y evaluar el impacto de los materiales curriculares, derivados de la re-elaboración de los ya existentes y/o del diseño de nuevos". El presente trabajo da cuenta del análisis de impacto que surgió de la implementación de tres nuevos materiales curriculares en el ámbito de una de las materias del Área Matemática de la citada institución educativa, a partir de la opinión que emitieron los estudiantes que los utilizaron durante los ciclos lectivos 2017 y 2018. A través de encuestas, se indagó sobre dos aspectos: el primero, si dichos materiales eran utilizados como material de estudio y, el segundo y ante una respuesta afirmativa del primer interrogante, con qué frecuencia, con qué nivel de utilidad y con qué fin lo hacían.
Llegar a esta instancia, donde se ponen a prueba innovaciones derivadas de las acciones de diagnóstico y evaluación realizada sobre los materiales curriculares identificados en las distintas cátedras del Área Matemática, tiene vital importancia ya que sienta un precedente científico válido para justificar la conveniencia, o no, de sostenerlos como herramientas de apoyo para llevar adelante el proceso educativo.

Introducción

Diagnóstico, evaluación, innovación e impacto de la innovación son procesos necesarios que deben concretarse con el fin de justificar cualquier tipo de cambio, con fines de mejora, que se proponga en el ámbito educativo. La sola intención de llevar a cabo modificaciones y la razonabilidad de las mismas son factores necesarios, pero no suficientes, para promover cambios que se sostengan en el tiempo y que sean generadores de mejoras en la calidad educativa. Concretarlos requiere tanto, explicitar el motivo o la razón del porqué deben realizarse, como la manera en que deben llevarse a cabo; dichos cambios devienen de procesos en los cuales se conjugan: el conocimiento de la situación que se desea modificar (diagnóstico); el análisis reflexivo y valorativo de dicho conocimiento (evaluación); la introducción de nuevos elementos y/o procesos que se consideren superadores de los ya existentes (innovación) y la contrastación entre lo que se deseaba modificar y lo que surgió después de aplicar las correcciones que se estimaron necesarias (impacto de la evaluación).

Los materiales didácticos que se utilizan en una cátedra universitaria, con fines de enseñanza y aprendizaje, se piensan, se elaboran y se ponen en circulación en un momento específico y para destinatarios determinados. Sin embargo, estos factores contextuales se modifican, inexorablemente, con el paso del tiempo. Los materiales deben ser re-adecuados, especialmente para dar respuesta a las necesidades, las nuevas formas de aprender y, porque no, los gustos de las nuevas generaciones de destinatarios. No obstante, si bien estos recursos educativos son susceptibles a innovaciones de distinto tipo, el conjunto de acciones que hay que llevar a cabo para concretarlas no resultan inmediatas; requieren respetar ciertos tiempos que, claramente, exceden a los estipulados para satisfacer a un único grupo de destinatarios. A pesar de lo expresado, es una tarea de debe llevarse a cabo, teniendo presente que ninguna innovación/cambio/modificación que se realice sin la debida fundamentación y en forma aislada del proceso educativo mismo, tiene buen *pronóstico de supervivencia y efectividad* (Zabalza y Zabalza Cerdeiriña, 2012, p. 17).

Relacionado con la revisión y mejora de materiales didácticos, se formuló el proyecto de investigación "Análisis didáctico de los materiales curriculares de las cátedras del Área Matemática. Planes de mejora en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy (2016-2019)". Entre los objetivos generales planteados en el mismo, se destaca uno de ellos, pertinente al contenido de este escrito: "implementar y evaluar el impacto de los materiales curriculares, derivados de la re-elaboración de los ya existentes y/o del diseño de nuevos".

Específicamente, el presente trabajo tiene como intención socializar el análisis de impacto que surgió de la implementación de tres nuevos materiales didácticos en el ámbito de una de las materias del Área Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy, a partir de la opinión que emitieron los estudiantes que los utilizaron durante los ciclos lectivos 2017 y 2018. Llegar a esta instancia, donde se ponen a prueba innovaciones derivadas de las acciones de diagnóstico y evaluación realizada sobre los materiales curriculares identificados en las distintas cátedras del Área Matemática, tiene vital importancia: sienta un precedente científico válido para justificar la conveniencia, o no, de sostenerlos como herramientas de apoyo para llevar adelante el proceso educativo.

Justificación

En el ámbito universitario, el profesor tiene a su cargo la programación de la enseñanza, lo cual implica tareas de selección y organización de los contenidos, como así también la elaboración de estrategias y actividades que se van a implementar proceso educativo; su principal finalidad es ofrecer una educación de calidad a los estudiantes. Al respecto Graciela Fernández expresa que: *Los profesores son responsables de gestionar, en el interior del aula, condiciones de enseñanza que permiten a los estudiantes el acceso, tanto a saberes específicos de las disciplinas, como a las estrategias de aprendizaje que les permitan la construcción y reconstrucción de aprendizajes* (2006, p. 260). En este andar del docente, también es su responsabilidad seleccionar los medios y los recursos apropiados que le ayudarán a impartir contenidos y a desarrollar las actividades planificadas. Dichos medios y recursos son considerados verdaderos soportes pedagógicos que permiten reforzar el accionar del docente y optimizar el proceso de aprendizaje. Al respecto Marquès Graells indica que, en el contexto del aula surgen *los apoyos, ayudas, estrategias, vías, metodologías, acciones didácticas y recursos para la enseñanza – aprendizaje, lo que puede involucrar aspectos tan diversos como la esfera motivacional – afectiva, el manejo de los procesos de atención, los recursos de memorización analítica, la inducción del aprendizaje y los procedimientos para el manejo eficiente de la información* (2000, s/p).

Numerosos autores indagan sobre los medios y los recursos a los que recurre el docente para llevar a cabo su actividad áulica, entre ellos Pozo, (2008), Contreras Vidal (2008) y Fonseca Morales (2006). Para Isabella González, *los recursos didácticos son aquellos materiales didácticos o educativos que sirven como mediadores para el desarrollo y* *enriquecimiento del alumno, favoreciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje y facilitando la interpretación de contenido que el docente ha de enseñar* (2015, p. 15).

A su vez, San Martín, indica que *el término "material" se puede entender como aquellos artefactos que, en unos casos utilizando las diferentes formas de representación simbólica y en otros como referentes directos (objeto), incorporados en estrategias de enseñanza, coadyuvan a la reconstrucción del conocimiento, aportando significaciones parciales de los conceptos curriculares* (1991, p.58).

Entre los numerosos recursos didácticos que son utilizados en los contextos universitarios, se encuentran los materiales curriculares. En este trabajo y de acuerdo con la definición construida por el grupo de investigación que lleva adelante el Proyecto de Investigación en el cual se encuentra inserto este escrito, se los entiende como *soportes que materializan y extienden la comunicación educativa y la transmisión de los contenidos de los equipos de cátedra en el tiempo*, *constituyéndose en andamiajes para los alumnos en la construcción y/o reconstrucción del conocimiento*.

Los docentes seleccionan los materiales curriculares que van a utilizar, de entre una amplia gama de posibilidades que se ofrecen en el mercado, sobre todo en lo que respecta a libros de textos. Pero, en muchos casos, son ellos mismos los autores de los materiales; en este caso, éstos pasan a denominarse materiales de cátedra. Cuando el docente decide elaborar sus propios materiales debe tomar en cuenta distintos aspectos: el tipo de contenidos que se quiere enseñar, las características de los estudiantes a los que van dirigidos, las actividades de aprendizaje que propone, entre otros. Así también, en la actualidad, no debe dejar de lado aquellas herramientas que se facilitan a partir de las nuevas tecnologías de la información, ya que motivan al estudiantado y, por ende, dan lugar a un rol más participativo y entusiasta de los mismos en los procesos de aprendizaje.

Otro aspecto muy importante que el docente debe considerar a la hora de preparar sus materiales, está referido a la/s función/es que le/s quiere otorgar dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje: informativa, guía para el aprendizaje, medio para ejercitar habilidades, motivación, evaluación de conceptos, de exploración y experimentación, de expresión y creación, etc. (Marquès Graells, 2000).

Una vez que el docente ya cuenta con los materiales curriculares de su autoría es necesario, y debería ser frecuente, hacer evaluaciones continuas sobre éstos, para determinar si están cumpliendo cabalmente con los propósitos para los cuales fueron ideados. En esta instancia es posible que se requiera algún tipo de modificación y/o actualización, buscando siempre una mejor aceptación por parte del estudiante. Según Polanco Hernández (2005), un material adecuado será relevante si permite mayor motivación e interés del estudiante por el tema que se está tratando, provocando ilusión, reto cognitivo y mayores deseos por aprender.

Como ya se expresó anteriormente, en la búsqueda de la calidad educativa, el docente tiene la responsabilidad de mejorar sus materiales mediante propuestas que resulten innovadoras y atractivas. Al respecto, surgen como interrogantes los siguientes: ¿cómo saber si los cambios efectuados en un material curricular son innovadores? y ¿es suficiente que los nuevos materiales sean diferentes a los anteriores, para pensar que son mejores? Según Domínguez Garrido, Medina Rivilla y Romero Sanchez, la innovación en educación tiene que ver con *aquellas actividades que resultan esenciales para la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje y constituye una base para el diseño y desarrollo curricular* (2011, p. 61). Es decir, las innovaciones en los materiales curriculares serán efectivas, siempre y cuando sirvan como medio de mejora en el proceso educativo. Por lo expuesto, se considera indispensable que en la práctica educativa, el docente no solo actualice sus materiales, sino también pueda hacer un seguimiento de los beneficios didácticos que puedan resultar de estos cambios, dando lugar a transformaciones que le van a implicar actitudes y prácticas reflexivas y generadoras de nuevos conocimientos de tipo didáctico y profesional.

Uno de los criterios más importantes al evaluar un material curricular tiene que ver con el análisis de su eficacia didáctica, es decir, con su funcionalidad como medio facilitador de aprendizajes. Según Marquès Graells, siempre que se realiza una evaluación hay una *intencionalidad y unos destinatarios, la evaluación se hace para algo y para alguien, a partir de ella muchas veces se tomarán decisiones* (2000, s/p). Por lo tanto, si bien es importante evaluar la calidad de los materiales utilizados, es más importante aún identificar si los mismos cumplen con las funciones didácticas para las cuales fueron creados.

González (2015), se expresa sobre las características que deberían reunir un material curricular para que se efectivo en los procesos educativos tiene que ver, entre otros factores, con su condición para: transferir el aprendizaje a contextos diferentes, permitir diferentes caminos para acceder al conocimiento, realizar síntesis de contenidos, traducir los contenidos a distintos lenguajes, diversificar y multiplicar las tareas, dar oportunidades de autoevaluación, considerar las características e intereses de los estudiantes, trabajar en forma individual y grupal, interactuar entre docentes y estudiantes y motivar al alumno. En síntesis un buen material curricular es aquel que permite a los estudiantes adquirir conocimientos y habilidades que les sean útiles y aplicables en su vida personal, académica y profesional.

Trabajo de Campo: Desarrollo y Resultados

Desde el año 2016, se implementa el Proyecto de Investigación “Análisis didáctico de los materiales curriculares de las cátedras del Área Matemática. Planes de mejora en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy”. Su formulación fue el resultado del análisis y la reflexión realizados por un conjunto de docentes de la citada Área Académica que, desde hace varios años, se encuentran trabajando en distintos temas vinculados con la mejora de los aprendizajes que los estudiantes realizan de la Matemática, en el marco de carreras universitarias que la incluyen como una ciencia no troncal. Específicamente, la inquietud y la preocupación se centraron en la funcionalidad y el nivel de utilidad que los alumnos otorgaban a los distintos materiales curriculares que las cátedras ponían a su disposición en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Movilizados por tales cuestiones se planteó, como objetivo general del Proyecto, el de “favorecer el diseño y construcción de materiales curriculares contextualizados a los requerimientos de las carreras de Ciencias Económicas”. A éste se le asoció, como uno de los objetivos específicos, el de “implementar y evaluar el impacto de los materiales curriculares, derivados de la re-elaboración de los ya existentes y/o del diseño de nuevos”; si bien a la fecha, las actividades relacionadas con la concreción de esta meta continúan, ya se han podido realizar avances en este sentido, permitiendo obtener algunas consideraciones que se comparten a continuación.

Durante los primeros meses de la puesta en marcha del Proyecto, y a partir de un marco referencial específico que se sostiene a la fecha en constante construcción, las tareas realizadas se focalizaron en la identificación, clasificación, caracterización y evaluación de los materiales curriculares existentes. Particular tratamiento recibieron aquellos cuyos autores son docentes de las cátedras del Área Matemática; fue motivo de ello la catalogación que recibieron, tanto de parte de los docentes como de parte de los estudiantes, de “centrales y de uso muy frecuente” en el desarrollo del proceso educativo de cada una de las asignaturas. A partir del análisis sistematizado y pormenorizado que se realizó de estos últimos surgieron, desde una mirada constructivista, un conjunto de mejoras que incluían propuestas para la modificación de los mismos y/o para la elaboración de nuevos materiales curriculares.

Al respecto, en el presente trabajo, se comparte el análisis de impacto que surgió de la implementación de tres nuevos materiales didácticos en el ámbito de una de las materias del Área Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy, a partir de la opinión que emitieron los estudiantes que los utilizaron durante los ciclos lectivos 2017 y 2018. Los materiales a los que se hace referencia son: Diapositivas Guía, Mapas Conceptuales y Autoevaluaciones. La asignatura en cuestión es Análisis Matemático (espacio curricular ubicado en el primer año, segundo cuatrimestre de las carreras de Contador Público, Licenciado en Administración y Licenciado en Economía Política). La opinión de los estudiantes se obtuvo a través de dos encuestas, implementadas al finalizar los años 2017 y 2018, en el marco del segundo parcial práctico de la citada materia; en dicho instrumento se les consultó sobre dos aspectos relacionados con cada uno de los materiales indicados; el primero si eran utilizados como material de estudio y, el segundo y ante una respuesta afirmativa del primer interrogante, con qué frecuencia, con qué nivel de utilidad y con qué fin lo hacían; a los efectos de captar las respuestas, se utilizaron escalas de tipo Likert y preguntas con respuestas cerradas, con la posibilidad de escoger una o más opciones de las planteadas.

Las Diapositivas Guía son un conjunto de “hojas digitales” que, elaboradas con el programa Microsoft Power Point, el docente compartía con los estudiantes en el marco de las clases teórico-prácticas; lo hacía con la ayuda de una computadora y un cañón. Su utilización respondió a diferentes funciones didácticas: revisión de contenidos necesarios para abordar la clase; ubicación de un tema dentro de una Unidad y/o del Programa Analítico de la materia; presentación de un contenido y/o motivación para su estudio; planteo de interrogantes; formulación de desafíos cognitivos; ilustración de conceptos; presentación de herramientas de síntesis y, esencialmente, mantención del nivel de atención de los estudiantes. En dichas diapositivas, se incluyó una mínima cantidad de texto y una gran cantidad de recursos visuales (mapas, esquemas, imágenes –fotos y dibujos- y tablas); además, se tomó en consideración el conjunto de recomendaciones teóricas que se realizan para elaborar un recurso de este tipo (tamaño de letra; selección pertinente de imágenes; nitidez, colores y tamaño de las mismas y efectos de contraste). A partir de ellas, el docente construía su discurso disciplinar y lo completaba con explicaciones verbales, tanto orales como escritas; en consecuencia, la comprensión del contenido de las diapositivas, solo era posible realizarse en el marco del desarrollo del tipo de clases citadas. Dos cuestiones que hacen a la comprensión del contexto en el cual se utilizaron las Diapositivas Guía son las siguientes: la modalidad de las clases teórico-prácticas es de tipo magistral (vista la importante cantidad de estudiantes que asisten a ellas) y los alumnos cuentan, con anticipación, con una copia de las diapositivas, lo que les permite completarlas con aquella información/explicación que realiza el docente y que éstos consideran relevante.

Las Diapositivas Guía se utilizaron en los ciclos lectivos 2017 y 2018. En ambos años, los resultados que arrojaron las encuestas fueron los siguientes.

* Contestando a la pregunta si utilizaban las Diapositivas Guía como uno de los materiales de estudio de la materia, en el año 2017, el 65% contestó que sí lo hacía; en el año 2018, este porcentaje se incrementó al 73%.

* Consultados sobre la frecuencia con las que las utilizaban y el nivel de utilidad que encontraban en las mismas para estudiar, en ambos años, más del 85 % de estudiantes indicó que lo hacían con “mucha frecuencia”, resultándoles “muy útiles” para concretar dicho fin.

* Finalmente, al solicitarles que precisaran para qué les servían las diapositivas y, ante cinco opciones de respuestas proporcionadas, las dos que fueron seleccionadas con un alto valor de frecuencia (en forma individual y/o conjunta), fueron: “para tener una guía-base para completar la explicación de la teoría que se desarrollaba en clase” y “para tener una organización gráfica de los temas que se daban en clase”. Las opciones de respuesta que fueron menos escogidas, pero que estuvieron presentes en la selección realizada por los estudiantes, fueron: “para repasar los temas vistos en la clase teórica anterior”, “para introducirlo al estudio de uno o más temas” y “para tener una síntesis de los temas que se daban en clase”.

En el ciclo lectivo 2018, además de las preguntas realizadas en el año anterior, se solicitó a los estudiantes indicaran porque razón no utilizaban las Diapositivas Guía para estudiar. Las respuestas que se contabilizaron abarcan una amplia y muy variada cantidad de factores que van desde: a) No poder disponer de ellas por factores económicos, problemas personales y/o no disponer de computadora; b) No les parecían útiles/Eran breves y/o sintéticas; c) No las entendían porque no concurrían a clases teóricas y d) Usaba otros materiales para estudiar.

En cuanto a los Mapas Conceptuales, se elaboraron cinco de ellos con el programa Microsoft CMapTools. La función didáctica planteada para el uso de estos materiales fue la de proporcionar al estudiante una herramienta visual, estructurada, jerarquizada y sintética de los conceptos, y sus relaciones, de tal manera que pudieran apelar a ellos al momento de repasar y/o integrar conocimientos. Además de los elementos básicos y propios de un mapa conceptual (conceptos y relaciones) se incluyeron distintos tipos de imágenes (fotos y dibujos); se pretendía que éstas últimas tuvieran, como efecto, exponer de manera gráfica el significado de los conceptos explicitados. Se elaboró un mapa conceptual por cada una de las cinco Unidades Didácticas del Programa Analítico de la materia; éstos se insertaron, como hoja inicial, en cada uno de los cinco Trabajos Prácticos que formaban parte de la Cartilla de Trabajos Prácticos de la asignatura.

En la misma encuesta donde se indagó respecto a las Diapositivas Guía, se lo hizo sobre los Mapas Conceptuales, utilizando similares interrogantes. Así:

* El 48% de los estudiantes escogieron a los Mapas Conceptuales como material de estudio en el ciclo lectivo 2017 haciéndolo, de idéntica manera en el ciclo lectivo 2018, en un 51%.

* De estos estudiantes encuestados, la gran mayoría indicó que los utilizó “frecuentemente”. Sin embargo, difieren los porcentajes al consultárseles sobre cuánto les sirvió para estudiar: en el año 2018, el 71% de los alumnos expresó que le sirvió “mucho”, mientras que en el año anterior, solo contestaron de esta manera el 40% de los estudiantes.

* Indagados sobre la utilidad de los Mapas Conceptuales, casi la totalidad de las dos poblaciones estudiantiles encuestadas seleccionaron las opciones: “como resumen de los temas de la Unidad para usarlos en los trabajos prácticos” y “como síntesis integradora de las unidades del programa”. Una pequeña parte de ambas poblaciones escogió “para tener una idea general de los temas que se estudiarían en cada Unidad”.

Al igual que en las Diapositivas Guía, en el año 2018, se solicitó a los alumnos explicitaran los motivos por los cuales no escogían a los Mapas Conceptuales para estudiar; las razones más invocadas fueron las siguientes: a) No los entendía/No los comprendía/Hacían ver más compleja la materia/Eran confusos/Marean; b) Por vago /Falta de tiempo/Se olvidó que existían/No le gustan/Aburridos/No le parecían importantes; c) Se guiaba con otros materiales (Notas Teóricas, Diapositivas Guía, resúmenes propios).

* Las Autoevaluaciones fueron propuestas a los estudiantes como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje; con ellas se pretendía brindarles la posibilidad de tomar conciencia de lo que habían conocido, aprendido e internalizado. Pensadas como instrumentos para involucrar a los estudiantes en su propio desarrollo intelectual, se diseñaron para revisar aspectos teóricos y prácticos de las Unidades Didácticas del Programa Analítico de la asignatura. En ellas se combinaron los lenguajes coloquial, simbólico y gráfico para formular distintos tipos de consignas, todas ellas con el propósito de desarrollar en los alumnos el pensamiento comprensivo. Se elaboraron cinco Autoevaluaciones, que fueron incluidas al final de en cada uno de los cinco Trabajos Prácticos que se desarrollaron durante el dictado de la materia; todas ellas incluían las respuestas a las consignas formuladas.

Al finalizar el ciclo lectivo 2018 (año en que las Autoevaluaciones fueron implementadas), los estudiantes dieron su opinión sobre dicho material didáctico.

* Solo el 45% de los estudiantes las consideró como material de estudio de la materia; de ellos un 72% las catalogó como “muy útiles” y el 28% restante indicó que les había sido “poco útiles”.

* El 41% de los alumnos no las tomó en cuenta para chequear el estado de su conocimiento, esbozando como motivos los siguientes: a) Era más completo/suficiente estudiar con Trabajo Prácticos /Entendía lo que explicaban en las clases prácticas; b) No tenía tiempo/ Tenia que repartir el tiempo con otras materias/Era mucho (para estudiar); c) Eran distintas a los ejercicios de los Trabajos Prácticos/Parciales y d) Vagos/No les parecían útiles/Falta de dedicación (personal)/No le inspiraban.

¿Qué puede apreciarse de los datos consignados?

Durante dos años se implementaron las Diapositivas Guía y los Mapas Conceptuales; del 2017 al 2018, se incrementó el porcentaje de estudiantes que los adoptaron como materiales de estudio, encontrándolos muy útiles para lograr tal fin y confirmando que su uso respondió a las funciones didácticas propuestas por la cátedra al momento de ponerlos en circulación. Sin embargo, también tuvieron opinión, quienes no los utilizaron, esbozando razones que deben ser puntualmente tratadas por la cátedra con el fin de revertirlas.

Las Autoevaluaciones solo se instrumentaron en el 2018, siendo el porcentaje de alumnos que las realizaron mucho menor a las expectativas que tenía la cátedra al respecto; se asocia como causa, la nula cultura que tienen los estudiantes respecto a poder analizar ellos mismos el estado de su conocimiento.

Cabe, en este momento, realizar la aclaración que los tres materiales curriculares a los que se hizo referencia tienen su origen en las propuestas de mejora sugeridas para el libro didáctico de la cátedra “Notas Teóricas de Análisis Matemático”. Éste, utilizado como bibliografía básica de la materia, fue objeto de estudio en el año 2017; el detalle del trabajo realizado sobre el mismo se presentó, bajo el nombre de “Análisis y Evaluación de un material curricular impreso. Estudio de caso en el Área Matemática” (Autino y Digión, 2017), en las XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines (Paraná, 2017). En dicho escrito, a manera de sugerencia, se indicaba la necesidad de la inclusión de: recursos tecnológicos que motivaran a los estudiantes, herramientas de síntesis al finalizar cada capítulo y de herramientas que permitieran la autoevaluación del estudiantes; las Diapositivas Guía, los Mapas Conceptuales y las Autoevaluaciones fueron las respuestas concretas de tales sugerencias.

Conclusiones

Como se expresó en la "Introducción" de este trabajo: la intención, la racionalidad, la justificación y la forma de llevar a cabo una innovación en el ámbito educativo, son los pilares sobre los cuales se apoya la decisión didáctica al momento de implementarla en forma permanente.

La cátedra de Análisis Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy ofrece a sus estudiantes una variedad de materiales curriculares, muchos de ellos elaborados por los docentes de dicho espacio curricular. La dedicación y el esfuerzo que ponen en juego para pensarlos, diseñarlos y concretarlos son compensados, en la mayoría de los casos, por su aceptación y uso frecuente -con fines de estudio- por parte de los estudiantes.

No obstante, se presentan casos en donde la implementación de estos materiales no tiene el impacto positivo esperado; en base a las manifestaciones de los propios estudiantes, las causas más frecuentes por las cuales los "nuevos" materiales no son utilizados para estudiar tienen que ver con: el costo económico del material; el desconocimiento de qué son y para qué sirven los materiales; la no obligatoriedad del uso de los mismos y la preferencia por estudiar solo con materiales convencionales.

Ante tales menciones, ¿qué podría hacer la cátedra para revertir estas situaciones? Algunas propuestas que surgen de la discusión y la reflexión son: poner a disposición de los estudiantes el material a través de distintos medios (impreso/digital); explicitar clara y fundadamente para qué se los debe utilizar; resaltar los beneficios que se obtendrían –en términos de adquisición de conocimientos- con el uso de los mismos y mostrar que la complementariedad de todos los materiales contribuye a lograr un conocimiento más amplio y sólido.

Para finalizar, las innovaciones en cuanto a material curricular se refieren, representan más que un simple cambio; se trata de poner en marcha un proceso pensado, intencionado y planificado, que surge con una finalidad específica: mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Son una instancia necesaria si se desea enriquecer la calidad del proceso educativo.

Referencias Bibliográficas

- CONTRERAS VIDAL, J.L. (2008). *Recursos didácticos integradores para facilitar, en la estructura cognoscitiva de los profesores, la formación de conceptos del área de las ciencias naturales en la secundaria básica.* La Habana (Cuba). Editorial Universitaria.
- DOMÍNGUEZ GARRIDO, M C; MEDINA RIVILLA, A.; SÁNCHEZ ROMERO, C. (2011*). La Innovación en el aula: referente para el diseño y desarrollo curricular*. Revista Perspectiva Educacional. Vol 50, N° 1, pp. 61-86.
- FERNÁNDEZ, G. (2006). *Pensar la gestión de la enseñanza en el aula universitaria*. Universidad de los Andes (Venezuela). Educere.
- FONSECA MORALES, G. M. (2006). *Materiales y recursos didácticos, qué haríamos sin ellos*. Recuperado el 18/06/2019, de http://www.recursosdidacticos.wordpress.com.
- GONZÁLEZ, I. (2015). *El recurso didáctico. Usos y recursos para el aprendizaje dentro del aula*. Reflexión Pedagógica. Edición III. Vol. 109., pp. 15-18. Recuperado el 20/06/2019, de https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/vista/detalle_articulo.php?id_articulo=11816&id_libro=571

- MARQUÈS GRAELLS, P. (2000). *Los medios didácticos y los recursos cognitivos*. Recuperado el 23/06/2019, de http://www.peremarques.net./medios.htm

- POLANCO HERNÁNDEZ, A. (2005). *La motivación de los estudiantes universitarios*. Revista electrónica Actividades investigativas en educación”. Vol 5, N°2. Recuperado el 23/06/2019, de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44750219

- POZO, J I. (2008). *La psicología cognitiva del aprendizaje*. Madrid (España). Alianza.

- SAN MARTÍN, A. (1991). *La organización escolar*. Cuadernos de Pedagogía. N°194, pp. 26-28.
- ZABALZA, M. Y ZABALZA CERDEIRIÑA, A. (2012). *Innovación y cambio en las instituciones educativas.* Santa Fe (Argentina). Homo Sapiens Ediciones.

161 CARACTERIZACIÓN DE ESTUDIANTES RECURSANTES DE MATEMÁTICA I, EN LA BÚSQUEDA DEL DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE AUTORREGULACIÓN DEL APRENDIZAJE

Astorga, Angélica – Méndez, Nilda Graciela – Alvarez, Enzo
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales -Universidad Nacional de Salta
aeastorga@hotmail.com – nildagramendez@yahoo.com.ar – enzoalvarez@outlook.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática**,** Competencias de autorregulación, Estrategias de enseñanza, Aula Virtual

Resumen

A partir de las preguntas propuestas en una encuesta realizadas a los alumnos recursantes de Matemática I, materia de primer año de las carreras Contador Público, Licenciado en Administración y Licenciado en Economía, de la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Salta, quienes cursaron la asignatura en forma semipresencial, presentamos los resultados obtenidos, que nos permitieron determinar en los alumnos, el nivel de desarrollo de competencias de autorregulación de los aprendizajes.
Este estudio forma parte de las acciones propuestas en el Proyecto de Investigación Nº 2533, "*Repercusión en el rendimiento académico de los alumnos recursantes de Matemática I con la modalidad blended-learning, a partir de la implementación de actividades y recursos innovadores que favorecen el desarrollo de competencias de autorregulación en el aprendizaje*", acreditado por el Consejo de Investigación de la mencionada universidad.
A partir del relevamiento de los datos, nuestro análisis se encaminó hacia la determinación de algunos componentes cognitivos, afectivos y motivacionales en relación a las clases teóricas de la asignatura para así luego determinar un conjunto de tareas tendientes a lograr el desarrollo de competencias de autorregulación de los aprendizajes en los estudiantes, con lo cual, consideramos, que les permitirá no solo obtener un mejor rendimiento académico sino también desarrollar autonomía en sus aprendizajes.

1. Introducción

El limitado rendimiento académico de los estudiantes que recursan Matemática I, asignatura de primer año correspondiente a las carreras de Contador Público Nacional, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta, genera una fuerte preocupación al interior del equipo docente de la cátedra.

Ante el bajo porcentaje de estudiantes que logran regularizar la materia y la cantidad de alumnos en estas condiciones, desde el año 2014, se implementa el uso de un Aula Virtual en la Plataforma Moodle como una nueva manera de cursado de la asignatura con la modalidad *blended-learning*, para los alumnos recursantes y como una de las acciones que intenta revertir esta situación. Luego de las primeras experiencias de semipresencialidad, que han tenido un impacto positivo pero insuficiente, todavía consideramos que podríamos mejorar aún más el rendimiento académico considerando un nuevo aspecto.

Davini y Listovsky rescatan la importancia de la autorregulación del aprendizaje, dado que brinda la posibilidad al estudiante de explorar los recursos más valiosos, reconocer las actividades que presentan mayor dificultad e interactuar con las propuestas que resuelven. Con este propósito y para promover este tipo de competencias se diseñarán y propondrán un conjunto de actividades.

Se entiende por aprendizaje autorregulado (AAR) un proceso de aprendizaje en que el propio sujeto establece sus metas y luego supervisa, regula, y controla los pasos que conducen a esas metas y la motivación que sostiene la marcha (Pintrich, 2000).

Variedad de trabajos de investigación han determinado que las cuestiones afectivas juegan un papel esencial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido se puede afirmar que son muchos los alumnos que generan en el transcurso de su vida académica actitudes negativas hacia las matemáticas, manifestando una auténtica aversión y/o rechazo hacia esta disciplina. Para una mayoría de los estudiantes, esta materia no es una fuente de satisfacción, sino de frustración, desánimo y angustia.

Por lo anteriormente expresado y dado los altos índices de fracaso escolar en el área de matemática se hace necesario el estudio de la influencia de los factores afectivos y emocionales en el aprendizaje matemático, ya que pueden explicar la ansiedad que siente el alumno ante la resolución de problemas, su sensación de malestar, de frustración, de inseguridad, el bajo autoconcepto que experimenta, etc., lo cual frecuentemente le impide afrontar con éxito y eficacia las tareas matemáticas (Gil, Guerrero y Blanco 2002).

Zabala (1995) refiere que para potenciar a los alumnos se debe de asumir responsabilidades distintas, pero ofreciendo siempre a los estudiantes oportunidades de participar cada vez más en la resolución de actividades, en lugar de lograr que solo sean receptores de información.

Las relaciones interpersonales que establecen los docentes con los alumnos son claves para la mejora de los aprendizajes, las cuales se fundamentan básicamente en enseñarles a autorregular sus estados emocionales, afirmando con ello que es tan importante la enseñanza del manejo de las emociones como el enseñar estrategias efectivas de aprendizaje que le permitan acceder al conocimiento.

Considerando que enseñar no sólo es transmitir las estrategias a aplicar, sino cuándo, cómo y porqué aplicarlas, dado que estas condiciones parecen indispensables para que el conocimiento de las tácticas sea efectivo y se aplique de forma flexible y generalizada, debe el docente ayudarles a encontrar el gusto por lo que se hace y establecer retos que estén al alcance de los estudiantes.

2. Fundamentación

La consecuente reflexión nos ha llevado a reconocer una multiplicidad de factores que confluyen en esta situación: la carencia de saberes previos (emergente en las evaluaciones diagnósticas y parciales), que en el caso de la matemática compromete fuertemente el aprendizaje futuro (por la característica de acumulabilidad que su estudio requiere); el escaso o nulo uso de técnicas de estudio para el aprendizaje de la matemática; la dificultad de los estudiantes para la lectura de textos matemáticos (de un lenguaje altamente especializado); la falta de planificación de sus tareas; el convencimiento de que los temas ya vistos el año anterior, no requieren una atención más profunda; la escasa concurrencia a las consultas presenciales porque no quiere poner de manifiesto su poco dominio de conceptos básicos y/o dificultades para la resolución de ejercicios y problemas. Estas son algunas de las condiciones que enmarcan la enseñanza y el aprendizaje en este grupo de estudiantes.

Por ello, ya en el año 2014 comenzamos con el dictado de Matemática I con la modalidad *blended-learning*, para los alumnos que recursan la asignatura, con el objeto de favorecer un mejor manejo de sus tiempos de dedicación a la materia, el desarrollo de estrategias de aprendizaje, la continuidad en sus aprendizajes y el vínculo con el grupo de pares y con los docentes y auxiliares.

Con la investigación que realizamos en el marco del Proyecto de Investigación Nº 2389 del CIUNSa (ejecutado en los años 2017-2018) y los resultados finales, indican una incidencia favorable en el rendimiento académico con esta modalidad de cursado en alumnos recursantes, sin embargo, consideramos que podríamos aún mejorar este rendimiento a partir de la propuesta de nuevas actividades.

Por esto, proponer a nuestros alumnos actividades innovadoras de enseñanza y de aprendizaje que promuevan: la toma de conciencia de los conocimientos previos necesarios para desarrollar los distintos contenidos, el conocimiento de los objetivos de la asignatura y de los personales en relación al aprendizaje, la necesidad de disponer de la organización de un cronograma de estudio y de un calendario de trabajo, la realización de una valoración personal del cumplimiento de la planificación elaborada para realizar ajustes de la misma, permitirán necesariamente iniciar al estudiante en el desarrollo de las competencias de autorregulación, estimulando el autoaprendizaje y por consiguiente la metacognición.

El cambio hacia esa forma de trabajo surge de la transformación del modelo vigente, lo que propicia que todas las acciones educativas respondan a un proceso de enseñanza orientado a la autorregulación de los aprendizajes. Las investigaciones actuales sobre el tema evidencian que los nuevos elementos incorporados en las orientaciones académicas y en la mediación pedagógica, ofrecen estrategias que promueven el autoaprendizaje y estimulan la autorregulación, la metacognición y la autonomía en el estudiantado.

Todo este cambio propuesto le dará al alumno un papel más activo, permitiéndole que desarrolle competencias para enfrentar situaciones nuevas, favoreciendo su creatividad y motivación y así que se responsabilice de sí mismo y realice su proyecto personal.

Desarrollar competencias de autorregulación de los aprendizajes, requiere que el alumno adquiera varios componentes cognitivos, afectivos y motivacionales, tales como:

- Frente a una tarea saber qué hacer, conocer cuándo se debe hacer y en qué momento se necesita ayuda.
- Relacionarse positiva y activamente con quien puede ayudarlo y saber cómo pedir ayuda.
- Relacionar el aprendizaje con sus metas e intereses personales y mostrar sentimientos favorables de tolerancia frente a las dificultades de la tarea y de las evaluaciones.

El modelo de autorregulación del aprendizaje de Zimmerman es uno de los más conocidos y completo; es un modelo cíclico que consta de las siguientes fases:

- Fase de planificación: el alumno analiza la tarea, valora su capacidad para realizarla con éxito, establece sus metas y planifica.
- Fase de ejecución: fase en la que se realiza la actividad.
- Fase de autorreflexión: el alumno valora su trabajo y trata de explicarse las razones de los resultados obtenidos.

Los alumnos que autorregulan su aprendizaje desarrollan un conocimiento más constructivo -y a la larga efectivo-, e incrementan la motivación hacia el mismo.

3. Desarrollo

Este trabajo se encuentra dentro del Proyecto de Investigación Nº 2533 del CIUNSa, aprobado por Res Nº 427/2018-CI. Su objeto de estudio es la indagación del cumplimiento o no de las fases anteriormente definidas, dado que consideramos que todos estos aspectos deben estar presentes en el aprendizaje autorregulado.

Con el marco teórico anterior como sustento, analizamos los resultados de la encuesta que se puso en práctica con los alumnos recursantes para determinar si existe el desarrollo de competencias de autorregulación del aprendizaje para luego determinar las actividades que se pondrán en práctica para lograrlas.

La encuesta diseñada se subió en el curso Matemática I para Recursantes, disponible en la Plataforma Moodle donde el alumno debía responder de manera virtual las cuarenta y tres (43) preguntas formuladas.

Para el armado de la encuesta se tuvieron en cuenta cuatro grandes aspectos:

- Primer aspecto: datos personales
- Segundo Aspecto: lugar de procedencia y de residencia durante el cursado.
- Tercer Aspecto: Situación laboral y familiar
- Cuarto aspecto: sobre el cursado de Matemática I y su rendimiento Académico.

Nuestro interés se focaliza en caracterizar entre otros aspectos, cómo los estudiantes aprenden las nociones teóricas y qué estrategias de aprendizaje autorregulado emplean, a fin de potenciar aquellos que manifiestan e incorporar otros.

4. Resultados

Participaron de la encuesta 178 alumnos, de los cuales 100 son mujeres, representando el 56% de las respuestas. El dato así aislado no resulta relevante, atento a que a la fecha de conclusión del presente trabajo no contamos con la cantidad de varones y mujeres que recursaron el espacio curricular durante el periodo 2019, de manera que se pueda hacer un análisis comparativo apropiado en términos relativos. No obstante, se plantea como un aspecto pendiente a desarrollar, atento a que se han realizados numerosas investigaciones que indican diferencias en el tipo de metas según el género. Sostienen que, en lo que refiere a tareas académicas, se destaca el perfil femenino, dado que las mujeres tienen mayor implicación en las tareas administrativas, en tanto que en los varones predominan las metas de evitación del desempeño y de tareas, enfocándose en actividades ejecutivas -de ejecución-; y expresan que el origen de esta diferencia radica, en parte, en características psicológicas y, en gran parte, en estereotipos sociales.

Como un paso inicial para su análisis y con la finalidad de estudiar cómo se comportan las estrategias de autorregulación del aprendizaje y examinar cuál es la evaluación que efectúan los sujetos de la muestra en función del sexo, los datos se presentan en forma comparativa según el género.

Las edades variaron desde los 18 a los 50 años, siendo el promedio de 22 años, aproximadamente. La mayor parte del grupo (60%) cursan la carrera de CPN, el 29% LA y el 11% LE

En la encuesta se realizaron una serie de preguntas de las cuales solo analizamos las relacionadas con el aprendizaje de la teoría, todas ellas incluidas en el cuarto aspecto, mencionado anteriormente.

Los porcentajes que representan la elección de respuestas a las preguntas y las categorías consideradas en cada caso son los siguientes:

Tabla 1. Respuesta de encuesta a alumnos recursantes de Matemática I – Año 2019

Preguntas consideradas	Categorías de respuestas	Mujeres	Varones
Motivos por recursar	Abandono por motivos de fuerza mayor	7%	3%
	No entender los temas	2%	1%
	Perdió regularidad por el paso del tiempo	9%	10%
	Quedó libre al cursar previamente	82%	86%
Un aspecto fundamental en el estudio personal es organizar/gestionar el tiempo, lo que implica:	Hacer horarios personales que incluyan tiempo de estudio diario, preparación de exámenes, de trabajos, ocio	49%	49%
	Preparar horarios para organizar el tiempo en la semana antes de los exámenes	22%	28%
	Ser flexibles en la realización de las tareas, dejando espacio para otras cosas que surjan y evitar el estrés.	29%	23%

Para evitar el aplazamiento (dejar las tareas de estudio para después) lo mejor es:	Dividir la tarea en pequeñas metas y organizar el tiempo para cada una	60%	51%
	Motivarse haciendo otras cosas (ir a tomar un café, chatear, etc.) y hacer después la tarea propuesta	4%	10%
	No pensarlo demasiado y simplemente HACERLO	1%	0%
	Recompensarse si se consigue acabar la tarea a tiempo	35%	39%
Para tomar apuntes que ayuden a la hora de estudiar y preparar los exámenes, es importante:	Anotar los aspectos más importantes y completarlos en casa con otra información de libros o Aula Virtual	51%	41%
	Fotocopiar los apuntes o la carpeta de un estudiante que lleva bien la materia	5%	9%
	Intentar recoger literalmente todo lo que dice el profesor	44%	50%
Para aprender matemática es importante:	Conocer la mecánica de realización de los ejercicios	43%	55%
	Estudiar la teoría y luego resolver los ejercicios aplicándola.	47%	35%
	Memorizar las fórmulas y seguirlas al pie de la letra	10%	10%
Para aprender y	Reescribir los contenidos para aprenderlos.	36%	37%

estudiar la materia, es importante memorizar de forma comprensiva, lo que implica:	Relacionar la nueva información con los conocimientos que ya se poseen buscando conexiones entre ellos.	56%	54%
	Repetir los nuevos contenidos una y otra vez hasta saberlos de memoria.	8%	9%

Cuando estudia, buscar ayuda ante una dificultad, implica:	Consulto a compañeros o profesores en clases de consulta	1%	0%
	Ir a tutoría, sacar un libro de la biblioteca o pagar un profesor particular si de verdad es necesario	20%	2%
	Una estrategia útil para evitar un potencial fracaso.	0%	28%
	Una forma de "tirar la toalla" y desistir.	1%	1%
	Una manera constructiva y muy importante de resolver problemas cuando uno solo no puede.	78%	69%

Frente a un parcial y/o examen, su actitud es:	Busco estudiar la teoría de libros y nuevos ejercicios para resolver	34%	41%
	Estudio exactamente lo que dicen los profesores	12%	15%
	Estudio y me ejercito solo con los TP (ejercicios) que me dieron en clases	54%	44%

De los aspectos expuestos previamente, destacamos el dato de dónde estudia los contenidos teóricos. Entre las opciones, indicamos el libro de la cátedra (material bibliográfico de autoría de docentes de la cátedra con los temas específicos del espacio curricular), libros de otros autores (en cada actividad práctica, como así también en el libro de la cátedra, se sugiere material bibliográfico que se encuentra a disposición en forma gratuita en la biblioteca de la universidad), links sugeridos por la cátedra (puestos a disposición en el aula virtual) y videos de internet (en respuesta a las tendencias de estudio que manifiestan los estudiantes). Los resultados se reflejan en el Gráfico 1.

Gráfico 1. Resultados pregunta de fuente para estudiar teoría

También destacamos que prevalece notablemente la opción del subrayado como técnica de estudio de conceptos teóricos.

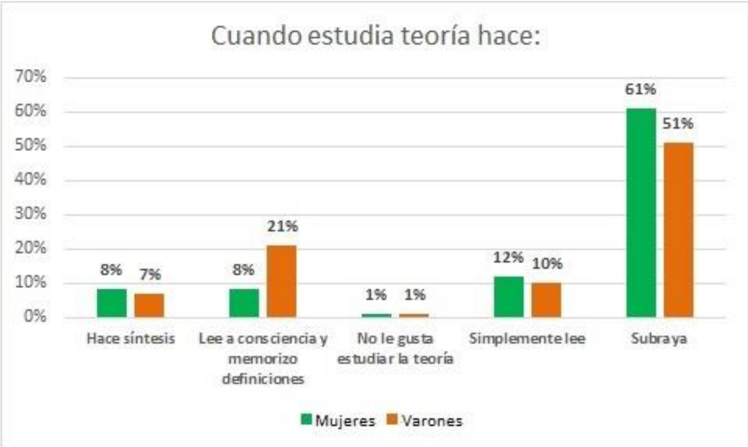


Gráfico 2. Resultados pregunta técnica de estudio de teoría

Un dato significativo, es que los encuestados manifiestan en su gran mayoría que estudian solos.

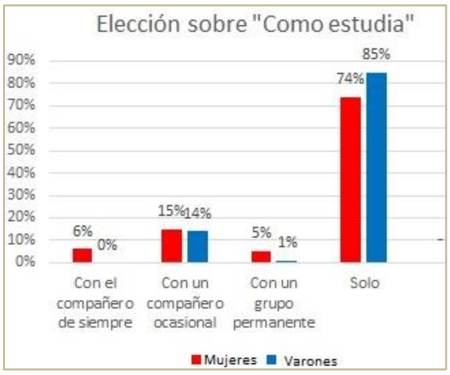


Gráfico 3. Resultado pregunta modalidad de estudio

5. Conclusiones

A partir del análisis de las respuestas dadas por los estudiantes podemos afirmar que la mayoría de los alumnos quedan en condición de alumno libre por no aprobar los exámenes parciales y en consecuencia recursan la materia. Sin embargo, pueden conjeturarse que las causas son diversas a partir de las respuestas dadas, se observa por ejemplo el manejo de escasas estrategias de estudio como realizar síntesis, ya que sólo alrededor del 8% expresa que realiza síntesis al momento de estudiar, escaso manejo de la bibliografía sugerida y focalización en el libro de la cátedra y mediante links y videos. Si bien reconocen que tienen dificultades para aprender no utilizan los espacios y recursos propuestos por la catedra como horas de consulta y tutorías. Además, llama la atención que los estudiantes no integren grupos de estudios, ni siquiera con un par y opten por estudiar solos cuando sabemos que se aprende mejor colaborativamente por ejemplo comparando procedimientos, discutiendo y argumentando. El trabajo en forma grupal, el trabajo cooperativo busca fomentar la autorregulación en sus aprendizajes. Resulta necesario entonces proponer el uso de distintas estrategias de síntesis y comprensión tales como esquemas, mapas conceptuales y cuadros comparativos entre otras.

En relación con la organización del tiempo para el estudio personal el mayor porcentaje de los alumnos opta por la elección de “Hacer horarios personales que incluyan tiempo de estudio diario, preparación de exámenes, de trabajos, ocio”.

Con respecto a la pregunta “Para evitar el aplazamiento (dejar las tareas de estudio para después) consideran que lo mejor es dividir la tarea en pequeñas metas y organizar el tiempo para cada una, sin embargo, relacionar los contenidos aprendidos permite un mejor manejo de los mismos y el uso apropiado en situaciones de aplicación.

En consecuencia, algunas de las acciones que se propondrán son:

- Brindar a los alumnos orientaciones para la elaboración de cronogramas personalizados básicos.
- Organizar espacios donde el alumno pueda realizar la revisión de su planificación y formular readecuaciones, cuando sea necesario, teniendo en cuenta las fechas establecidas para las actividades curriculares programadas.
- Poner al alumno en situación de preguntarse qué ha aprendido y cómo lo ha realizado, a revisar sus puntos fuertes y débiles, y evaluar todo ello en términos de procesos y no sólo de resultados de aprendizaje con el fin de desarrollar la metacognición.
- Planificar actividades donde el alumno evidencie la vinculación entre conceptos teóricos y prácticos y entre los distintos temas, dentro de la materia y de la carrera que cursa.
- Organizar talleres con los alumnos recursantes para que puedan evaluar la planificación que elaboraron y analizar el grado de cumplimiento, pudiendo modificarla y ajustarla de ser necesario, estableciendo metas de estudio alcanzables para cada tema

De esta manera, entendemos que los estudiantes universitarios lograrán superar las dificultades en el estudio de conceptos teóricos en Matemática y consecuentemente cambiarán sus hábitos de estudio, potenciando el rendimiento académico en términos generales y no limitándonos a una sola área académica.

6. Referencias Bibliográficas

- Barría, C.; Rodríguez, S. y Salmerón, P. Autorregulación del aprendizaje en centros educativos de Granada donde se utilizan las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Recuperado en https://www.ugr.es/~reidocrea/6-13.pdf
- Bogantes, J. & Palma, K. La regulación continua de la enseñanza y del aprendizaje desde el evaluar para aprender. Recuperado en https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5607285.pdf
- Davini,M. y Listovsky, G. El tutor y la evaluación en los entornos virtuales de aprendizaje. Enfoques, fases, estrategias y recursos. Recuperado en https://cursospaises.campusvirtualsp.org/pluginfile.php/9430/mod_folder/content/0/Lecturas_basicas/Davini_Listovsky-_Evaluacion_de_los_aprendizajes-_Basica.pdf?forcedownload=1
- De Corte, E. Aprendizaje constructivo, autorregulado, situado y colaborativo: un acercamiento a la adquisición de la competencia adaptativa (Matemática) Recuperado en http://www.scielo.edu.uy/pdf/pe/v8n2/v8n2a01.pdf
- Gibelli, T. y Chiecher, Estrategias de aprendizaje y autorregulación usando TIC Una investigación en matemática universitaria de primer año. Recuperado en agosto del 2018 en http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/26521/Documento_completo.pdf?sequence=1
- Gil, Blanco y Guerrero: “El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos” Revista Iberoamericana de Educación Matemática Nº 2pág 15-32. Recuperado en http://www.fisem.org/www/union/revistas/2005/2/Union_002_004.pdf

- Hernández, A. y Camargo, A. Autorregulación del aprendizaje en la educación superior en Iberoamérica: una revisión sistemática. Revista Latinoamericana de Psicología. Vol 49. Núm. 2, mayo-agosto del 2017. Recuperado en http://www.elsevier.es/es-revista-revista-latinoamericana-psicologia-205-articulo-autorregulacion-del-aprendizaje-educacion-superior-S012005341730016X
- Mauri, T., Colomina, R., Martínez Taberner, C. y Rieradevall Sant, M. La adquisición de las competencias de autorregulación. Análisis de su concepción y aprendizaje en diferentes estudios universitarios. Recuperado en http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/24393/1/573866.pdf
- Modesto, M. García, G. Proyectos de Aula y TIC en el aprendizaje autorregulado. Recuperado en http://www.virtualeduca.red/documentos/23/2015%20proyectos%20de%20aula%20y%20Tic%20en%20el%20aprendizaje%20autorregulado.pdf
- Panadero, E. & Alonso-Tapia, J. (2014) ¿Cómo autorregulan nuestros alumnos? Revisión del modelo cíclico de Zimmerman sobre autorregulación del aprendizaje. *Anales de psicología*, 30 (2), 450-462. http://dx.doi.org/10.6018/analesps.30.2.167221
- Pintrich, P. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. En M. Boekaerts, P. Pintrich, & M. Zeidner, Handbook of self-regulation (pp. 451-502). San Diego, California: Academic Press.
- Rodríguez Sánchez, M.(coord.), Alcoba González, J., Hernández Sellés, N., Insa Ghisaura, D. y Morata Sebastián, R. (2014) "E – Learning y gestión del conocimiento" Gráfica LAF. San Martín – Buenos Aires, Argentina.
- Steiman, J.(2009). Más Didáctica en la Educación Superior. Bs. As. Miño y Dávila.
- Zabala, A. (1995) "La práctica educativa". Barcelona, España. Editorial Grao.
- Zarceño, A. y Andreu, P. Las tecnologías, un recurso didáctico que fortalece la autorregulación del aprendizaje en poblaciones excluidas. Perfiles educativos vol.37 no.148 México abr./jun. 2015. Recuperado en http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982015000200019
- Zimmerman, B. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. En P. Pintrich, M. Boekaerts, & M. Zeidner, Handbook of self-regulation (pp. 13-41). Orlando, FL: Academic Press.

164 UNA ESTRATEGIA DE INNOVACIÓN EN LA BIBLIOGRAFÍA DE ÁLGEBRA: INCORPORACIÓN DE ÍCONOS Y CÓDIGOS QR

Bianco María José – Fraquelli Alicia – Gache Andrea
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires
mjb.math@gmail.com – aliciafraquelli@gmail.com – andreagache@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Materiales de enseñanza, Bibliografía interactiva digital, Iconografía, Códigos QR

Resumen

Uno de los elementos distintivos de la Matemática como ciencia es que los objetos no son accesibles fuera de un sistema semiótico, es decir, no son objetos reales y allí radica uno de los problemas centrales de su aprendizaje: la manipulación. En particular, en muchos constructos de Álgebra que se estudian en los primeros cursos del nivel de grado, los objetos que se manipulan no son ostensivos, aunque sí lo es el trabajo que se hace con estos: por ejemplo, la escritura simbólica, los esquemas, las representaciones, entre otras. Esto nos lleva a lo que Duval (1993) entiende como paradoja cognitiva del conocimiento matemático: por un lado, la aprehensión de los objetos matemáticos no puede ser otra que una aprehensión conceptual y, por otro, es sólo a través de las representaciones semióticas que se hace posible una actividad o intervención sobre el concepto matemático.
En este contexto, entonces, nos preguntamos ¿qué rol ocupan -o deberían ocupar- los materiales teórico-prácticos desarrollados en el seno de las cátedras? ¿Cuántos de ellos dan cuenta de esta paradoja cognitiva en el proceso de elaboración? Es decir, ¿cómo diseñar y estructurar la bibliografía y el material de cátedra cuando los objetos generales que queremos que nuestros estudiantes conozcan no llegan a ellos sino es por medio de las representaciones que ellos y nosotros hacemos de estos objetos?
El objetivo de este trabajo es el de presentar una experiencia de rediseño de materiales escritos de enseñanza promoviendo un uso interactivo que facilite la superación de la paradoja y la transición de las organizaciones matemáticas de referencia con las efectivamente enseñadas a partir de la introducción de Quick Responsive Codes.
Las autoras, creemos que la integración del uso de estos códigos, potencia el aprendizaje de conocimientos y aumenta la motivación de los alumnos por la asignatura mencionada.

1 Introducción

La educación superior tiene entre sus funciones formar un profesional capaz de adaptarse a los cambios multidimensionales ocasionados por los avances de la ciencia y la tecnología, como así también facilitar el acceso a través de las NTIC a aquellos pensamientos de orden superior que permitan formar personas autónomas e independientes.

La innovación en las instituciones educativas debe ir más allá de la inclusión de las últimas tecnologías para alcanzar cambios más ambiciosos que afecten las ideas, valores y creencias pedagógicas que dan forma a la práctica educativa.

La tecnología móvil ha desarrollado una rama dedicada al ámbito educativo, lo que ha permitido dar a este un mayor dinamismo proveyéndole de acceso flexible, recursos variados de aprendizaje, conexión entre materiales digitales tradicionales y experiencias activas de aprendizaje, creando lo que viene denominándose movile-learning. (Herrera y Fennema, 2011)

Recordemos que el m-learning es el descendiente directo del e-learning para varios investigadores (Pinkwart, Hoppe, Milrad y Pérez, 2003; Quinn, 2000), dado que el e-learning es el aprendizaje apoyado por recursos y herramientas electrónicas digitales y m-learning es el e-learning que se apoya en dispositivos móviles y transmisión de Wireless.

Destacamos también la vinculación de la tecnología móvil con el concepto de educación ubicua (u-learning), o sea, la posibilidad de aprender en cualquier situación o contexto a través de los dispositivos que siempre están a nuestro alcance, siendo el usuario el que gestiona sus prácticas de comunicación y construye su conocimiento, utilizándolos como complemento de su propia capacidad cognitiva. (Rodríguez, 2009)

El uso de la tecnología móvil en educación puede ser visto como una inmersión de la sociedad actual en el contexto escolar, considerando ésta como poderosa herramienta educativa debido a sus características: portabilidad, inmediatez, conectividad, ubicuidad y adaptabilidad. (Valero, Roura y Sánchez Palacín, 2012)

La realidad nos lleva a plantear una definición diferente y más amplia del concepto de buena enseñanza. En su búsqueda los docentes debemos incorporar prácticas pedagógicas que permitan el uso académico de tecnologías, como el teléfono celular, que les posibilite a los alumnos gestionar la información de una manera crítica y formativa, siendo los artífices de su propio aprendizaje desarrollando nuevas capacidades y habilidades. Nuestra propuesta para lograr los propósitos anteriormente mencionados es la de presentar una experiencia de rediseño de materiales, por un lado el direccionamiento de la lectura del material de cátedra a partir de la incorporación de íconos que ordena, categoriza y jerarquiza la lectura y por otro promoviendo la introducción del uso académico del teléfono celular en las actividades de aprendizaje en el aula y por fuera de ella a partir de la implementación de Quick Responsive Codes, los cuales representan en la actualidad la posibilidad de un intercambio de información sencilla y dinámica.

2 Descripción de la propuesta

El Código QR es un código de barras de rápida respuesta que permite almacenar información en una matriz de puntos o un código de barras bidimensional y fue creado por la compañía Denso-Wave en 1994. La sigla QR proviene de las palabras en inglés “Quick Response” o sea respuesta rápida.

Se puede leer los QR con la cámara de un móvil y sólo se deberá instalar en él cualquier programa de lector de códigos.

Su verdadera utilidad es digitalizar información capturada desde medios gráficos e impresos a través de un escáner.

Un código QR puede ser generado para que almacene información sólo numérica o información alfanumérica como una dirección a un sitio web o de tipo Binario para aplicaciones informáticas avanzadas.

En síntesis esta tecnología permite cifrar, de forma rápida, texto plano en formato de código de barras y el contenido depositado en el código puede decodificarse y visualizarse con un smartphone.

Como los códigos QR permiten añadir una capa de información virtual a un documento u objeto físico, los utilizaremos en el material teórico - práctico de la asignatura con ese fin.

Podemos distinguir dos tipos de QR: estáticos y dinámicos. En el caso de los dinámicos las funciones y los contenidos se pueden modificar posteriormente sin tener que reemplazar los códigos ya impresos. Éstos calculan estadísticas de escaneo según el número, el momento y el lugar de los accesos utilizando una URL de redireccionamiento, que vuelve a enlazar directamente los contenidos ya codificados, a diferencia de los códigos estáticos que no ofrecen estas funciones.

Los códigos QR abren interesantes posibilidades educativas al insertarlos en documentos de clase, libros de lectura y publicaciones. Ellos permiten establecer conexiones entre los diferentes materiales utilizados durante el proceso de enseñanza - aprendizaje, ya sea entre documentos impresos y fuentes o recursos digitales entre sí.

El teléfono móvil en el aula posibilita a través de los códigos “QR” acceder a las tecnologías interactivas que proporcionan contenidos formativos, simulaciones, autotest, actividades, ejercicios, etc.

El uso de los “QR” propicia el desarrollo de entornos de aprendizaje más flexibles y les abre a los alumnos nuevas perspectivas, ofreciéndoles un plus de motivación para el uso de las nuevas tecnologías contribuyendo así a su aprendizaje significativo (Ausubel, 1968).

La implementación de los códigos QR en los materiales de estudio que utilizan los alumnos intenta completar y/o ampliar la información contenida en ellos que el docente considera excluyente. Es obvio que aunque esta sea complementaria, tal vez sea fuente de una mejor comprensión de los conceptos y un aumento significativo del aprendizaje ya que los materiales codificados mediante los QR presentan distintas características permitiendo a cada alumno en función de sus necesidades y/o estilos cognitivos realizar su propio recorrido. Empleamos los QR para agregar respuestas a ejercicios, ampliar información de libros, acceder a un archivo con explicaciones del docente o, en términos generales, apuntar a cualquier contenido multimedia (página web, video, audio, documentos, simuladores, etc.)

Por lo mencionado en el párrafo anterior creemos que todo ello proporciona una motivación adicional al proceso de aprendizaje y favorece en el alumno su autonomía.

En el resumen hemos hecho mención al rediseño de los materiales escritos de la asignatura y a la incorporación de íconos. ¿Por qué y para qué lo hicimos?

Para responder estas preguntas recurrimos a un ejemplo: la enseñanza de un deporte. Está claro que cuando el docente intenta que los alumnos aprendan a jugarlo, no siempre pretende que jueguen de una manera profesional: la medida de la cancha, la cantidad de jugadores, la exclusión o implementación de algunas reglas dan una versión simplificada pero a la vez total del juego, no cambia su esencia, sólo facilita en el comienzo su ejecución y a medida que lo juegan se profesionaliza, usando todas y cada una de las reglas de este.

En nuestra asignatura pensamos debería suceder algo parecido, acercarnos progresivamente al todo que se quiere aprender pero empezar por aquellas visiones facilitadoras que permiten su aprehensión. Es ahí donde apuntamos, las capacidades y habilidades no son homogéneas en un grupo y a todos y cada uno les requiere más o menos tiempo aprender.

Intentamos que el alumno no sólo registre lo que el profesor dice en una clase, sino que use bibliografía, pero ésta les resulta muchas veces inaccesible en su comprensión, una lectura guiada y anticipando qué es lo que va a encontrar puede ayudarlo en esta instancia.

Como autoras de las Notas Teórico – Prácticas de Álgebra, material de estudio utilizado en la cursada y con el objeto de facilitar la lectura y comprensión de los alumnos, decidimos reformular las mismas incorporando en esta primera etapa en una de sus unidades una iconografía sencilla para que el lector pueda identificar rápidamente el carácter, prioridad y pertinencia de cada objeto, como así también los códigos QR para ampliar contenidos.

Hemos elegido la unidad de Programación lineal porque consideramos que el nivel de dificultad de los contenidos y la vasta extensión de la información disponible sobre los mismos lo ameritan. Al inicio de esta unidad agregamos una tabla que le anticipa al lector el significado de cada ícono, como se detalla en la Figura 1 de elaboración propia.

Contenido		Es el cuerpo más extenso de la obra y contiene desde definiciones y teoremas hasta demostraciones y aplicaciones frecuentes. Integra los contenidos fundamentales del libro.
Bookmark		Es una señalización que indica que un tema, concepto, teorema o aplicación es importante y merece ser resaltado.
Ampliamos		Es una sección donde se completa la información o teoría trabajada. Allí se puede encontrar información importante pero que, en una primera lectura, puede ser omitida hasta tanto se manejen algunos conceptos fundamentales.
Gráfico		Dado que gran parte de la obra se apoya en gráficas en el plano y en el espacio, se incluyen QR y enlaces para que se pueda acceder fácilmente y desde cualquier dispositivo a las gráficas más frecuentes.
Apoyo con software y simuladores		Es un apartado pensado para complementar la teoría con el uso de software de cómputo y simuladores como el CDF Player de Wolfram Alpha, tanto en su versión en línea como en la aplicación para dispositivos móviles.
Apoyo con smartphone		Es una pastilla para ampliar un tema con el uso del smartphone. Se sugiere utilizar las apps CasioEdu+ y Wolfram Alpha para poder acceder al contenido disponible en los QR.
Adjunto		Es un apartado para descargar material extra que complementa los temas que se abordan en la obra. Podrá encontrar acceso a aplicaciones, emuladores y archivos varios que se usan en las unidades de este libro.
Referencia		Es una sección de interés donde podrá encontrar enlaces a citas, obras célebres o noticias que puedan guardar relación con el contenido que se aborda.
Evaluación		Es una señalización que indica la presencia de una evaluación. Se sugiere la autoevaluación como una estrategia que permite consolidar el aprendizaje.
Video		Es una señalización que indica la incorporación de un video para el apoyo sobre un tema en particular.

Figura 1 - Iconografía

A continuación presentamos imágenes de elaboración propia representativas del rediseño del material donde se puede observar la presencia de los íconos correspondientes a lo que se desea indicar anticipando el estilo de contenido y/o información y la incorporación de los QR.

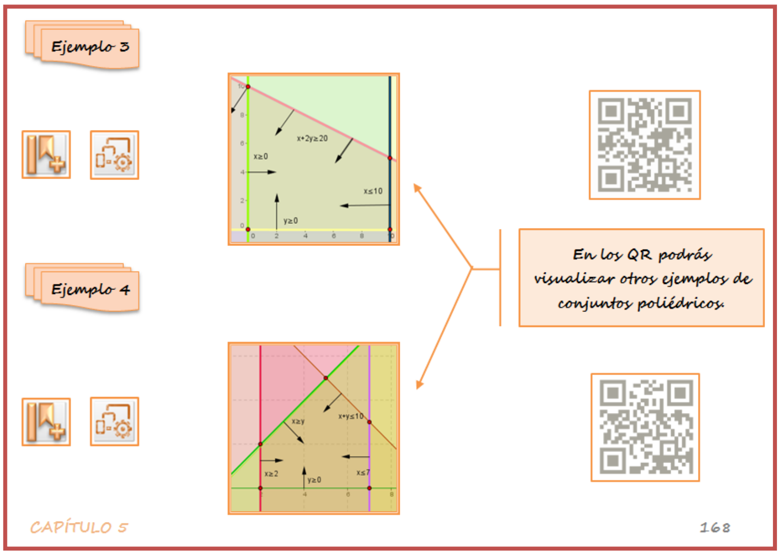


Figura 2

En la Figura 2 la iconografía anuncia que se ampliarán contenidos mediados por la tecnología. Se podrá acceder a los gráficos vinculados con el tema mediante el escaneo de los QR.

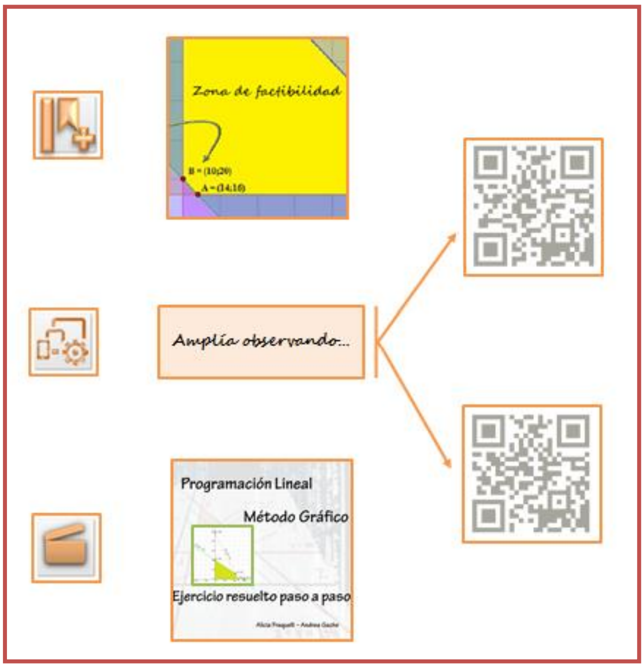


Figura 4

En la Figura 3 los íconos informan que a partir de los QR podrá el lector ampliar contenidos mediados por la tecnología con la lectura de archivos adjuntos con el objetivo de profundizar el tema desarrollado.

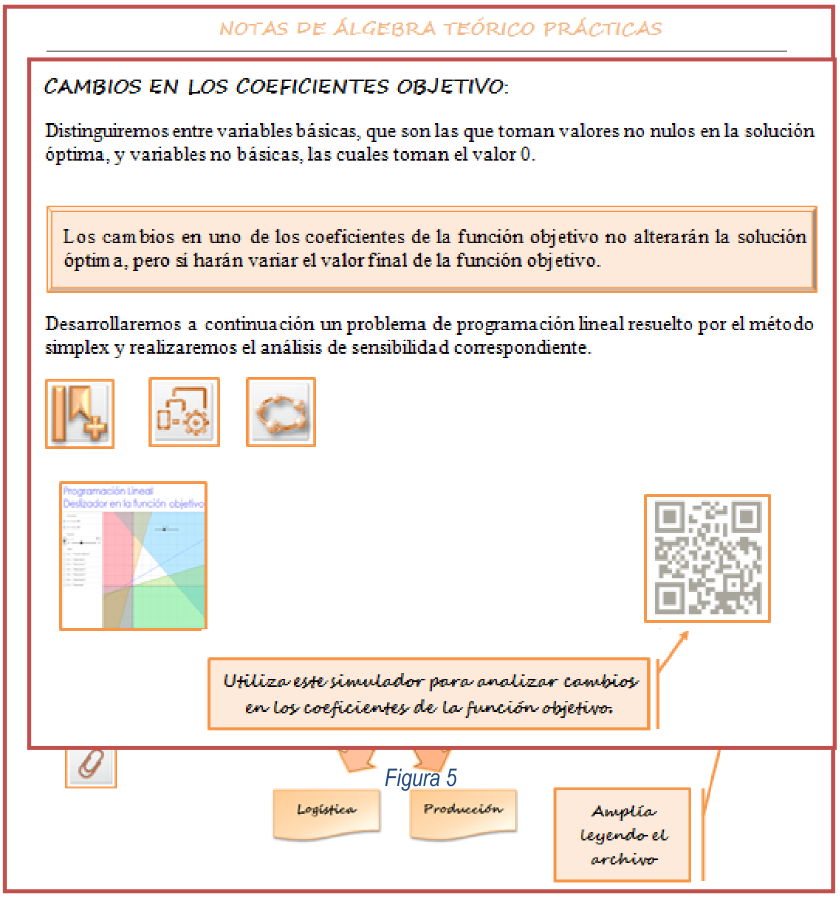


Figura 5

Figura 3

La Figura 4 permite observar el uso de los íconos, ampliar contenidos mediados por la tecnología con un ejercicio desarrollado y un video.

En el primer caso la imagen le anticipa la presencia de un ejercicio resuelto, en el segundo la presencia de un video.

El alumno en este caso tendrá la posibilidad de retomar la explicación del docente en clase y visualizará el paso a paso de la resolución del problema escaneando los QR.

En la Figura 5 se puede visualizar el uso de la iconografía, ampliar contenidos mediados por la tecnología utilizando un software de código abierto GeoGebra.

El QR a partir de su escaneo permite disponer en clase del GeoGebra sin la necesidad de computadoras en el aula para simular múltiples situaciones e interactuar con las mismas.

Figura 6

En la Figura 6 se muestra el empleo del ícono y el QR correspondiente a una autoevaluación interactiva con respuesta automática y la retroalimentación de las respuestas incorrectas incluida en el cierre del capítulo de Programación Lineal.

3 Fundamentación

Hoy cuando se habla de las Nuevas Tecnologías en el campo educativo, se hace referencia a los recursos multimedia, hipermedia, los tutores inteligentes, los sistemas expertos, la realidad virtual, entre otros. El empleo de esta tecnología en el ámbito educativo se justifica por la conveniencia de integrar diversos medios y orientaciones alrededor de las necesidades del que aprende (Casas Armengol, 1992).

A fin de mejorar la calidad educativa y elevar la eficacia de los resultados realizamos los docentes un análisis permanente de los recursos a disposición y su implementación, lo que nos conduce a preguntarnos:

¿Cuál es el potencial didáctico de las TIC? ¿Qué tipo de aprendizajes se pueden dinamizar con el apoyo de las TIC? ¿Hasta qué punto la integración de las TIC puede convertirse en una oportunidad y en una herramienta para reinventar el currículo y generar procesos de cambio educativo?

La necesidad de respuesta a estas cuestiones vinculadas con la tecnología y co-construir conocimiento pedagógico acerca de su uso en la educación matemática a partir de la reflexión sobre la práctica, nos impulsa a indagar y/o reflexionar sobre su aplicabilidad. Las verdaderas posibilidades y aportaciones didácticas de las TIC no están determinadas por las características intrínsecas del medio, sino que dependen del uso que se haga de ellas y de las concepciones de enseñanza y aprendizaje a partir de las cuales se propone su utilización.

Las posibilidades e implicaciones de su empleo en la enseñanza universitaria y las formas en que éstas pueden ser utilizadas para dinamizar y enriquecer los procesos de cambio educativo son múltiples. Las TIC pueden convertirse, así, en herramientas que fortalecen las prácticas educativas tradicionales y/o en herramientas que propicien una adecuación y transformación de los contenidos.

En nuestra revisión bibliográfica coincidimos con los expertos en el tema que la incursión de las nuevas herramientas pedagógicas en el contexto educativo en especial en matemática genera una transformación sociocultural concerniente a la praxis pedagógica y didáctica actual. La educación matemática, entendida como la comunicación de experiencias, saberes, habilidades, destrezas, actitudes y valores propios de la actividad, con el fin de formar un ser humano competente en su campo y con una mejor comprensión del mundo, no puede ni debe soslayar la incorporación del uso de la tecnología en su quehacer. Esta incorporación requiere redimensionar las acciones y roles, tanto del docente como del estudiante, para lograr que la integración se realice asertivamente.

4 Conclusiones y trabajos futuros

Perales y Adam (2013) afirman que existe una mejora en el conocimiento siempre y cuando se realice una conexión entre los códigos QR y la realidad, es decir, que las NTIC sean un producto mediador entre un marco tecnológico y un aprendizaje que sea representativo para quien lo utiliza.

Por lo tanto, se necesita una intencionalidad educativa en el uso de los códigos QR, más allá de la simple utilización encaminada a mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje haciéndolo más interactivo, más innovador, sobre todo más motivador para el alumno, adaptándolo a la nueva realidad social, cultural y tecnológica que vivimos.

Las TIC han abierto muchas alternativas tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de la nueva generación “digitalmente” culturizada, las que integradas en un entorno o ambiente de aprendizaje con diferente grado de virtualización, ponen a disposición de los docentes canales de información y comunicación para promover formas distintas de enseñanza y es nuestro objetivo aprovecharlas para fortalecer el proceso y lograr alumnos con capacidad de alcanzar aprendizaje crítico y significativo.

Propiciamos entonces un uso de la tecnología y las diferentes herramientas digitales enfocadas hacia la participación activa del alumno, para que éste sea capaz de crear y construir su conocimiento, evaluar su aprendizaje y elaborar sus propias herramientas de análisis de la realidad.

Estos nuevos recursos, van a convertir en cuestión de años la educación tal y como la conocemos, cambiando libros, cuadernos y bolígrafos, por archivos de texto en formato digital (Word, Pdf, OpenOffice), recursos multimedia alojados en muros virtuales y trabajos creados y compartidos a través de servicios destinado al hosting y diseño de presentaciones. Y esto no es debido a una preocupación elitista y hacer todo más tecnológico sin motivo aparente, sino debido a una preocupación encaminada a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ofreciendo al alumno una herramienta que lo mejore, favoreciendo la regulación de la propia conducta, la reflexión y la construcción de su propio conocimiento.

Es nuestra intención rediseñar la totalidad del material en su próxima edición, para actualizar el que se encuentra publicado en versión digital en la Biblioteca Digital de la Facultad de Ciencias Económicas.

Referencias

- AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., & HANESIAN, H. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York. Holt, Rienehant & Winston.
- CASAS-ARMENGOL, M. (1992). *Calidad y Tecnología Informática en la educación superior latinoamericana*. *José Silvio (Comp.)* UNESCO/CRESALC. Caracas, Venezuela, 177-222.
- CASTELLANOS VEGA, J. et. al. (2013) *Las TIC en la educación*. Madrid. Ediciones Anaya Multimedia.
- CHEVALLARD, Y. (1998) *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires. Aique Grupo Editor.
- DUVAL, R. (1993) *Registros de representaciones semióticas y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. Francia. En “Anales de Didáctica de las Ciencias Cognitivas”, Vol V, pp 37-65.
- GARCÍA-VALCÁRCEL MUÑOZ-REPISO, A. (2016). *Recursos digitales para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje*. Universidad de Salamanca. Recuperado el 20 de julio de 2019 de https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/131421/Recursos%20digitales.pdf?sequence=1
- HERRERA, S. Y FENNEMA, M. (2011*). Tecnologías móviles aplicadas a la educación superior*. Actas del XVII - congreso argentino de ciencias de la computación, 620-630. Recuperado el 23 de julio de 2019 de http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/18718
- LITWIN, E. (2005) *Tecnologías educativas en tiempos de Internet*. Buenos Aires. Amorrortu Editores.
- MAGGIO, M. (2007) *El uso de simuladores en las prácticas de enseñanza en la universidad*. Buenos Aires. Asesoría Pedagógica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica. Universidad de Buenos Aires.
- PARRA, V. et al (2006) *Organizaciones Matemáticas y Organizaciones Didácticas en la universidad en torno a la noción de función: un estudio de caso*. Buenos Aires. Actas de las Segundas Jornadas Nacionales en Didácticas Específicas. Universidad Nacional de General San Martín.
- PERALES, V. P., & ADAM, F. (2013). *Integración de GIS (sistemas de georreferenciación de la información) y localización espacial en prácticas pedagógicas y lúdicas vinculadas a museos*. *Arte, individuo y sociedad*, *25*(1), 121-133. Recuperado el 18 de julio del 2019 de

  https://www.redalyc.org/pdf/5135/513551284009.pdf
- PINKWART, N., HOPPE, H. U., MILRAD, M. & PÉREZ, J. (2003) *“Educational Scenarios for the Cooperative Use of Personal Digital Assistant”*, En Journal of Computer Assisted Learning, 19, 3, pp.383- 391.
- RADFORD, L. (2006) *Semiótica y educación matemática*. En “Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa” Número Especial, pp 7-21.
- RODRÍGUEZ, S. (2009). *Informática ubicua y aprendizaje ubicuo*. Observatorio tecnológico, Ministerio de Educación. Recuperado el 26 de julio de http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/ca/cajon-de-sastre/38-cajon-de-sastre/910-monografico-informatica-ubicua-y-aprendizaje-ubicuo?start=4

- SÁNCHEZ, E. (2001) *La práctica educativa. Una revisión a partir del estudio de la interacción profesor-alumnos en el aula*. Salamanca. Universidad de Salamanca.
- VALERO, C. C., REDONDO, M. R., & PALACÍN, A. S. (2012) *Tendencias actuales en el uso de dispositivos móviles en educación*. Recuperado el 30 de julio de

  http://www.educoas.org/portal/la_educacion_digital/147/pdf/ART_UNNED_EN.pdf

165 GAMIFICAR, UN DESAFÍO PARA ALCANZAR CALIDAD EDUCATIVA.: UNA EXPERIENCIA CON KAHOOT!

Bianco María José – Fraquelli Alicia – Gache Andrea
Facultad de Ciencias Económicas Universidad de Buenos Aires
mjb.math@gmail.com – aliciafraquelli@gmail.com – andreagache@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Innovación educativa, Aprendizaje mediante dispositivos móviles, Gamificación, TIC'S, Kahoot

Resumen

Las formas de enseñanza se modifican con el paso del tiempo y se adecuan a las nuevas posibilidades y necesidades de los estudiantes, nuestra responsabilidad es acompañarlas empleando nuevas metodologías.
En el ámbito universitario, una tendencia que crece, como apoyo al proceso de enseñanza – aprendizaje, es la incorporación de los dispositivos móviles y herramientas de gamificación en el aula.
En el presente trabajo queremos compartir algunas de las razones por las cuales consideramos que los Kahoots son un recurso pedagógico, aplicable en los cursos de Álgebra.
Kahoot! es una plataforma gratuita del tipo "Sistema de respuesta personal", que se encuadra dentro del aprendizaje móvil electrónico (M-Learning) y la ludificación.
Su implementación permite a los alumnos participar activamente, respondiendo mediante un dispositivo electrónico con acceso a Internet a las preguntas creadas por el docente, y al profesor la posibilidad de retroalimentaciones inmediatas, identificar conocimientos previos y evaluar aprendizajes al final de una clase.
Creemos que a través de la incorporación de Kahoot! lograremos reforzar contenidos aprendidos en el aula, aumentar la motivación, concentración, interés, participación y por consiguiente una mejora en el rendimiento académico, que es uno de los principales objetivos de nuestra labor docente.
Sin embargo, para que sus efectos sean los deseados, su uso no debe ser sistemático, reiterativo y menos improvisado. Las actividades deben hacerse en forma esporádica, alternándolas con otras metodologías de trabajo áulico.
Es ahora el momento de aprovechar su potencial con el propósito de lograr un progreso en el proceso educativo, como así también, analizar si es la incorporación de componentes lúdicos los que nos permitirán cambios satisfactorios en el desarrollo de las clases.
Finalmente, destacamos, que su uso no convierte al aula en un salón de juegos, siendo esto último una de las premisas del uso educativo de la gamificación.

1 Introducción

El desarrollo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación ha permitido el surgimiento de herramientas didácticas en el campo de la educación, proporcionando herramientas prácticas para apoyar las clases presenciales, particularmente el uso masivo de dispositivos móviles ha propiciado un cambio tecnológico en las aulas con la proliferación de nuevas herramientas en línea dedicadas a la enseñanza y al aprendizaje.

La finalidad no es otra que atraer el interés de los alumnos, desarrollar la constancia y capacidad de esfuerzo en el estudio, incrementar la motivación, optimizar la atención focalizada y a la vez sostenida en el tiempo, requisito indispensable, para que sea capaz de captar con eficacia los estímulos presentes en el aula y los que devienen de la bibliografía permitiendo que su participación sea cada vez más activa en clase.

Creemos que la motivación es fundamental para garantizar el aprendizaje, ya que si un alumno se halla motivado potencia y fortalece su participación activa y dinámica involucrándose en su proceso formativo.

Es por ello que luego de analizar los usos que se pueden hacer en la educación de la denominada gamificación mediante herramientas de cuestionarios online y juegos en red dentro y fuera del aula, y considerando que los juegos motivan porque impactan directamente en las áreas cognitivas, emocionales y sociales, nos centraremos en los sistemas de respuesta interactiva o clickers mediante el uso de la herramienta Kahoot!

Esta herramienta de gamificación en su aplicación genera en cada sesión de juego información de suma utilidad para el docente que le permite evidenciar el nivel de conocimiento que el alumno ha alcanzado sobre el tema previamente enseñando y teniendo en cuenta su asimilación reformular y adecuar la actividad a las características de los alumnos.

Intentamos una propuesta de intervención orientada a la incorporación de las TIC, a través de Kahoot!, como un recurso metodológico para la enseñanza y la evaluación de la asignatura Álgebra de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires, para promover procesos de construcción colectiva que nos permita capitalizar la experiencia y se traduzca en condiciones más favorables para el aprendizaje.

2 Descripción de la herramienta

De las plataformas disponibles para la utilización del teléfono móvil como dispositivo de respuesta interactivas, elegimos a la plataforma Kahoot! una herramienta que permite administrar cuestionarios, discusiones o encuestas.

Esta aplicación la ubicamos dentro del aprendizaje móvil electrónico (*M-learning*) y de la ludificación permitiendo a los estudiantes aprender por medio del juego pero fuera de un contexto lúdico. La idea es que el alumno aprenda jugando dentro del aula para que la experiencia de aprendizaje sea más motivadora.

En la figura 1 de elaboración propia se describen las características principales de la plataforma y los objetivos que pueden cumplirse a través de ella.

Figura 1 - Descripción y características de la Plataforma Kahoot!

Kahoot! es un sistema de respuesta que crea un compromiso de aprendizaje motivando a los alumnos a través del juego en el aula en tiempo real. Los alumnos contestan las preguntas de opción múltiple con su dispositivo con un doble objetivo a cumplir, crear un ambiente educativo motivador y la asimilación de los conocimientos de forma no tradicional.

Existen distintos tipos de Kahoot! cada uno de ellos con distintas características que permiten asociarlos a situaciones e instancias del aprendizaje: Quiz Mode, Survey Mode y Discussion Mode

- Quiz Mode, en esta alternativa el docente elabora un cuestionario de opción múltiple acompañado por imágenes o videos que el alumno deberá responder en un tiempo establecido por el docente. Transcurrido el tiempo límite para que los alumnos respondan la pregunta, se emite una tabla de resultados y posiciones con las puntuaciones obtenidas en función de si han dado la respuesta correcta a la cuestión y el tiempo que han tardado en emitir dicha respuesta. Es el modo más utilizado.
- Discussion Mode: esta opción, a través de una única pregunta, permite crear debate, o simplemente conocer la opinión de los alumnos sobre algún tema en particular, no hay respuestas incorrectas, todas son aceptadas y son las que dan paso a una discusión posterior, no asignando puntos por éstas.
- Survey Mode: este modo está pensado para obtener información sobre lo que los alumnos conocen sobre un tema en particular, no hay respuestas incorrectas y no hay puntuación sobre las mismas.

  Se diferencia de Quiz porque no se pretende saber si se ha adquirido un conocimiento, sólo se encuesta a los alumnos sobre algo en particular. Mientras que las diferencias de Survey con Discussion residen en el número de preguntas y en el objetivo tras la respuesta, en el primero sólo datos y en el segundo la apertura de un debate.

De las tres opciones en particular por la característica de nuestra asignatura, Álgebra, utilizamos el modo Quiz, ya que nuestro propósito es emplearlo como una herramienta para detectar fortalezas y debilidades respecto de la comprensión y aplicación de temas dentro del programa que nos permitirá realizar los ajustes correspondientes en el desarrollo de las clases, en caso de ser necesario. Si bien consideramos que la aplicación del modo Quiz durante las clases es enriquecedora del proceso de enseñanza - aprendizaje, es innovador utilizarlo como desafío, también llamado Challenge que se realiza por fuera de la clase y permite al docente el envío de tareas manteniendo la esencia del Kahoot! mediante una url insertada en nuestra aula virtual.

La plataforma de Kahoot! está formada por dos páginas web:

Para crear (profesor) https://getkahoot.com y para jugar (alumno) https://kahoot.it/

Retomando el porqué de su utilización, podemos destacar que la herramienta permite aplicarla en las distintas instancias del proceso de enseñanza aprendizaje así como evaluar el conocimiento, introducir, repasar y/o reforzar algún tema de la currícula.

La siguiente secuencia de imágenes de elaboración propia muestra cómo ve el profesor y el alumno las distintas etapas del juego.

Figura 2 - Comenzamos a jugar

En la Figura 2 se observa la vista del docente, en su computadora y la vista del alumno en su teléfono celular. El docente decide si la actividad es grupal o individual.

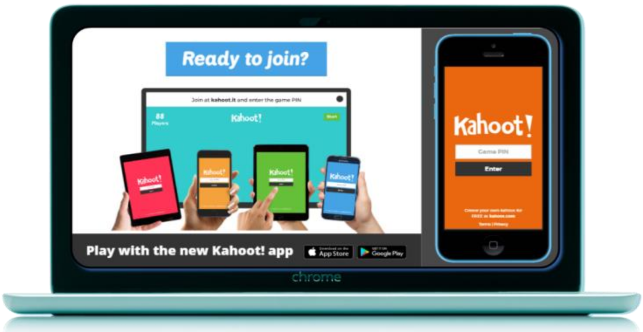


Figura 3 - Pantalla para acceder al Kahoot!

El alumno desde su móvil, ordenador o Tablet ingresa a https://kahoot.it/

Figura 4 - Pantalla para ingresar PIN y Alias

Kahoot! genera por cada juego un PIN. El alumno lo ingresa en su celular y accede al juego. Debe crear un Alías que lo identifique. Los nombres de los alumnos van apareciendo en la pantalla, cuando se muestren todos, el docente da inicio a la partida.

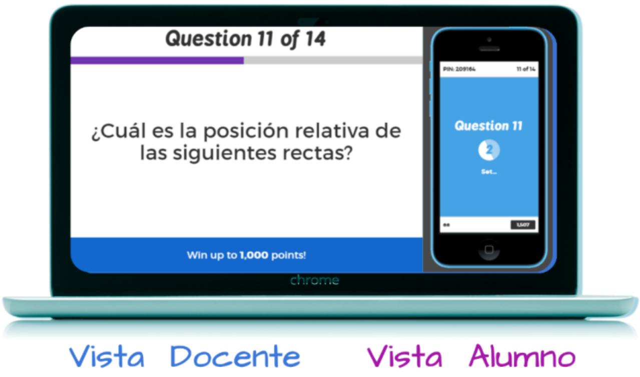


Figura 5 - Vista pregunta

En la Figura 5 se muestra como la pregunta aparece proyectada en la pantalla del aula, antes de que se muestren las opciones de respuestas, las que podrán ser como mínimo dos o máximo cuatro.

Figura 6 - Opciones de respuestas

Así se muestra las preguntas a los alumnos y los mismos seleccionan en su celular la imagen que representa la respuesta correcta.

Figura 7 – Vista Respuesta Correcta

Cada vez que los estudiantes responden se proyecta el gráfico con las elecciones de las respuesta tanto correctas como incorrectas. Para continuar con la siguiente pregunta se debe dar un clic en Next.

Figura 8 – Vista Respuesta Incorrecta

El alumno en su celular ve la información si su respuesta fue correcta como se observa en la Figura 7 o incorrecta como se observa en la Figura 8

Figura 9 – Concluida la actividad.

En la Figura 9 se puede observar, como una vez concluida la actividad el Kahoot! nos brinda la información sobre el puntaje obtenido por cada uno de los participantes, indicando en un podio las tres puntuaciones más altas. El docente puede acceder a la información sobre cuántas fueron contestadas correctamente y cuantas incorrectamente.

Por su parte, la plataforma genera una planilla Excel a partir de la cual el docente accede a la información sobre los resultados obtenidos en tiempo real en este espacio educativo que le posibilita llevar a cabo las acciones pertinentes en función de los logros o falencias detectadas.

3 Fundamentación

En los últimos años mucho se ha estudiado y evaluado favorablemente sobre el uso de los dispositivos móviles en educación y en especial en la Educación Superior, ya hemos mencionado que su uso está cambiando los procesos de enseñanza - aprendizaje y su utilización en el ámbito universitario es cada vez más frecuente.

Es necesario destacar que la telefonía móvil requiere recursos didácticos diseñados específicamente para ella, la plataforma Kahoot! consideramos permite mejorar el rendimiento académico mediante la resolución de ejercicios tipo test siguiendo la idea en la que se sustentan los modelos de aprendizaje ubicuo.

Es sabido que la Universidad en su derrotero persigue tres metas generales respecto del conocimiento que involucran la retención, la comprensión y el uso activo del mismo.

Estas metas se sintetizan en lo que se ha dado en llamar conocimiento generador, es decir, aquel conocimiento que no se acumula, sino que actúa para enriquecer la vida de las personas y ayudarlas a comprender el mundo y a desenvolverse en él.

Alcanzar un conocimiento generador implica que el alumno sea capaz no solamente de retener y acumular información, sino al mismo tiempo, comprenderla, para luego aplicarla a diferentes situaciones.

Analizando el proceso de enseñanza-aprendizaje, sabemos, que éste se torna exitoso si los estudiantes asimilan los contenidos brindados por los docentes y esta asimilación de los conceptos es un proceso donde una vez concluido, se produce el tan ansiado aprendizaje.

Es momento de preguntarnos cómo evaluar este proceso de forma dinámica y no tradicional que permita al docente inmediatamente tomar acción en su transcurso y no sobre el final de éste, como así también el alumno conocer sus avances y/o dificultades.

¿Quiénes son nuestros alumnos? Muchos de ellos son jóvenes que se sienten atraídos frente a los videojuegos. ¿Por qué? El juego responde a la necesidad del niño y hoy joven de ejercer en primera persona las acciones de mirar, tocar, descubrir, experimentar, imaginar, expresar, crear, soñar en un mundo generalmente irreal, pero también los obliga a comprometerse con el papel que interpretan dentro de él, a seguir reglas, plantear estrategias, analizar posibles caminos, a experimentar desafíos con dificultad creciente y muchas veces se torna colaborativo cuando juegan online y conforman equipos con otros jugadores que ni siquiera conocen pero que les son útiles a la hora de plantear una estrategia para cumplir varios objetivos a la vez. En el juego tienen la libertad de fracasar y volver a empezar sin ninguna repercusión negativa. Ensayan una y otra vez y rara vez se dan por vencidos.

Aparece entonces en el ámbito académico un término “gamificación”.

Entre muchas definiciones que nos propone la bibliografía especializada “Gamificar” es el uso de las estrategias de los juegos en contextos ajenos a éstos, con el propósito de transmitir un contenido, o modificar algún comportamiento, a través de una experiencia lúdica que propicie la motivación, la implicación y la diversión.

Gamificar no es simplemente jugar por jugar sino que es a través de un diseño innovador y atractivo para el alumno, buscar comprometerlo con una actividad para mejorar sus capacidades, habilidades y/o conocimientos. La actividad propuesta debe permitirnos la oportunidad de una enseñanza diferenciada, una retroalimentación inmediata, visibilizar el aprendizaje, reintentos reiterados, dificultad creciente, evaluación en tiempo real, etc.

En la figura 10, de elaboración propia, el esquema muestra las diferencias entre el Aprendizaje por juegos, la Gamificación y los Juegos.

Figura 10: Gamificación y juegos. Características

Volviendo al proceso de enseñanza – aprendizaje podemos distinguir durante el mismo tres instancias significativas para la asimilación de un concepto: la reproducción, la aplicación y la creación.

En esta propuesta pedagógica tomando en consideración las ventajas antes expuestas sobre gamificar en el aula hemos diseñado diferentes Kahoots para fortalecer cada una de ellas.

La etapa inicial de este proceso, la de reproducción, es aquella en la cual el alumno debiera ser capaz de reproducir lo aprendido, las preguntas del Kahoots tendrán como objetivo reafirmar de forma rápida y dinámica los conceptos tratados en la clase, de modo que el alumno pueda retenerlos para poder dar lugar al siguiente nivel que es el de la aplicación, es aquí donde los estudiantes deben lograr una comprensión significativa de los conceptos, o sea, entenderlos y profundizar sobre éstos, así desarrollar una capacidad reflexiva, a diferencia del primer nivel que es memorística. Es en esta instancia donde se da el aprendizaje aun cuando todavía el alumno presenta dificultades para aplicarlo a la solución de nuevos problemas, aquí también los Kahoots favorecen esta etapa a partir de preguntas de dificultad creciente que requieren un mayor nivel de reflexión para obtener la respuesta correcta.

Por último, en el tercer nivel, el de la creación, los alumnos debieran haber conseguido un aprendizaje profundo de los conceptos para poder aplicarlo a diferentes problemas y situaciones. En este momento del proceso se puede utilizar la plataforma de aprendizaje Kahoot! para reforzar conocimientos o plantear nuevos desafíos.

La utilización de los Kahoots permite que el alumno desempeñe un papel activo en el proceso de aprendizaje y al mismo tiempo crea una interacción docente-estudiante y estudiante-estudiante a través del juego.

4 Conclusiones y trabajos futuros

Los sistemas electrónicos de respuesta permiten introducir un elemento tecnológico motivador en las actividades áulicas, así como una nueva metodología de trabajo que modifica las actividades de los protagonistas del proceso de enseñanza - aprendizaje.

Creemos que este sistema de juego basado en preguntas y respuestas fomenta la satisfacción del alumno y el compromiso con su proceso de aprendizaje, creando un ambiente educativo cómodo, social y divertido muy diferente al conocido hasta ahora en las aulas universitarias. Con esto se intenta que la evaluación sea un estímulo en el proceso de aprendizaje y un canal que le permita al alumno validar y/o rectificar sus saberes.

La evaluación desde siempre y desde el enfoque tradicional ha sido y es para muchos todavía hoy, la medida de los saberes alcanzados. Se sitúan al final del proceso de enseñanza – aprendizaje, es el cierre de una etapa y como tal sólo interesa si es o no superada por el alumno.

No es esta la concepción que nos importa, porque creemos que la evaluación es parte del proceso y no su fin.

Esa tríada entre lo que se sabe, lo que se debe saber y lo que realmente se sabe es un propósito en sí mismo y la forma de lograrlo es mediante evaluaciones durante el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Este nuevo enfoque respecto de la evaluación continua requiere de una herramienta que la posibilite y son los Kahoots que intentarán cubrir tales necesidades.

Desde la perspectiva del estudiante, y partiendo de la idea del error como parte del proceso de aprendizaje, el uso de Kahoot! mejora el autoconocimiento y el aprendizaje individual, ya que en el transcurso del juego pueden autoevaluarse y reconocer los aspectos en los que deben hacer hincapié.

Desde la perspectiva del docente, la plataforma posibilita constatar el avance del trabajo individual y grupal a través de la verificación de las respuestas de cada alumno facilitando entonces así la evaluación formativa de la clase y un feedback constructivo más profundo y activo. Conocer las respuestas con mayor índice de fallos nos permite reflexionar sobre los aspectos que presentan todavía dudas y tomar decisiones sobre la mejor estrategia para abordarlos.

Es imprescindible, creemos, que el alumno sea consciente que la herramienta no sustituye en ningún caso el esfuerzo y la responsabilidad del estudio diario, ni tampoco la evaluación de los conocimientos mediante los parciales y el examen final cuando sea necesario, pero reconocemos que la aplicación de los Kahoots permite un acompañamiento casi personalizado, que de manera no tradicional lo asiste y convierte en un protagonista de su propio aprendizaje favoreciendo su preparación y permitiéndole construir una base sólida de conocimientos.

Finalmente pensamos como otros autores especialistas en el tema que la gamificación en la educación a través de kahoot!, en cualquier nivel, debe alcanzar un propósito y que todo lo planeado coadyuve para alcanzar los logros, solo así tendrá sentido utilizar elementos de los juegos en el aula y transformar la manera de enseñar, en una más dinámica y motivadora.

Referencias

- ALEJANDRE MARCO, J. L. (Ed.). (2018). *Buenas prácticas en la docencia universitaria con apoyo de TIC. Experiencias en 2017*(Vol. 11). Prensas de la Universidad de Zaragoza.
- CAMACHO MIÑANO, M. (2012). *El uso de mandos interactivos: una innovación docente para aumentar la motivación y mejorar el aprendizaje del alumnado universitario / The use of clickers: a teaching innovation to increase the motivation and to improve learning of undergraduate students.* Education in the Knowledge Society *(EKS), 13*(1), 412-436.

- JABER, J. R., ARANCIBIA ESPINOSA, A., CARRASCOSA IRUZUBIETA, C., RAMÍREZ, A. S., RODRIGUEZ-PONCE, E., MELIÁN, C.,... & FARRAY, D. (2016). *Empleo de Kahoot como herramienta de gamificación en la docencia universitaria.*
- JIMÉNEZ, A. E. M., GÁMEZ, J. M., & GÓMEZ, J. R. C. (2016). *Una propuesta para el refuerzo de conceptos matemáticos a través de Kahoot!.* Revista del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació (CIDUI).
- PINTOR HOLGUÍN, E., GARGANTILLA MADERA, P., HERREROS RUIZ VALDEPEÑAS, B., & LÓPEZ DEL HIERRO CASADO, M. (2014). *Kahoot en docencia: una alternativa practica a los clickers.*

  Recuperado de http://revistas.usal.es/index.php/eks/article/view/8818
- RODRIGUEZ FERNANDEZ, L. (2016). *Recomendaciones para el Uso de Kahoot en el Aula Universitaria.* JITICE 2016.
- SAN MIGUEL, T.; MEGÍAS, J.; SERNA, E. (2017). *Gamificación en la universidad II: Aprendemos a divertirnos enseñando. Se divierten aprendiendo.* En In-Red 2017. III Congreso Nacional de innovación educativa y de docencia en red. Editorial Universitat Politècnica de València. 484-492. doi:10.4995/INRED2017.2017.6837.

166 EL SMARTPHONE ENTRA AL AULA: LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS DE LA LICENCIATURA EN ECONOMÍA DE LA FACULTAD DE CIENCIA ECONÓMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES Y EL USO DE SMARTPHONES EN CLASES.

Sureda, Silvia Cristina – Benítez, Margarita del Carmen – Sosa, Nora Mabel
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Misiones
scsureda@gmail.com – benitezmarga@gmail.com – noramsosa@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Smartphone, Percepción, Herramienta, Aprendizaje

Resumen

La incorporación de los dispositivos móviles (DM) en el ámbito académico y, específicamente en las aulas, se fue dando de manera sostenida y creciente en los últimos años, al punto que en los pupitres de los estudiantes conviven calculadoras y celulares. Frente a este escenario, a partir del reconocimiento de que los DM permiten realizar una amplia variedad de tareas que resultan potenciales aliados para fortalecer el alcance de procesos educativos, en el marco de una tesis de posgrado, se realiza una indagación buscando una aproximación a la visión de los estudiantes acerca de su práctica áulica, y de cómo ésta se ve influenciada por el uso de las tecnologías de la información y a comunicación (TIC), tomando para ello grupos reducidos de estudiantes de la asignatura Matemática para Economistas (MAECO), del último año del ciclo básico de la carrera Licenciatura en Economía (LE) de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM), asignatura de dictado presencial exclusivo en el primer cuatrimestre de cada ciclo lectivo. En este trabajo se presentan parte de los resultados obtenidos en la primer cohorte en la que se implementa el uso de DM en clases de teoría y práctica, parciales y exámenes finales.

1. Fundamentación / Justificación

Es un hecho reconocido por la sociedad en general el impacto que las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) tienen en la actualidad sobre todos los ámbitos del desarrollo humano, tanto en las actividades de la vida cotidiana, como en las del trabajo y la formación académica. En particular la presencia de las TIC en la forma de dispositivos móviles o Smartphones (DM), cuya característica definitoria es la conectividad permanente, se manifiesta en estos contextos influenciando tanto las conductas como la relación con la información y el conocimiento.

El creciente desarrollo de las TIC ha impactado considerablemente en los modos de acceso a la información y al conocimiento, un ejemplo de ello es internet que vehiculiza y distribuye un gran caudal de información globalizando contenido y conocimiento que a su vez son procesados por diversos programas o aplicaciones y llegan a destino a través de computadoras y otros dispositivos.

En particular las TIC en la forma de DM ostentan supremacía en la implantación global, considerando que para año 2012 se había superado los mil millones de teléfonos inteligentes en uso. Por otra parte, es de esperar que esta tendencia se mantenga o crezca en la medida que la sociedad adquiera nuevas costumbres y requiera satisfacer nuevas necesidades, ya que los DM se hacen más inteligentes año a año.

El avance en el desarrollo de las TIC ubica a los DM como importante vehículo de transferencia de información y su progresiva adopción condujo a que en los últimos años se los estudie desde diferentes aspectos, fundamentalmente acerca de los modos en que se ven influenciadas las conductas sociocomunicativas y las relaciones de los individuos con la información y el conocimiento, configurando "el escenario de un nuevo paradigma social, cultural y educativo", como afirman Valero, Redondo y Palacín (2012) .

Resulta evidente que el abordaje de la temática es de ingente interés dentro del ámbito de la educación en todos los niveles y especialmente en el superior. La revisión bibliográfica realizada hasta este punto muestra por una parte la controversia en la utilización del término “nativos digitales” y la propuesta de “estudiantes digitales” , y por otra que el abordaje puede hacerse desde varias perspectivas aunque es de prioritario interés el encuadre desde la visión del alumno, para indagar acerca de la nombrada “brecha digital” y de las habilidades y competencias que el uso de las tecnologías digitales requiere en contexto áulico en el ámbito de la educación superior universitaria.

En concordancia a los avances tecnológicos la educación en general y, la universitaria en particular, ha ido incorporando las TIC en forma sostenida y creciente, de diversas maneras y en distintos ritmos según factores propios de cada región donde se emplazan las instituciones, siendo numerosas universidades argentinas las que en la actualidad utilizan los recursos tecnológicos con objetivos comunicacionales y educacionales sustentados por los Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA), que permiten trascender las distancias físicas y geográficas buscando un mejor aprovechamiento a los recursos materiales y humanos de los que disponen.

2. Planteo del problema

La incorporación de los DM en el ámbito académico y, específicamente en las aulas, se fue dando de manera sostenida y creciente en los últimos años, al punto que en los pupitres de los estudiantes conviven calculadoras y celulares, los trabajos prácticos o teorías no son impresas sino que se utilizan en formato digital, no transcriben los desarrollos que el docente hace en la pizarra sino que los fotografían para uso particular o entre pares, entre tantas otras situaciones similares. Esta nueva realidad, innegable en el aula, pone a los docentes en una situación comprometida y como respuesta se ensayan estrategias de enseñanza disímiles respecto del encuadre didáctico, mientras en algunos casos se intenta incorporar el uso de los DM, en otros, se ignora su existencia o incluso se prohíbe su uso.

Frente a este escenario, a partir del reconocimiento de que los DM permiten realizar una amplia variedad de tareas en cualquier momento y lugar, que resultan potenciales aliados para fortalecer el alcance de procesos educativos emergen interrogantes como:

¿Cuál es la visión los estudiantes acerca del uso de los DM en el contexto áulico?, ¿Cómo es percibida por los estudiantes la coexistencia de calculadoras, computadoras y DM en el aula?, ¿Les dan el mismo uso?, ¿Les atribuyen igual potencialidad para el aprendizaje?, ¿Consideran que se complementan?, ¿Reemplazarían a la calculadora por un DM?, ¿Piensan que deben ser incorporados al proceso de enseñanza?, ¿De qué manera incorporan la tecnología móvil e internet en su proceso de aprendizaje?, ¿Cuál es el rol que le asignan a los DM?, ¿Lo valoran como una herramienta positiva o distractora?, ¿Creen que los ayuda para aprender matemática?, ¿Podrían prescindir de ellos?, ¿Qué usos académicos hacen de DM en las clases de matemática y fuera de ellas? ¿Qué aplicaciones educativas utilizan desde sus DM y para qué?

Buscar respuestas a todas estas preguntas de manera global resultaría poco viable desde varios aspectos, tanto fácticos como organizativos, por esto la indagación se limitará a la búsqueda de respuesta a aquellas preguntas orientadoras, que permitan llegar a un entendimiento de la visión del alumno acerca de su propia práctica áulica, y de cómo ésta se ve influenciada por el uso de TIC, tomando para ello grupos reducidos de estudiantes, en el último año del ciclo básico, de la carrera Licenciatura en Economía.

Los interrogantes planteados y la curiosidad investigativa llevan a plantear el siguiente problema de investigación: *¿Qué percepción tienen los estudiantes de la asignatura Matemática para Economistas de la Licenciatura en Economía de la de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones acerca el uso de los dispositivos móviles en clases de matemáticas?*

3. Instrumentos y técnicas

La naturaleza de los datos está intrínsecamente vinculada a las percepciones, perspectivas e interpretaciones de la realidad que los estudiantes tienen respecto a uno de los aspectos que hacen a su práctica áulica, en particular el uso de DM en la clase de MAECO, esto exige la implementación de técnicas que permitan la mayor aproximación posible a las ideas, opiniones, actitudes e idiosincrasias individuales o colectivas que se ven representadas.

Con el objetivo de acceder tanto a las manifestaciones explícitas observables como a las representaciones subjetivas, ya individuales o colectivas, se implementaron instancias de recolección de datos cualitativos, mediante entrevistas individuales y/o grupales. Además de entrevistas estructuradas a estudiantes y ex estudiantes de la asignatura con interés de focalizar el estudio en torno a las percepciones y realizar observaciones participantes durante el periodo completo de cursado de la asignatura.

Por otra parte se analizan las Estadísticas de los Usuarios del AV de las asignaturas, que permiten acceder a datos, resúmenes y seguimientos temporales de las actividades de los estudiantes en dichas aulas, lo que permite obtener parámetros cuantitativos de la población en estudio.

Complementariamente se implementaron encuestas online, utilizando la plataforma Google Drive, que permite delinear rasgos cualitativos del grupo respecto al tema de interés y obtener parámetros cuantitativos que permitan describir características demográficas del mismo.

4. Resultados

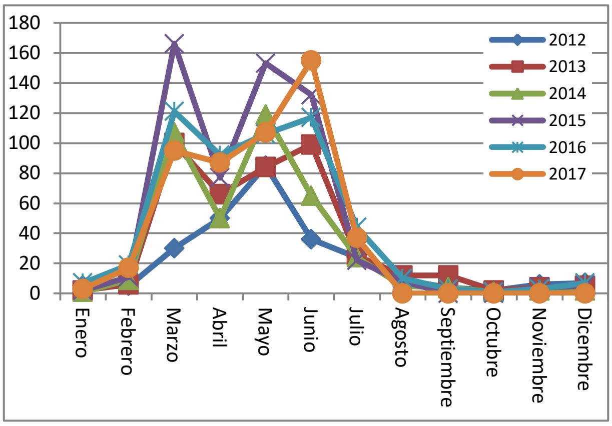
En este trabajo se presentan algunos de los resultados obtenidos en la primer cohorte en la que se implementa el uso de DM en clases de teoría y práctica, parciales y exámenes finales. En esta cohorte además se evalúan algunos de los instrumentos de relevamiento de información para determinar su confiabilidad y validez, así como analizar las respuestas de los estudiantes a los ítems incluidos en el estudio.

4.1. Detalle de tráfico

El Aula Virtual de la asignatura sirve tanto de repositorio de materiales de trabajo como de medio de comunicación asincrónica entre docentes y alumnos. En ella se encuentra el programa de la asignatura, las normas de cátedra y los materiales de trabajo, tanto práctico como teórico. Así mismo se encuentran hipervínculos de calculadoras y aplicaciones que se permiten y alienta el uso durante el cursado. (Wiris, WXMaxima y Wolfram Alpha).

El siguiente grafico presenta el DETALLE DE TRAFICO por mes y año, mostrándose las vistas mensuales al aula virtual de la asignatura los últimos 6 años. Se puede apreciar que los últimos dos años las visitas mensuales superan al promedio, además el mayor uso que se hace del AV durante los meses de dictado de la asignatura.

Gráfico 1 / Tabla 1. Detalles de trafico MAECO por mes y año

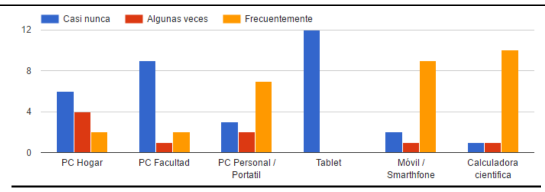
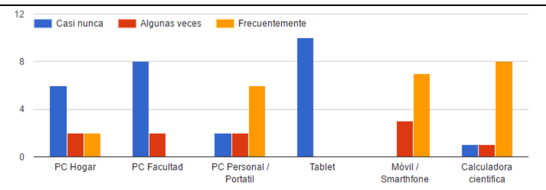
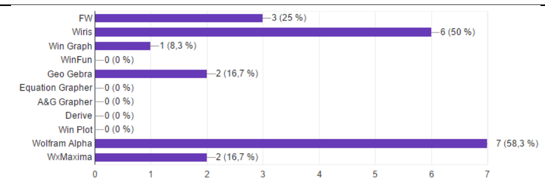
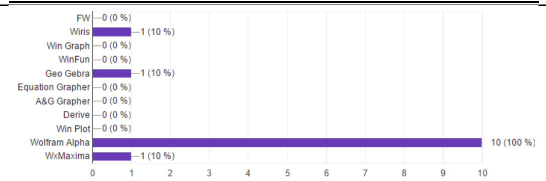


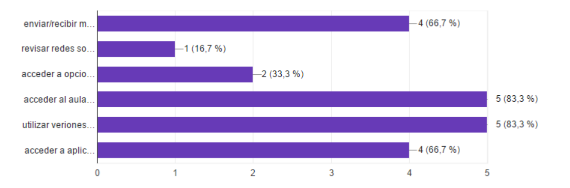
Mes	2012	2013	2014	2015	2016	2017	promedio
Enero	5	2	1	2	7	3	3,33
Febrero	5	6	9	11	19	17	11,17
Marzo	30	100	107	166	121	95	103,17
Abril	50	66	50	77	92	87	70,33
Mayo	85	84	119	153	106	107	109,00
Junio	36	99	65	132	117	155	100,67
Julio	24	25	24	22	44	37	29,33
Agosto	9	12	5	8	10	0	7,33
Septiembre	4	12	4	0	3	0	3,83
Octubre	2	2	1	0	1	0	1,00
Noviembre	6	4	2	4	3	0	3,17
Dicembre	7	5	2	5	7	0	4,33
Total	263	417	389	580	530	501	446,67

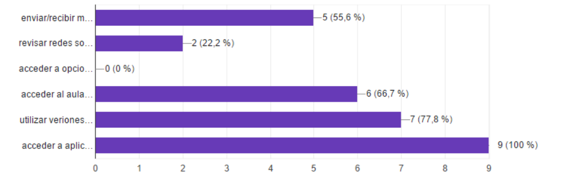
4.2. Encuestas de inicio

Al inicio del ciclo lectivo se proporciona vía aula virtual a los alumnos inscriptos un link a un formulario de google, que consta de 15 preguntas abiertas, semi-abiertas y cerradas, que permiten indagar características del grupo con el que se trabajará en el cuatrimestre.

Tabla 2. Contraste respuestas destacadas "Encuesta Inicio MAECO" cohortes 2016 y 2017

	2016	2017
	Responden 12 estudiantes 60% de recursantes	Responden 10 estudiantes 30% de recursantes
Acceso a internet:	67% hogar 75% facultad 83% internet móvil	90% hogar 70% facultad 70% internet móvil
Dispositivos para acceso a internet:	50% pc hogar 58% pc facultad 67% pc portátil 100% **smartphones**	40% pc hogar 20% pc facultad 80% pc portátil 100% **smartphones**
Dispositivos usados para estudio de matemática	100% calculadora 67% **smartphones** 58% pc portátil	90% calculadora 80% **smartphones** 60% pc portátil
Herramienta de ayuda para el estudio de matemática		
Software o aplicación usada		
Usos del celular en aula	(solo 6 dijeron hacerlo)	(solo 9 dijeron hacerlo)





Las encuestas al inicio del ciclo lectivo se implementaron en los últimos años para reconocer cual es el incidencia de los distintos tipos de dispositivos tecnológicos y como son utilizados en el ámbito académico. Se observa que los dispositivos fijos no tienen mayor impacto, como así tampoco aquellos que no cuentan con la múltiple funcionalidad de comunicación e información.

Se observa que el uso del smartphone para la mayoría de los estudiantes en el ámbito académico es como herramienta de trabajo específico y no como elemento distractor, no indican uso de redes ni el uso excesivo de opciones multimedio, en oposición al uso de mensajería en clase. Los usos específicos de acceso a aula virtual, de versión digital de materiales y aplicaciones matemáticas tienen un gran impacto en contraste a los mencionados previamente.

4.3. Entrevistas

Los alumnos inscriptos al cursado 2017 fueron invitados a participar en entrevistas estructuradas (focalizadas), las mismas fueron realizadas por un docente auxiliar, que tenía además el rol de observador participante en el trascurso del dictado de las clases de teoría y práctica. Las mismas tenían una duración de entre 20 y 30 minutos, realizándose en horarios de consulta de la asignatura.

En la misma se establecieron cinco preguntas guía, abiertas, sobre opiniones y creencias relativas al uso en aula de los smartphones y de la app que propicia la cátedra, y de cómo lo ayuda o no en el aprendizaje de la asignatura, registrándose un cierto grado de acuerdo en el grupo, con algunos desacuerdos o disidencias individuales. En general se aprecia cierto consenso respecto a los aspectos positivos de la incorporación de los dispositivos móviles y recursos digitales en las clases, tales como la facilidad que aporta a cálculos y gráficos, en la optimización del uso del tiempo y en el hecho de que les permite centrarse en análisis de resultados en vez de en algoritmos de cálculo. Respecto a aspectos negativos se destacan el tiempo que se debe destinar al adiestramiento en el uso de la app, la posibilidad de no contar con este recurso en cualquier momento y lugar, y la posible distracción que este recurso representa en el quehacer aúlico. A continuación se destacan algunas frases extraídas de estas.

Tabla 3. Extractos respuestas destacadas "Entrevistas MAECO" cohorte 2017

1) Señala algún aspecto específico que te gustaría comentar en relación al uso del DISPOSITIVO MÓVIL (celulares) en la asignatura. *A1: Muy buena la implementación de la tecnología por medio del uso de los celulares para desarrollar de forma sencilla y entretenida la asignatura.* *A8: Aspecto positivo: que se pueden obviar cálculos auxiliares que ya deberíamos tener aprendidos de otras materias, y centrarnos en el aprendizaje del nuevo contenido. Y la aplicación utilizada es muy útil y completa.* *A11: Me parece que el uso del celular en clases es una forma innovadora para el aprendizaje, salir un poco de lo tradicional y recorrer otros caminos para aprender.* *A12: Que debería limitarse únicamente al uso de aplicativo porque hay alumnos que lo usan no únicamente para eso sino para hacer otras cosas*
2) ¿Crees que el uso de DISPOSITIVOS MOVILES puede ayudarte a mejorar tu aprendizaje en MAECO?

A2: Si! Ya que se hace menos tedioso el estudio de la materia *A12: Depende.. la app facilita los cálculos auxiliares y el hecho de poder comparar resultados arrojados por la app, con los que hice en mi hoja, está bueno. Pero ser dependiente de la tecnología para desarrollar ciertos temas no me ayuda. Con frecuencia necesito hacer y entender bien todo el procesos paso a paso.*
3) ¿Desde su perspectiva, que importancia merece la utilización de RECURSOS DIGITALES (wolfram alpha u otro), como apoyo didáctico en los procesos de enseñanza y de aprendizaje? *A2: Nos permiten concentrarnos en la interpretación de los resultados hallados y no en los cálculos previos, que pueden resultar tediosos si se hacen a mano* *A8: Aunque nos cueste un poco, a fines didácticos es muy importante. Y el hecho de disponerlo en un celular es más que positivo.* *A10: Nos permite sacar resultados con más precisión, y nos deja espacio para interpretar y analizar lo que estamos haciendo* *A11: Considero muy importante la utilización de esos recursos digitales. Principalmente cuando se trata de ejercicios, gráficos o casos de mucha complejidad. Donde por el método tradicional es muy difícil o imposible de hacer o interpretar.* *A12: No es esencial para la asignatura, pero es de gran ayuda*
4) ¿Cuál es su percepción acerca de las facilidades (si lo fueran) que brinda los RECURSOS DIGITALES para la auto-didactización del conocimiento y el fortalecimiento del mismo? *A8: Creo que lo respondí en los puntos uno y dos. Esos recursos casi que podrían reemplazar las clases de consulta en aspectos marginales. Es muy práctico tener las soluciones y el paso a paso del desarrollo de ciertos ejercicios.* *A9: Los recursos digitales si hacen más fácil el conocimiento de la materia, pero no creo que sea suficiente sin el desarrollo a papel* *A11: Me parece bien, de gran ayuda para temas complejos.* *A12: Brinda demasiada facilidad no únicamente a la hora de ahorrar tiempo en cálculos sino que es mal utilizado en los exámenes*
5) Si hace un paralelo entre la enseñanza tradicional y la que propicia el uso de RECURSOS DIGITALES ¿Qué aspectos resaltaría de cada uno de ellos? ¿Qué tipo de enseñanza prefiere para usted? *A2: Prefiero la enseñanza que hace uso de recursos naturales sin perder de vista los valores de la enseñanza tradicional, como fomento a la lectura y búsqueda de conocimientos más allá de los "justo y necesario"* *A3: La enseñanza tradicional mejora la perspectiva de cuál es el fundamento de lo que se aprende, para usar el recurso digital considero necesario el conocimiento tradicional* *A4: Creo que el punto importante a resaltar es que con la metodología tradicional de enseñanza uno se acostumbra a desarrollar todo tipo de ejercicios que quizás con el uso de recursos digitales no lo hace. Pero también es importante destacar que hoy en día la mayoría (por no decir todos) de cálculos y/o trabajos son desarrollados a través de una computadora. Sin duda alguna preferiría que se desarrolle una enseñanza combinada entre ambos tipos de métodos.* *A7: En mi experiencia ya que soy recursante y estudie con los dos métodos, con la enseñanza tradicional es más intensa la manera de estudiar, ya que no puede haber margen de error en los cálculos o algún problema de signos que nos desvíen de los resultados. Y con recursos digitales el trabajo se hace más leve (lo cual no quiere decir que el dispositivo hace todo y solo es cuestión de copiar), permite comprobar que el trabajo está bien hecho y me parece mejor ya que en el sector laboral todos los cálculos se realizan de manera digitalizada y es una buena manera de empezar a entrar en ambiente.* *A8: Con la antes expuesto resalté los aspectos positivos del uso de recursos digitales, aunque me faltó mencionar la optimización del tiempo. En cuanto a lo tradicional, que suele ser monótono y poco didáctico, se diferencia bastante, aunque me gusta la rigurosidad teórica para*

entender porqué y para qué estamos aprendiendo ciertos temas.
A9: La enseñanza tradicional es necesaria para explicar el procedimiento de los ejercicios y la enseñanza con recursos digitales es útil como herramienta complementaria. Principalmente prefería la enseñanza tradicional
A10: La tradicional me parece engorrosa por el de que nos preocupamos más por el resultado de que entender lo que nos brinda el ejercicio. El digital nos da esa oportunidad de interpretar cada paso que hacemos.
A12: No tengo preferencia entre alguno u otro tipo de enseñanza, creo que las dos son importantes y deberían trabajar en conjunto. Por ahí si tuviera que resaltar algo de cada uno, la enseñanza con recursos digitales te da más facilidad a la hora de realizar ejercicios y gráficos. Pero la enseñanza tradicional es muy importante para poder entender bien cada paso del desarrollo, además la tecnología no siempre puede estar al alcance, por lo tanto es bueno aprender o saber desenvolverse de la forma tradicional.

4.4. Encuestas de cierre

Al finalizar el cuatrimestre, ya finalizadas las instancias de parciales, se solicita a los alumnos que respondan un cuestionario online, proporcionado de igual manera que el inicial. Este test de cierre presenta la diferencia de que las respuestas no son abiertas si no que plantea opciones en escala Likert, con una variedad de ítems que permiten indagar acerca de las percepciones, creencias, actitudes y las expectativas de los estudiantes de MAECO sobre diversos aspectos del cursado de la asignatura, haciendo especial énfasis en lo que se refiere a la incorporación de los recursos digitales a partir de aprobación de los dispositivos móviles como herramienta pedagógica. Dicho test es evaluado en esta cohorte para determinar su fiabilidad para futuras instancias de relevamiento de datos.
Toman la encuesta 12 alumnos de la asignatura, 7 mujeres y 5 varones, de los cuales asisten regularmente al dictado de la asignatura 9, siendo los 3 restantes alumno que se inscribieron al cursado pero no asisten ni toman los parciales. Al finalizar el cuatrimestre las condiciones logradas por los mismos son 5 promocionan, 3 regularizan y 4 son libres.

Tabla 4. Respuestas destacadas según estudio estadístico “Encuesta Cierre MAECO” cohorte 2017

Preguntas con respuestas DIFERENTES	**Preguntas con respuestas muy heterogéneas**	**Preguntas con respuestas muy homogéneas**
[Los RECURSOS DIGITALES me ayudan a aprender mejor las matemáticas] [[El uso de APLICACIONES/RECURSOS DIGITALES para hacer el aprendizaje de matemáticas más interesante] [El seguimiento de las instrucciones tecleadas pone mi atención fuera de los conceptos y procedimientos de matemáticas que trato de aprender] [Pienso que el uso de la tecnología de los RECURSOS DIGITALES es una pérdida de tiempo en el aprendizaje de las matemáticas]	[Las ejercitaciones basadas en uso de RECURSOS DIGITALES me ayudan a estar menos ansioso respecto a los resultados] [No tener que preocuparme de los cálculos que hago con RECURSOS DIGITALES hace que me concentre en los conceptos de la asignatura] [Los RECURSOS DIGITALES son buenas herramientas para los cálculos pero no para mi aprendizaje de matemáticas] [Siento que el uso de RECURSOS DIGITALES nos hace dependiente y poco reflexivos al momento de utilizarla como apoyo en el aula] [Domino las habilidades en el manejo de los RECURSOS DIGITALES]	[Considero que los RECURSOS DIGITALES permiten mayor interacción con el conocimiento motivando el proceso de aprendizaje] [El uso de RECURSOS DIGITALES para temas de MAECO me ha resultado en pantallas claras y fáciles de interpretar] [La retroalimentación rápida de usar DISPOSITIVOS MOVILES me ayuda a reconocer mis errores instantáneamente.] [Disponer de los RECURSOS DIGITALES para hacer el trabajo más rutinario me permite probar diferentes métodos y enfoques] [El uso de RECURSOS DIGITALES para cálculos me facilita hacer los ejercicios de práctica y aplicaciones más realistas] [Los RECURSOS DIGITALES me ayudan a vincular el conocimiento matemático abstracto con alguna imagen, grafico, ecuación o valor menos abstracto.] [Los procesos de enseñanza mejoraron con el uso de RECURSOS DIGITALES.]

Son cuestiones relativas a la evaluación del propio aprendizaje, se observan diferencias en las respuestas. Los estudiantes se diferencias en cómo se vinculan con los dispositivos y los recursos, y en el uso que le dan en el contexto del aprendizaje. Mientras a alguno le resulta una pérdida de tiempo a otro le parece que lo optimiza, es propio de las idiosincrasia de cada estudiante	Son cuestiones relativas a sentimientos, opiniones y creencias personales y de la evaluación del propio aprendizaje de habilidades y conocimientos, de allí que se observen heterogeneidad de respuestas. No todos sienten ansiedad o preocupación, ni piensan que los distrae o los hace dependientes y poco reflexivos.	Estas cuestiones tienen como hilo común la presencia del recurso digital en el proceso de aprendizaje, de la vinculación entre teoría y práctica y de uso del recurso digital en dicho proceso. Se observan respuestas homogéneas en estos ítems de lo que se colige el valor positivo que asignan los estudiantes a la implementación de estos en el cursado de la asignatura. (se reafirma lo observado en las entrevistas)

Las pruebas estadísticas al test determinan una fiabilidad aceptable, con un alfa de Cronbach de 0,89, el cual puede ajustarse reduciendo algunos factores. Una vez corregido el test de cierre presentará una mayor confiabilidad, con un alfa de Cronbach de 0,94, este se utilizara como instrumento de relevamiento de datos en cohortes subsiguientes por lo que no se desarrolla en este trabajo.

5. Conclusiones y trabajos futuros:

Reconociendo el carácter complejo de toda investigación educativa, más aún el estudio la percepción de los sujetos, se entiende que las conclusiones son de carácter limitado, se aplican a la cohorte estudiada en el ámbito específico del estudio, por lo que no se puede hacer prospectiva respecto a este tema particular de investigación ni aun para la misma asignatura y unidad académica.

No obstante se presentan algunos lineamientos que describen lo analizado hasta la fecha:

- Los grupos de estudiantes que llegan al ciclo superior están habituados al uso del aula virtual, aunque mayormente como repositorio, y demandan que los docentes la utilicen conformemente.
- Los grupos de estudiantes son consumidores de tecnología, la tendencia es tener dispositivos móviles de alta generación, por lo que el acceso a internet es una certeza más que una posibilidad, más aun en el ámbito académico ya que en el espacio del campus universitario cuentan con redes wifi libres.

En el contexto de la clase de MAECO :

- Los estudiantes perciben el uso de los DM como una herramienta que puede ayudarlos en el aprendizaje, aunque les requiera un esfuerzo adicional el aprendizaje de las habilidades que implican el uso de aplicaciones específicas.
- Los estudiantes incorporan los DM en proceso de aprendizaje de diversas maneras, mientras algunos reemplazan a la calculadora y el impreso por el DM otros manifiestan cierta resistencia al cambio y optan herramientas y métodos más tradicionales.
- Las aplicaciones sugeridas por la cátedra para el trabajo en clase son conocidas por el uso previo en asignaturas precedentes, por lo que solicitan instrucciones ocasionales a los docentes además de las asistencias que se prestan entre pares, tal hecho se complementa con la creación de grupos de estudiantes en aplicaciones de comunicación.
- Los estudiantes usan concienzuda y responsablemente el DM en clases y exámenes, tanto aplicaciones como vínculos o páginas se emplean para las actividades propias de la actividad planteada, no se generan inconvenientes por el uso inadecuado del DM en el aula.

A futuro se plantea la continuidad de esta investigación, con el objetivo de contribuir a la mejora de la calidad de la enseñanza y favorecer aprendizajes matemáticos en instituciones de educación universitaria, a partir del conocimiento de las idiosincrasias de los estudiantes de esta generación digital y móvil y su relación con las tecnologías en el contexto áulico/académico, plantear alternativas asequibles que favorezcan y proponer recursos para subvertir los límites tradicionales del sistema educativo.

6. Bibliografia:

Bautista, G. G., Escofet, A., Forés Miravalles, A., López Costa, M., & Marimon i Martí, M (2013). Superando el concepto de nativo digital. Análisis de las prácticas digitales del estudiantado universitario. .

Consultado por última vez 01/08/17 http://dspace.uvic.cat/handle/10854/2698

Cataldi, Z., Méndez, P., Dominighini, C., & Lage, F. J.(2012). Dispositivos móviles en educación superior y entornos personalizados de aprendizaje. InXIV Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación. .

Consultado por última vez 01/08/17 http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/19437)

Contreras, R. S. (2010). Percepciones de estudiantes sobre el Aprendizaje móvil; la nueva generación de la educación a distancia| Contreras Espinosa| Cuadernos de Documentación Multimedia. Percepciones de estudiantes sobre el Aprendizaje móvil; la nueva generación de la educación a distancia, 21..

Consultado por última vez 01/08/17 http://www.citeulike.org/group/19270/article/12307642

Echenique, E. E. (2013). Hablemos de estudiantes digitales y no de nativos digitales. . Universitas Tarraconensis. Revista de Ciències de l'Educació, 7-21.

Consultado por última vez 01/08/17 http://revistes.publicacionsurv.cat/index.php/ute/article/download/595/574

García, F. G., Barrio, F. G., Medina, J. F. D., & Arroyo, R. G. (2011). Señas de identidad del "nativo digital". Una aproximación teórica para conocer las claves de su unicidad. . Cuadernos de documentación multimedia, 110-127.

Consultado por última vez 01/08/17 http://revistas.ucm.es/index.php/CDMU/article/view/38339

Gutiérrez, E. O. (s.f.). Estudiantes universitarios ¿ nativos digitales? Una reflexión sobre sus competencias tecnológicas y su formación en competencias.

Consultado por última vez 01/08/17
http://132.248.242.3/~publica/archivos/libros/263/tendencias_alfabetizacion_informativa_13_enedina_ortega_gutierrez.pdf)

Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (1996). Metodología de la investigación. Edición McGraw-Hill.

Consultado por última vez 01/08/17 http://www.academia.edu/download/38758233/sampieri-et-al-metodologia-de-la-investigacion-4ta-edicion-sampieri-2006_ocr.pdf

Sepulveda, P. R., Trejos, P. S., Arango, E. R., Bustos, A. J., & Arias, A. V. (2013). Percepciones de los estudiantes universitarios frente al aprendizaje por medio de dispositivos móviles. Revista Educación y desarrollo social. 152-165.

Consultado por última vez 01/08/17 http://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/reds/article/viewFile/687/444

Valero, C. C., Redondo, M. R., & Palacín, A. S. (2012). Tendencias actuales en el uso de dispositivos móviles en educación. La Educación digital magazine (147), 1-21.

Consultado por última vez 01/08/17 http://www.educoas.org/portal/la_educacion_digital/147/pdf/ART_UNNED_EN.pdf

167 CAMBIOS Y CONSECUENCIAS DE LA ESTRUCTURA DE LOS PARCIALITOS EN ANÀLISIS MATEMATICO II

Olguin, R.Karina .– May, Gladys Carmen – Simunovich, Roberto J. –Lequin Vargas Yamila
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias.Universidad Nacional de San Luis
olguinrk@gmail.com, gcmay@.hotmail.com.ar, simunovichirj@unsl.edu.ar, yamilalequinvargas@yahoo.es

Especialidad: Educación Matemática
Palabras claves: Evaluación continua, tips, evaluación, integrales, ecuaciones diferenciales.

Resumen

Asumiendo el rol de orientadores, los profesores debemos evaluar el proceso de aprendizaje del estudiante a través de un seguimiento continuo de su trabajo.
La evaluación continua acompañada de métodos de evaluación y retroalimentación adecuados nos permite corregir a tiempo los problemas que surgen en el proceso de aprendizaje y motiva a los estudiantes a trabajar diariamente los contenidos de la asignatura evitando la pasividad en las clases y estudiar únicamente para los exámenes parciales y finales. Por eso, la evaluación no solo cumple el rol de calificar y promover a los alumnos, sino también es una herramienta de ayuda para encontrar nuevas respuestas acerca de qué y cómo enseñar en cada asignatura o área de educación.
Por este motivo hemos incorporado los “parcialitos”, que son evaluaciones continuas. Las mismas se realizan al comienzo o finalización de cada clase teórica y cuentan con tres ejercicios sencillos o conceptos teóricos que hacen que el estudiante esté en un contacto permanente con la teoría y la práctica de la asignatura.
En las evaluaciones es conveniente evitar la rutina, es decir evaluar siempre de la misma manera. Cabe considerar que los alumnos aprenden a “sacar ventajas” de lo ya conocido y esperado, según la forma en que suelen ser evaluados. Esto deforma el valor que la evaluación podría tener para la mejora de la enseñanza y para la formación de los estudiantes” (Davini, 2015)
En este trabajo de tipo exploratorio, mostraremos los resultados de una experiencia que realizamos con estudiantes de la asignatura Análisis Matemático II al presentarles de manera diferente dos parcialitos de repaso de las dos últimas unidades del programa (Integrales y ecuaciones diferenciales) cambiando un poco el formato o estructura de lo que ellos estaban acostumbrados a resolver.

1 **Introducción**

Los conceptos matemáticos se aprenden en forma progresiva, evolucionan, crecen, se desarrollan y amplían en cada periodo de aprendizaje.

La enseñanza de la matemática no debe ser del tipo “aplicación de recetas”, ni limitarse a superar destrezas cognitivas, sino que debe apuntar a la comprensión de los principios y conceptos básicos, aunque sea de formas intuitivas, para luego llegar a formas más abstracta y prevenir el aprendizaje memorístico.

Enseñar matemática hoy en día viene acompañado de múltiples estrategias y metodologías de enseñanzas. De la bibliografía seleccionada en este trabajo observamos que una de las nuevas metodologías de enseñanza, es la de incentivar a los estudiantes para que adquieran autonomía en sus estudios, y esto ayuda a fortalecer el aprendizaje de cada alumno.

Coincidiendo con Davini M (2015)” La forma privilegiada en relación con las prácticas docentes es la evaluación de procesos, acompañando las distintas etapas e instancia de formación. La evaluación de proceso es continua y apunta a la mejora y el perfeccionamiento de las capacidades que se busca formar, brindando retroalimentación a los participantes, en forma individual y grupal a lo largo de las actividades, para mejorar, valorar, corregir, apuntalar o rehacer las tareas.”.

1.1 Desarrollo

Durante el período de cursada de la asignatura Análisis Matemático II, los estudiantes son evaluados periódicamente mediante los llamados "parcialitos", los mismos tienen como fin afianzar el aprendizaje y preparar al alumno en los conceptos básicos de teoría, y de esta manera incentivarlos a estudiar para el parcial. El parcialito se toma en todas las clases al finalizar la teoría y la resolución del mismo, se da en el mismo día antes de comenzar la clase práctica

Estos "parcialitos" consisten en la formulación de tres actividades de verdadero/falso o de opciones múltiples, referentes al tema que el docente ha explicado en la clase anterior, y el alumno deberá resolver y justificar su respuesta. El "parcialito" apuesta a fijar contenidos conceptuales y no tanto a los procedimientos ya que el concepto le va a permitir al alumno crear y lo procedimientos lleva al alumno tal vez a la repetición.

Comprendemos, que el conocimiento conceptual y procedimental no siempre puede separarse, aunque su distinción es útil. El conocimiento conceptual se evalúa a través de un gran número de tareas, tales como: definiciones, conexiones, conceptos o implícito como justificación, juicio, aplicación de procedimientos, y el conocimiento procedimental se caracteriza por un conocimiento operacionalizado y secuenciado. Las tareas procedimentales son familiares para los alumnos, ya que se compone de algoritmos o reglas para resolver las tareas, en consecuencia, podemos decir que el conocimiento conceptual permite saber qué o porqué y el procedimental saber cómo.

Para aprobar, el alumno de Análisis Matemático II deberá tener en cuenta lo siguiente:

Al finalizar el curso, el estudiante debe tener un 80% de asistencia a las clases teóricas y prácticas, con un porcentaje de aprobación del 80% o más en cada uno de los dos parciales (o su recuperación) y como mínimo el 80% de los "parcialitos" aprobados (o su recuperación), se dará como promocionada la asignatura y la calificación final será el promedio de las notas obtenidas en los parciales.

Si el estudiante tiene el 80% de asistencia a las clases teóricas y prácticas, con un porcentaje de aprobación del 60% o más en cada uno de los dos parciales (o su recuperación) y como mínimo el 60% de los "parcialitos" aprobados, deberá rendir un examen final oral para aprobar la asignatura.

La asignatura consta de dos parciales con sus respectivas recuperaciones. Cada parcial consta dos partes, una teórica y otra práctica, con un puntaje de 30% y 70% respectivamente.

Este método de evaluación continua es parte del proceso educativo, implica una concepción de la enseñanza como una constante revisión de lo que sucede e implica, por tanto, una postura crítica y abierta del profesor que lo lleva a realizar ajustes pedagógicos. La evaluación es parte de la enseñanza y del aprendizaje y tiene como objetivo acreditar el logro de los conocimientos, capacidades y competencias, de distinto orden adquiridas por el estudiante. Además, le permite volver sobre lo hecho, repensar, focalizar aquellos aspectos que debe profundizar y producir, incorporando nuevas perspectivas.

Creemos que esta estrategia o metodología de enseñanza, puede ser una forma efectiva de estudiar matemática.

A continuación, presentamos un modelo de parcialito(figura1) que se toma habitualmente en cada clase

Parcialito 11 14/05/19 **(Integrales definidas)**

Alumno: --

Dadas las siguientes afirmaciones decir si son verdaderas o falsas, justificar la respuesta:

a) Si f es una función continua en el intervalo [a, b] la suma del área aproximada de la región limitada por la función, eje x, x = a y x = b está dada por: $A \cong \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i$

b) La siguiente integral se resuelve: $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2}dx = \int_{-1}^{1} x^{-2}dx = -x^{-1}]_{-1}^{1} = -2$

c) Las integrales definidas cumplen la siguiente propiedad : $\int_{a}^{a} f(x)dx = 0$

Se aprueba con dos respuestas bien justificadas.

Figura 1. Modelo de parcialito

En este parcialito, los alumnos deberán responder verdadero o falso, justificando la elección de su respuesta. Con este modelo de parcialito, se viene trabajando desde hace tiempo, por lo tanto, como profesores innovadores, decidimos cambiar la estructura y el modelo de parcialito, sin perder como objetivo, la finalidad del mismo. Por eso, al finalizar las dos últimas unidades de la asignatura, a diferencia de lo que se venía realizando, se agregan dos parcialitos integradores presentados de manera diferente a lo habitual, referentes al tema integrales y ecuaciones diferenciales. Cabe destacar que los temas tomados fueron exactamente los mismos que se desarrollaron en cada unidad, solo que la consiga para resolverlo cambió un poco, ahora los alumnos debían responder de qué modo resolverían el problema planteado eligiendo entre las diferentes opciones dadas y siendo capaz de integrar los conceptos aprendidos hasta el momento. Davini (2015), en unos de sus libros, afirma lo siguiente: "…en las evaluaciones es conveniente evitar la rutina, es decir evaluar siempre de la misma manera. Cabe considerar que los alumnos aprenden a "sacar ventajas" de lo ya conocido y esperado, según la forma en que suelen ser evaluados. Esto deforma el valor que la evaluación podría tener para la mejora de la enseñanza y para la formación de los estudiantes" .

A continuación, mostramos en las figura (2 y 3) los nuevos modelos de enunciado en los parcialitos de repaso.

Parcialito 14 27/05/19 (Integrales. Repaso)

Alumno: ---

Teniendo en cuenta los siguientes conceptos

- **a)** Formula geométrica
- **b)** Integrales definidas
- **c)** Integrales dobles

Cuál de las siguientes opciones nos permite calcular el área del rectángulo

1- Solamente a)
2- Utilizando a) y b)
3- Solamente b)
4- Utilizando a), b) y c)
5- Utilizando a) y c)
6- Utilizando b) y c)
7- Solamente c)

Justificar la respuesta seleccionada.

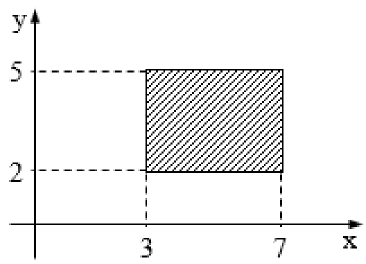


Figura 2. Parcialito de integrales

Con esta actividad, sencilla, se pretendió repasar los conceptos de longitud de un intervalo, formula de área de un rectángulo (utilizada en la definición de integral definida) y sobre todo se pretendía lograr que los alumnos descubran que hay distintos caminos para resolver esta actividad. Además, tenía el propósito de integrar distintos conceptos que se supone que el alumno los tiene incorporado y hacer una revisión de la unidad 5 de integrales (Revisión de integrales indefinidas. Manejo de tabla o calculadora. Cálculos de primitivas. Relación entre la primitiva de una función y la integral definida de la misma en un intervalo. Área bajo la curva. Integrales dobles. Calculo de las integrales dobles. Aplicaciones

Parcialito 17 10/06/19 (Ecuaciones diferenciales. Repaso)

Alumno: ---

Dada la siguiente ecuación diferencial de primer orden y grado:

$$\mathbf{xdy = (x\text{-}y)\ dx}$$

Determinar de las siguientes opciones a que tipo corresponde:

- a) Es a variables separables
- b) Es homogénea y exacta
- c) Es lineal
- d) Es homogénea
- e) Es exacta
- f) Es a variables separables y exacta
- g) Es lineal, exacta y homogénea.
- h) Es a variable separable y lineal.
- i) Ninguna de las opciones anteriores.

Justificar la respuesta seleccionada

Figura 3. Parcialito de ecuaciones diferenciales.

La intención de esta actividad, también sencilla, es que el estudiante reconozca que tipo de ecuación diferencial es (variables separables, homogéneas, exactas y lineales) condición necesaria para poder resolverla. Identificando la ecuación el alumno podrá aplicar los distintos métodos. Y también revisión de la unidad 6 de ecuaciones diferenciales (Definición y clasificación de las ecuaciones diferenciales. Soluciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias. Ecuaciones diferenciales de primer orden y grado. Ecuaciones diferenciales separables. Ecuaciones diferenciales homogéneas. Ecuaciones diferenciales exactas. Ecuaciones diferenciales lineales. Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales a los modelos económicos)

Los resultados obtenidos de estos últimos parcialitos integradores tomados en forma individual, en contraste con los anteriores, en su mayoría, no fueron correctos. Se observó que el alumno tenía un hábito de estudio estructurado de tal manera que al tomar un problema muy similar pero planteado de modo diferente se desorienta y no resuelve el problema de manera efectiva. La idea de cambiar esta forma de evaluación era para que el alumno lograra lo siguiente.

- Que pueda conseguir la desestructuración en la forma de estudio y aprendizaje del estudiante.
- Que pueda fomentar el razonamiento crítico y mostrar que un mismo problema se puede resolver de diferentes formas y con diferentes técnicas.
- Que pueda promover la integración de conocimientos y herramientas matemáticas en la resolución de problemas.
- Que pueda revisar, interpretar y relacionar la teoría.
- Perfeccionar su pensamiento lógico.

Estas experiencias áulicas permiten vislumbrar uno de los problemas más comunes que suelen tener los estudiantes y es que desconocen u olvidan conceptos y herramientas de matemática básica fundamentales para el desarrollo del aprendizaje de un contenido superior.

Los errores más comunes que se observaron en la resolución de los problemas planteados fueron los siguientes:

- Marcaron muchas opciones y no justificaron.
- no pudieron relacionar la consiga con las opciones.
- marcaron por ejemplo una opción y resolvieron por otro método.

En general, pudimos observar que con el cambio de estructura de parcialitos no pudieron cumplir con el objetivo de resolverlo, ellos mismo, nos comunicaban, que estaban desorientados, y cuando le dimos la solución, vieron que los que les pedíamos en el parcialito, no era complicado ni difícil.

1.3 Tips para estudiar la asignatura Análisis Matemático II:

En este trabajo, con lo observado en clase y en los parcialitos evaluados, podemos incorporar e implementar en nuestras prácticas algunos tips específicos o “trucos” “consejos” útiles para nuestros estudiantes.

TIPS de cómo estudiar la asignatura Análisis Matemático II:

- Primero se debe comprender y relacionar la teoría con la práctica.
- Planificar las horas de estudios.
- Señalar las dudas o preguntas para consulta.
- Realizar la mayoría de ejercicios en clase y continuar en casa con los ejercicios propuestos.
- Preguntar las dudas.

- Observar si los pasos realizados son coherentes.
- En algunos casos, se puede dibujar o esbozar gráficos que ayuden a interpretar.
- También se recomienda formar grupos de estudios (en algunos casos).
- Memorizar fórmulas en caso que lo requieran.
- Repasar temas básicos de matemática de asignaturas cursadas con anterioridad.
- Reforzar la práctica con la teoría dada.
- Ir a clases de consultas.
- Consultar las distintas páginas web que propone la cátedra.

Estos tips, aunque nos parezcan elementales a nosotros como docentes, en charlas informarles con estudiantes, en clases prácticas o de teoría nos damos cuenta que algunos estudiantes no tienen incorporado muchos de estos "consejos" en su vida de estudiante.

1.4 Reflexiones finales.

Con lo observado en cada clase, concluimos que seguiremos reinventando nuestras prácticas para mejorarla y seguir reflexionando en nuestras actividades áulicas, el fin de promover de cambiar la estructura de los parcialitos, no es para ocasionar en el alumno un desaprobado, sino para incentivarlo a otra manera de estudiar. El objetivo de introducir situaciones nuevas es con fin de que los alumnos puedan desarrollar la habilidad de comprender y entender cada vez mejor las consignas, de razonar, de pensar en diferentes estrategias, con el objetivo de encontrar nuevas opciones y llegar a resolver determinadas situaciones concretas o problemáticas.

Compartimos con González (2000) que uno como docente evalúa aquello aspectos que permite valorar el proceso mismo de aprendizaje, más que los progresos, ya que son aspectos que trascienden al propio estudiante y llegan a las relaciones que se dan entre los componentes de una situación del aprendizaje. Este tipo de aprendizaje constituyen una "herramientas" básicas para su autoevaluación y autorregulación

1.5 **Referencias**

- Castro A, Prat M, Gorgorio N (2016) *Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas, su evolución tras décadas de investigación.* Revista de Educación (Madrid) N° 374
- Davini María C, (2015). La formación en la práctica docente. Paidós.104 ,146-147.
- May, G; Alaniz S; Morano D; Olguín K; Simunovich R. (2018). Q*ue aportan los "parcialitos" al aprendizaje de Análisis Matemático II.* Presentado en REPEM 2018
- Olguín, R (2017). *TIC para hacer arte en la escuela Secuencia didáctica.* Trabajo final de la Especialización Docente de nivel Superior en Educación y TIC-Ministerio de Educación de la Nación.
- Santos Guerra (2007) *La evaluación como aprendizaje*. *Una flecha en la diana* Ed. BONUM.
- Gonzalez, M (2000). Revista Pedagogía Universitaria. Vol 5 n°2

168 DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE QUE FACILITAN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA.

Ernesto Eduardo Garcia
Facultad de Ciencias Económicas, UNJu
egarcia.ing@icloud.com

Especialidad: Educación Matemática
Palabras Claves: Aprendizaje, Estrategias de aprendizajes, Constructivismo, Aprendizaje Significativo, Rol docente.

Resumen.

La presente comunicación expone sobre el avance de una investigación acción en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Se trata de un "Diseño de estrategias de aprendizaje que facilitan la resolución de problemas de Algebra y geometría analítica".
El problema surge a partir de observar la dificultad de los alumnos para reflexionar conscientemente sobre cómo resolver los problemas de la materia en forma autónoma.
Se darán a conocer los resultados del diagnóstico de la situación observada, obtenidos mediante cuestionario cerrado, aplicado a un grupo de alumnos ingresantes, de primer año, que cursan la mencionada asignatura, como así también las diversas estrategias implementadas y a implementar para la resolución de problemas de trabajos prácticos.

Introducción.

El problema del presente trabajo surge con los alumnos ingresantes a las carreras de Licenciatura en Economía y Administración de una facultad de Ciencias Económicas de una universidad de gestión pública en la provincia de Jujuy.
Entre las materias que estos alumnos deben cursar se encuentra Algebra y Geometría Analítica y; al momento de resolver los ejercicios algebraicos, se observa en la clase que muchos de ellos encuentran como obstáculos el poder reflexionar conscientemente sobre el propósito u objetivo de la tarea, y planificar, qué, cómo y qué tiempo les tomará para llegar al resultado deseado, es decir aprender a resolver los problemas de la materia en forma autónoma.
En general el equipo docente de la cátedra coincide en la observación de estas dificultades de los alumnos.
Muchos factores pueden influir en la elección de las estrategias de aprendizaje, como factores personales, pedagógicos, cognitivos, didácticos, emocionales, entre otros. También hay que considerar como otro factor es el desconocimiento por parte de los alumnos de las diversas estrategias de las que pueden valerse para aprender. La enseñanza de las estrategias de aprendizaje no está actualmente contemplada en las planificaciones de la cátedra en Algebra y Geometría Analítica.
El docente debe ser un generador de propuestas superadoras, y es el responsable de guiar a los alumnos, enseñarles contenidos, estrategias y brindar una formación adecuada y dirigida para que el alumno sea capaz de desarrollar y usar su capacidad individual para luego ser lo suficientemente autónomo para resolver las situaciones problemáticas que se le presentan.
En esta propuesta de trabajo se tendrán en cuenta las estrategias cognitivas y meta cognitivas. Las primeras son aquellas conductas y procedimientos que integran el nuevo material con el conocimiento previo, son acciones que se utilizan para aprender, codificar, comprender y recordar la información con el objetivo de lograr el aprendizaje. Las segundas, trabajan la planificación, control y evaluación por parte de los estudiantes de su propio aprendizaje; permite el conocimiento de los procesos mentales con el objetivo de lograr las metas de aprendizajes. (Monereo; Castello; Clariana; Palma; Pérez Cabani 1994).

Para poder realizar el diagnóstico de la situación observada, en esta primera entrada al campo de investigación, se aplica un cuestionario a un grupo de cincuenta (50) alumnos de primer año. El criterio de selección es intencionado, ya que se prefirió trabajar con alumnos recién egresados de la secundaria, porque se considera que son los que tienen que desarrollar más estrategias de aprendizaje. Este trabajo propone conocer qué estrategias usan los alumnos, y guiarlos para que puedan identificar sus dificultades, sus errores al resolver los ejercicios o problemas, y que, a partir de esta acción, puedan poner en práctica distintas estrategias que los lleven a un aprendizaje significativo y exitoso. Las acciones que ejecuta el estudiante de acuerdo a los procedimientos y conocimientos asimilados y a la orientación que haya recibido en su formación en la escuela secundaria.

Cuando el alumno logra resolver una actividad o tarea se debe entender que utilizó determinadas estrategias para alcanzar su objetivo, aprender.

La muestra estuvo conformada por alumnos ingresantes que tienen entre dieciocho y veinticinco años, y que provienen de distintas escuelas secundarias cuyas orientaciones son diversas con título relacionado a las ciencias económicas como ser “Perito Mercantil”, “Bachiller Mercantil”, “Técnico en Administración de Empresas” inclusive algunos con una orientación contable e impositiva, “Economía de Gestión de las Organizaciones”. No obstante, hay alumnos egresados como “Bachiller con orientación docente”, “Polimodal con orientación en Ciencias Naturales, “Bachiller Pedagógico”, “Bachiller en Artes Visuales”.

Cuando se les preguntó sobre el tiempo dedicado al estudio respondieron que lo hacen de tres a seis horas durante los días hábiles de la semana, otros estudian la misma cantidad de horas, pero solo los fines de semana. Otras respuestas dan cuenta que algunos alumnos solo estudian treinta minutos durante los fines de semana o bien antes de los parciales.

En cuanto a las acciones que utilizan para estudiar Algebra surge que estudian los ejemplos y teoría, buscando más información sobre el tema en internet. Algunos estudian individualmente y otros estudian con compañeros o en consultas en la cátedra. Con respecto a las acciones que realizan para estudiar ellos contestaron que comparan resultados con compañeros, revisan apuntes, van a clases de apoyo con un profesor externo y a las consultas que ofrece la cátedra.

A partir de los resultados obtenidos al efectuar el diagnóstico entre los alumnos de primer año que cursan Algebra y Geometría Analítica se pudo conocer que utilizan estrategias de aprendizaje, aunque no utilizan todas las disponibles, o no siempre son las más adecuadas, ya que no logran llegar al resultado esperado. Estos resultados permiten interpretar que las estrategias utilizadas por los alumnos presentan debilidades o quizás desconocen el uso de otras más efectivas.

Justificación.

El modelo de enseñanza tradicional universitaria concibe a la misma como la forma de transmitir conocimientos y parte del supuesto de que todos los estudiantes son iguales y, los contenidos se aprenden escuchando al docente en forma pasiva. Es un proceso de comunicación casi exclusivamente unidireccional entre un profesor que desarrolla un papel activo y unos alumnos que son receptores pasivos de la información. Este tipo de metodología de enseñanza no favorece el desarrollo de las habilidades de razonamiento y pensamiento crítico de los alumnos.

En cambio, la enseñanza centrada en el alumno tiende a que ellos desarrollen procedimientos autónomos de pensamiento, desarrollando su capacidad de deducción, relación y elaboración. Esto requiere una participación activa del alumno en el proceso de enseñanza aprendizaje. Desde este tipo de enseñanza el profesor acompaña para estimular el análisis y la reflexión, para aprender con el alumno y del alumno.

El aprendizaje de los alumnos depende de muchos factores, los que incluyen su motivación, inteligencia, conocimientos previos, entre otros, y los que hacen que el resultado pueda diferir bastante del objetivo final. Muchas investigaciones han demostrado que otro factor muy influyente en el aprendizaje es el uso estrategias de aprendizaje. Estas juegan un papel muy importante en todo el proceso.

La enseñanza del uso estratégico de los procedimientos de aprendizaje es necesaria para fomentar la reflexión consciente, la regulación y la toma de decisiones con relación a las propias habilidades. La enseñanza de las estrategias no se tendría que considerar como algo opuesto a enseñar el contenido convencional, sino como un complemento de éste. La intervención docente será necesaria para que los alumnos usen las estrategias de aprendizaje más apropiadas, y puedan adecuar su comportamiento entre lo que piensan y hacen, a las exigencias de una actividad y a las circunstancias en que se produce. Para ello será de suma importantica acompañar a los alumnos a reflexionar de manera consciente sobre el objetivo de la tarea, planificar qué va a hacer y cómo lo llevará a cabo, recordar el conocimiento aprendido para saber cuándo puede volver a utilizar esta estrategia y de qué forma.

En esta instancia, es necesario aclarar que en el presente trabajo se entenderá a las estrategias, tal como las interpreta Bigss (1994), como las acciones que realiza el alumno con el objetivo siempre consciente (motivación) de apoyar (proceso que utiliza) y mejorar (rendimiento) su aprendizaje, son acciones secuenciadas que son controladas por el mismo. Son procedimientos internos del alumno. Tienen un alto grado de complejidad.

Para los docentes, conocer los procesos de construcción del conocimiento que sigue el alumno en el aprendizaje del álgebra, así como dominios y deficiencias al resolver una situación problemática, representa una información valiosa para diseñar estrategias de enseñanza que permitan elevar la calidad del aprendizaje de los alumnos.

Marco conceptual. Antecedentes Relacionados con el tema

A través de una revisión bibliográfica se pudo saber que existen numerosos trabajos de investigación relacionados al tema propuesto en el presente trabajo. A continuación, algunos ejemplos que pueden aportar al desarrollo de este estudio de investigación:

Título de la fuente	Autor/año	Tipo de publicación	Descripción/Aporte
La importancia de la planificación de estrategias basadas en el aprendizaje significativo, en el rendimiento de matemática en séptimo grado de la unidad Educativa Nacional "Simón Bolívar"	Mendez. J. (2002)	Trabajo de Grado no publicado, Universidad Santa María (Venezuela)	El autor llegó a la conclusión que la utilización de estrategias basadas en el aprendizaje significativo es de gran utilidad debido a que favorece a la construcción del propio saber, tomando en cuenta las experiencias previas y sus necesidades. Este trabajo puede aportar al marco de referencia conceptual.

Tutoriales: una estrategia de enseñanza para complementar la tarea del aula en el aprendizaje de algebra lineal y geometría analítica	Augusto Ariel Estrada Velasquez (2013)	Experiencia Pedagógica- Universidad Nacional de Salta	El uso de la tecnología mediante una página web en la que se puedan subir los tutoriales, y extenderla a todos los alumnos que cursan la asignatura para complementar las clases presenciales. Aporta una herramienta para completar la enseñanza presencial.
Un aporte de la Geometría para mejorar la calidad de los aprendizajes de álgebra lineal en ingeniería (Proyecto FONDECYT N° 1030117).	Carlos Caamaño Espinoza y María Aravena Díaz.(2013) Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile	Trabajo de Investigación	Este trabajo es un análisis desde el punto de vista didáctico y matemático de este proceso, considerando la complementariedad del pensamiento analítico con el visual, para algunos contenidos específicos de dicha asignatura, como objeto matemático. Puede aportar al marco de referencia conceptual y metodológico del trabajo.
What do inventories of students' learning processes really measure? A theoretical review and clarification.	Biggs, J. (1993).	Trabajo de Investigation	La investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes se ha basado en dos fuentes teóricas principales: el procesamiento de la información (PI) y el trabajo basado en el contexto sobre los enfoques de los estudiantes para el aprendizaje (SAL). Este trabajo puede aportar al marco de referencia conceptual y al metodológico.
Estrategias de aprendizaje que utilizan los alumnos universitarios cuando aprenden matemática con un software específico	Curotto, Margarita (2007)	Trabajo de investigación Universidad Nacional de Catamarca Secretaria de Ciencia y Tecnología – Editorial Científica Universitaria ISBN: 978-987-661-039-1	Este trabajo analiza las estrategias de aprendizaje de los alumnos y sus estilos de aprendizaje en Matemáticas. Puede aportar información para comparar las estrategias que usan los alumnos con los que participan en este trabajo.

Referentes teóricos

Los supuestos teóricos que orientan este trabajo pertenecen al modelo filosófico constructivista. Este modelo considera al ser humano como el único que es capaz de construir y reconstruir el tipo de pensamiento que orienta su conducta. El constructivismo es una teoría basada en la observación y el estudio científico sobre cómo la gente aprende. Sostiene que las personas construyen su propia comprensión y conocimiento del mundo, experimentando cosas y reflexionando sobre las experiencias, las personas son creadoras activadas de su propio conocimiento. En el aula, desde un punto de vista constructivista, el docente motiva a los alumnos a utilizar técnicas y estrategias activas (resolución de problemas del mundo real, experimentos, casos, etc.) para crear más conocimiento y luego poder reflexionar sobre su propia experiencia de aprendizaje, (Carretero 1993).

El constructivismo es una posición compartida por diferentes tendencias de la investigación psicológica y educativa. Entre ellas se encuentran las teorías de Jean Piaget (1952), Lev Vygotsky (1978). David Ausubel (1963), Jerome Bruner (1960), y aun cuando ninguno de ellos las denominó constructivista sus ideas y propuestas, claramente ilustran las ideas de esta corriente.

Vygotsky definió la "zona del aprendizaje proximal", según la cual los alumnos resuelven problemas más allá de su nivel real de desarrollo (pero dentro de su nivel de desarrollo potencial) bajo la guía de adultos o en colaboración con compañeros más capaces. Bruner inició el cambio curricular basado en la noción de que el aprendizaje es un proceso social activo en el cual los estudiantes construyen nuevas ideas o conceptos basados en su conocimiento actual.

Constructivismo y Aprendizaje Significativo

El psicólogo cognitivo D. Ausubel (1968) desarrolló la teoría del aprendizaje significativo. Según dicha teoría, para aprender un concepto, tiene que haber inicialmente una cantidad básica de información acerca de él, que actúa como material de fondo para la nueva información.

Los constructivistas creen que el conocimiento previo afecta el proceso de aprendizaje. Al intentar resolver problemas nuevos, las similitudes perceptuales o conceptuales entre el conocimiento existente y un nuevo problema pueden recordar a la gente lo que ya saben. Éste es a menudo el primer acercamiento de uno para resolver problemas nuevos. La información que no esté relacionada con las experiencias previas de un alumno será olvidada rápidamente.

Por estas razones muchos autores, entre ellos Diaz-Barriga (2002), coinciden que Ausubel, es constructivista, ya que considera al alumno como un productor activo de la información y que, el aprendizaje es sistemático y organizado, porque es un fenómeno complejo que no implica solamente simples asociaciones memorísticas, el sujeto la transforma y estructura, además se interrelacionan e interactúan con los conocimientos previos y las características personales del aprendizaje.

De acuerdo a Díaz y Hernández (2002) el aprendizaje no es una mera asimilación pasiva de información, sino que implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el niño posee en su estructura cognitiva. Del mismo modo Luengo (2001) sostiene que el “aprendizaje significativo” es un aprendizaje relacionado, por cuanto toda nueva información se relaciona con algo ya aprendido.

El rol docente desde el aprendizaje significativo

El rol del docente en el aula constructivista no se limita solo a enseñar a los alumnos sino actuar como un aprendiz experto que puede guiar a los estudiantes en la adopción de estrategias cognitivas y metacognitivas tales como autoexamen, articulación del entendimiento, preguntas y reflexión. Debe organizar la información en torno a grandes ideas que involucren el interés de los estudiantes, ayudarlos a desarrollar nuevos conocimientos y conectarlos con su aprendizaje previo. Las actividades se centran en los estudiantes y se los anima a que formulen sus propias preguntas, realicen sus propios experimentos, hagan sus propias analogías y lleguen a sus propias conclusiones.

Objetivos generales

- Generar espacios en las clases para que los alumnos construyan y desarrollen habilidades de estudio y estrategias de aprendizaje que mejoren y faciliten la resolución de problemas en Algebra y Geometría Analítica.

Objetivos específicos

- Identificar y describir las distintas estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas en Algebra y geometría analítica
- Organizar y ejecutar propuestas para la socialización y prácticas de estrategias de aprendizaje aplicadas a la ejercitación
- Incorporar la enseñanza de las estrategias en las planificaciones

Formulación de la Propuesta Pedagógica

1. Diseñar un aula taller dirigida por un tutor/docente para ampliar el diagnóstico de la utilización de estrategias de aprendizaje de los alumnos ingresantes a primer año que cursan Algebra y geometría. Para conocer esta información se utilizará la aplicación de cuestionarios (ACRA Escala de Estrategias de Aprendizajes) y entrevistas.
Los objetivos serán los de conocer las Estrategias de estudio y aprendizaje que utilizan.
2.Posteriormente también utilizando la misma dinámica de aula taller se discuten las distintas dificultades que tienen los alumnos y el tutor explica y muestra a los estudiantes las distintas estrategias de aprendizaje a las que pueden recurrir para la resolución de problemas.
3.Se realizan actividades como:
Estudio de casos conjunto de sesiones organizadas entorno a situaciones especialmente seleccionadas para facilitar la comprensión, de cómo transferir la información, las competencias aprendidas y las estrategias para facilitar a los alumnos la capacidad de interpretación y actuación en el aprendizaje.
Sesiones de aprendizaje grupal: para posibilitar la resolución de ejercicios, teniendo acceso a materiales complementarios de estudio, asesoramiento y orientación de autoaprendizaje y co-aprendizaje.
Sesiones de discusión, las cuales pueden ser presenciales o virtuales en el aula virtual de la cátedra. En el primer caso se utilizarán foros de pequeños grupos conformados por 10 o 15 alumnos en donde se posibilita intercambios de puntos de vista y acciones en base a las estrategias que van utilizando en el desarrollo de la materia.
Con esta actividad se pretende desarrollar el pensamiento lógico y racional (ej. Clasificar, comparar, inferir, deducir, etc.) además de propiciar las interacciones en el aula donde el alumno pueda participar activamente.
4. Actividades en aula virtual. Los objetivos de esta actividad es brindar la posibilidad de practicar y aplicar las estrategias de aprendizaje según sus posibilidades de tiempo. El tutor diseña tutoriales para los alumnos donde se explica la serie de pasos a seguir para resolver los ejercicios. Podrá desarrollar actividades, como foros de discusión, chat, correo electrónico, descargar materiales didácticos, etc., que le permitan mantener una participación y

comunicación permanentes con su profesor y compañeros de estudio. Además, que también estará utilizando una estrategia que contribuye con su formación en habilidades del uso de herramientas tecnológicas.

5. Se desarrollará e instrumentará una evaluación para medir los resultados.
6. Socializar los resultados con el equipo de cátedra e acordar incluir la enseñanza de las estrategias en las planificaciones
7. Socializar la experiencia en jornadas, congresos, etc.

Metodología

La metodología con la que se realiza el presente trabajo es la Investigación Acción Participativa, la cual supone la simultaneidad de dos procesos, el de conocer y el de intervenir, e implica la participación de los alumnos en el programa de estudio y acción. Este tipo de investigación-Acción presenta la particularidad de que el docente se implica en la investigación, al igual que los alumnos. Tiene por finalidad mejorar un aspecto determinado de la práctica docente desde el principio hasta el final, es decir desde la determinación del objeto de estudio hasta la elaboración del informe final. La investigación involucra a los alumnos como agente del conocimiento de su propia realidad y facilita los conocimientos necesarios para actuar con el objetivo de resolver sus problemas. Todo lo que se estudia tiene como destinatario a los alumnos, ya que la investigación acción se realiza para dar respuesta a sus problemas y mejorar su proceso de aprendizaje.

Resultados y Conclusiones

Se logró que los alumnos mejoren el pensamiento matemático y el razonamiento lógico-deductivo como así también la comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales (aritméticos, algebraicos, geométricos, probabilísticos y de cálculo). También que fortalezcan sus habilidades de adquisición y recuperación de la información para la resolución de problemas dentro y fuera del ámbito matemático. Asimismo, que mejoren las habilidades en el uso de las herramientas tecnológicas para facilitar la adquisición de conocimiento. También con este trabajo, se consolidó la acción de los docentes en el reconocimiento de los factores que inciden en el aprendizaje del Algebra y Geometría, y centrar atención en los estudiantes y en su proceso de aprendizaje. Esto implica un camino interesante en el conocimiento detallado de estrategias de aprendizaje y de los conocimientos previos del estudiante con el fin de diseñar las actividades adecuadas para optimizar su desempeño en la materia.

Bibliografía

Anfossi, A.; Flores Meyer, M. A. (1978). *Geometría Analítica*. Editorial Progreso S.A. México D.F.

Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H. (1978). *Psicología evolutiva: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas. Segunda edición (1983)

Beltrán, J.,García-Alcañiz, E., Moraleda, M. G., Calleja F., Santiuste V., (1987) *Psicología de la Educación*, Madrid, Edudema.

Biggs, J. (1988). *Approaches to learning an to essay writting*. En R.Schmeck (Ed.), Learning strategies and learning styles. New York: Plenum Press

Biggs, J. (1993). *What do inventories of students' learning processes really measure?* A theoretical review and clarification, British Journal of Educational Psychololy, 63, 3-19

Biggs, J.B. (1994). *Approaches to learning: Nature and measurement of*. The International Encyclopaedia of Education, vol. 1 (2nd ed.). Oxford: Pergamon Press

Carretero, M. (1993) *Constructivismo. ¿Una óptica para enseñar?* Constructivismo y educación. Zaragoza: Luis Vives

Coll, Cesar. (1996). *Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento*. Editorial Paidos. Buenos Aires.1996

Díaz Barriga, A. F., Hernández Rojas, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. MacGraw Hill. México

Dansereau, D.F. (1985). *Learning strategy research*. En Segal, J.V.; Chipman, S.F. y Glaser, R. (Eds.): Thinking and learning skills. Vol.1: Relating Instruction to Research. Erlbaum, Hillsdale

Espinoza, C. C., & Díaz, M. A. *Un aporte de la Geometría para mejorar la calidad de los aprendizajes de Álgebra lineal en ingeniería* (Proyecto FONDECYT N 1030117)

Gorman, G.E.& Clayton P. (1997). *Qualitative research for the information professional*: a practical handbook - Library Association Publishing

Lachman J. L., Butterfliel E. C. (1979). *Cognitive Psychology and Information Processing*. Lawrence Earlbaun Publishers. Hillsdale, New Jersey

Marton, F. & Säljo, R. (1976a). *On qualitative differences in learning I-Ootcome and process*. British Journal of Educational Psycologhy, 46, 4-11

Mora, D. (2003). *Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Revista de Pedagogía, 24 (70), 181-272. http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002

Peña, D. *Las Matemáticas en las Ciencias Sociales*. Universidad Carlos III de Madrid, http://www.encuentros-multidisciplinares.org/Revistanº23/Daniel Peña Sánchez de Rivera.pdf / Consultado 01/07/2019

Pozo, J.I. (1994). *Teorías Cognitivas del aprendizaje*. Facultad de Psicología, Universidad Autónoma de Madrid. Ediciones Morata S.L.

Román Sánchez J.M., Gallego Rico S. (2008). *ACRA Escalas de Estrategias de Aprendizaje*. TEA Ediciones. Madrid.

Sagastizabal, M.A, Perlo, C. L. (2002). *La Investigación-Acción como estrategia de Cambio en las organizaciones*. Editorial STELLA y Ediciones La Crujía. Buenos Aires

Valle Arias et al. (1999). *Las estrategias de aprendizaje*. Revisión teórica y Conceptual. En Revista Latinoamericana de Psicología, Vol. 31, No. 3, pp 425-461

Velázquez, A. A. E. (2013). *Tutoriales: Una estrategia de enseñanza para complementar la tarea del aula en el aprendizaje de álgebra lineal y geometría analítica*. Revista de Educación Matemática. https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10173 / Consultado 01/04/2019

170 MATERIALES DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA CON MODALIDAD B-LEARNING

Golbach, Marta; Mena, Analía; María de los A. Juárez;
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Tucumán
menaanalia@gmail.com ; mgolbach@tucbbs.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Materiales Didácticos, B-Learning, Matemática, Aprendizaje

Resumen

El presente trabajo surge del Proyecto de investigación Modelo de enseñanza *B-Learning*. Diseño y experimentación de estrategias metodológicas con materiales didácticos para el aprendizaje autorregulado, el cual propone una modalidad de enseñanza *b-learning* para la asignatura Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T.
Uno de los puntos claves en este tipo de enseñanza mixta, es el desarrollo de materiales instruccionales como soporte, complemento y ampliación de las clases presenciales. Teniendo presente la potencialidad de los entornos virtuales de aprendizaje y de numerosas investigaciones previas respecto a parámetros de efectividad de la enseñanza en línea, se diseñaron diferentes materiales empleando las TIC. Se consideraron las necesidades cognitivas de los alumnos, las herramientas de uso habitual que propician diferentes formas de modelizar y resolver problemas y los variados ritmos de aprendizaje, entre otras cosas.
El objetivo del mismo es conocer la opinión de los estudiantes respecto a estos nuevos materiales empleados (mapas conceptuales, videos, guías didácticas), empleados en esta modalidad de enseñanza.
Los datos se recabaron mediante una encuesta online, adaptada al contexto. Se realizó un análisis descriptivo de los resultados obtenidos analizando aspectos didáctico y de utilidad de los mismos por parte de los alumnos, quedando abierta la posibilidad de mejora en el material diseñado, que contemple las dificultades en la comprensión por parte de los alumnos, identificando aquellos que resultan “más próximos al estudiante”.

1 Introducción

El panorama educativo actual impone, nuevos desafíos a partir de la incorporación de las TIC, por cuanto generan nuevas formas de aprender, de intercambiar y de construir conocimiento, exigiendo nuevos espacios y ambientes de aprendizaje.

El desarrollo e implementación de los entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje brindan alternativas para fortalecer y facilitar los procesos de aprendizaje. Sin embargo, su implementación requiere entre otras actividades el diseño y desarrollo de materiales didácticos ó instruccionales para la adquisición del conocimiento. El Proyecto de investigación “Modelo de enseñanza *B-Learning*. Diseño y experimentación de estrategias metodológicas con materiales didácticos para el aprendizaje autorregulado”, propone una modalidad de enseñanza *b-learning* para la asignatura Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán (FACE – UNT). En este marco y teniendo en cuenta la potencialidad de los entornos virtuales de aprendizaje, se diseñaron nuevos materiales didácticos de tipo multimedia, que combinan diferentes tecnologías como textos, imágenes y/o vídeos, desde una perspectiva de máximo provecho pedagógico, con el fin de lograr en los alumnos un aprendizaje significativo, autorregulado y que permita la incorporación en forma progresiva de los nuevos conocimientos. A partir de ellos se generaron las diferentes actividades de aprendizaje y la evaluación llevada a cabo por los docentes.

Con el fin de conocer la opinión de los estudiantes respecto a estos nuevos materiales (mapas conceptuales, videos, guías didácticas) empleados bajo la modalidad *b-learning* se realizó una encuesta online en el Aula Virtual de dicha asignatura. La investigación realizada permitió hacer un análisis descriptivo de los datos recabados. El objetivo de este trabajo es presentar los resultados obtenidos, los cuales contribuirán al diseño de nuevos materiales que contemplen las dificultades en la comprensión por parte de los alumnos, identificando aquellos que resultan "más próximos al estudiante".

2 Desarrollo-Marco teórico

El sistema educativo viene experimentado cambios significativos en el paradigma tradicional de trasmisión de conocimientos, con miras hacia una educación acorde a la sociedad del conocimiento del siglo XXI. Por tal razón, los docentes se han adaptado progresivamente a la implementación de ambientes de aprendizajes apoyados en las TIC como lo es un EVA, ó Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA), que funcionan como Aulas Virtuales. Dichos entornos, de acuerdo a González, Esnaola et al (2012) son espacios que permiten el intercambio de información, que integran un extenso grupo de materiales y recursos educativos diseñados y desarrollados para facilitar y optimizar el proceso de enseñanza y, por ende el aprendizaje de los alumnos mediados, ambos, por TIC. Este nuevo contexto requiere por parte del docente, nuevas habilidades como gestor de contenidos en línea, ser un mediador de los temas que se aborden en una asignatura, estableciendo estrategias de enseñanza y el uso de recursos educativos que mantengan motivados al alumno, promoviendo la colaboración y construcción de conocimientos. Esto conlleva a que ambos actores desarrollen nuevas competencias que les permitan desempeñarse de manera adecuada en estos entornos y así lograr los objetivos propuestos (Camacho Zúñiga, Alemán y Sandoval Díaz, 2015). Como lo reflejan diferentes investigaciones, uno de los puntos claves en la modalidad de enseñanza *b-learning*, es el desarrollo de materiales didácticos o instruccionales como soporte, complemento y ampliación de las clases presenciales. Autores como Gilabert (2012) los define como los soportes que se utilizan para la enseñanza en los entornos virtuales en los cuales deben estar plasmados los contenidos y las estrategias didácticas.

Estos recursos o medios didácticos representan, según García Aretio (2002), la columna vertebral de cualquier sistema con modalidad virtual. Los mismos deben ser programados con anticipación, adecuados, abiertos y flexibles; interactivos y significativos.

En general suelen ser del tipo multimedia, es decir, combinan diferentes tecnologías como textos, imágenes, sonidos y/o vídeos, desde una perspectiva de máximo provecho pedagógico. Como lo señalan Del Prado y Doria (2015), estos materiales deben ser facilitadores del aprendizaje y adaptarse, tanto al grupo de estudiantes, como a los objetivos de enseñanza aprendizaje establecidos previamente; siempre teniendo en cuenta que el soporte con el cual se distribuye el material no es tan importante como el concepto de aprendizaje. Los materiales didácticos representan, además, la guía principal en la elaboración de las actividades de aprendizaje de una asignatura, y a partir de ellos se generan las actividades y la evaluación que llevará a cabo el docente. De acuerdo a Cabero (2000) los materiales didácticos esenciales para el aprendizaje y, en especial en el *e-learning*, son el resultado de un determinado diseño, en el que se debe privilegiar lo pedagógico sobre lo técnico, facilitar la interactividad y promover la flexibilidad. Deben fundamentarse en un buen nivel epistémico, de modo de que su empleo resulte significativo al alumno, que le permita realizar asociaciones y profundizar en los temas. Al respecto Moreira, García y Torres Amaro (2012) sugieren, en la tarea de diseñar y generar materiales didácticos para la docencia universitaria, que éstos deben facilitar y motivar al alumno, tener en cuenta una serie de ideas y principios como los siguientes: considerar las características y necesidades cognitivas de los alumnos; estructurar y secuenciar el contenido promoviendo un aprendizaje significativo; incorporar organizadores como objetivos de aprendizaje, motivación, estrategias de aprendizaje, etc.; considerar elementos y recursos de apoyo al estudio, que faciliten el proceso de aprendizaje tales como ejercicios de autoevaluación, etc.; ofrecer pautas y guías para que el alumno construya el conocimiento que debe adquirir; tener en cuenta estilos de textos, interactividad, formato multimedia, imágenes, sonido, etc.; incorporar elementos de comunicación y actualizar el material de forma continuada y permanente, etc.

Autores como Dávila, Ruíz Bolívar y Francisco (2013) consideran que los materiales didácticos pueden incluir también contenidos en distintos formatos pdf, videos tutoriales, presentaciones en *power point*, *edublog*, mapas conceptuales y mentales, páginas web, etc. Otros recursos útiles e importantes lo constituyen las guías didácticas elaboradas por el docente con la finalidad de orientar didácticamente al estudiante en el acceso a los contenidos y actividades de aprendizaje que le permitan comprender y aplicar los diferentes conocimientos. Por todo lo expuesto se considera importante que los materiales didácticos elaborados para la enseñanza virtual deben tender a potenciar al máximo la interactividad y la creación conjunta del conocimiento y el aprendizaje, a partir del uso de las nuevas tecnologías de comunicación.

3 La Experiencia

Matemática I es una asignatura de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T., que se imparte en el primer cuatrimestre. En los últimos años el número de alumnos inscriptos se mantuvo muy elevado, llegando al año 2018 con una matrícula de 1400 alumnos.

La Cátedra viene implementando desde el año 2013 diferentes actividades a ser desarrolladas en el Aula Virtual de esta asignatura, como complemento de las clases presenciales, a los fines de potenciar la activa participación del alumno en su propio aprendizaje. En el año 2017 se decidió migrar la misma a la nueva plataforma Moodle, conservando las mismas características de su diseño, teniendo en cuenta los componentes didácticos y su estructura de acuerdo a los recursos y posibilidades técnicas que permite la nueva Plataforma Moodle, versión 3.0. (http://campusvirtualunt.net/course/view.php?id=4&section=0).

Cabe destacar que esta asignatura también se desarrolla en el segundo cuatrimestre mediante la modalidad denominada "Talleres participativos" dirigida a los alumnos que no regularizaron la materia pero tienen uno de los parciales aprobados.

A fin de implementar la modalidad *b-learning*, como parte de las actividades del Proyecto, y con el propósito de mejorar la calidad de la enseñanza, se diseñaron y elaboraron nuevos materiales didácticos en diferentes formatos entre ellos los de tipo multimedia, combinando diferentes tecnologías como textos, imágenes, sonido y vídeos, desde una perspectiva de máximo provecho pedagógico. La experiencia se llevó a cabo en el segundo cuatrimestre del año 2018, participando de la misma, 35 alumnos. La virtualización de la enseñanza, se realizó en la nueva Plataforma *Moodle*, la cual ofrece un conjunto de recursos que facilitan la realización de actividades didácticas y que sirven de soporte al desarrollo del proceso docente educativo.

De las siete unidades temáticas, se consideró el tema Sistemas de Ecuaciones Lineales para llevar a cabo la experiencia. Entre los recursos o materiales didácticos que se diseñaron y elaboraron especialmente se encuentran:

La Guía Didáctica: (en formato pdf), se elaboró a fin de facilitar el aprendizaje de los contenidos y actividades a realizar. La misma contenía los objetivos del tema, los contenidos, un cronograma de las actividades virtuales a desarrollar, bibliografía recomendada, así como las orientaciones para el estudio y la formas de evaluación. Contenía además la metodología a seguir como así también las tareas y actividades que tenían que realizar de forma autónoma y colaborativa.

Un Resumen: **(**en *power point*) conteniendo los conceptos teóricos del tema, destacando aquellos más relevantes, comunicando las ideas (contenidos claves del material) de manera precisa y ágil.

Un Mapa Conceptual: (realizado con la herramienta *Cmaptools*), considerado como una estrategia de aprendizaje, por cuanto su uso presenta ventajas como la de potenciar habilidades tales como la concentración, la asociación de ideas y la memoria, incentivando el pensamiento crítico y creativo, entre otras (Oré, 2007).

Videos tutoriales de Conceptos Teóricos (desarrollados con la herramienta *Camtasia Studio*) y de Ejercicios Resueltos, por cuanto su implementación facilita la comprensión de los contenidos a los alumnos; les permite avanzar según sus propios ritmos de aprendizaje; propicia la autorregulación y la autoevalución, entre otros, siempre que esté enmarcado por actividades previas y posteriores a la visualización del mismo (Rondeans, 2012).

Cabe mencionar que en la elaboración de los materiales didácticos se tuvieron en cuenta pautas didácticas y pedagógicas de manera que el alumno pudiera realizar la construcción de su propio conocimiento y con el fin de facilitar un aprendizaje significativo. Se consideraron las necesidades cognitivas de los alumnos y las herramientas tecnológicas de la web 2.0 que propician el aprendizaje interactivo y colaborativo.

A continuación se presenta en las Figuras N°1 y 2, la vista de todas las actividades y materiales implementados en el Aula Virtual de la asignatura Matemática I para el tema Sistemas de Ecuaciones Lineales.

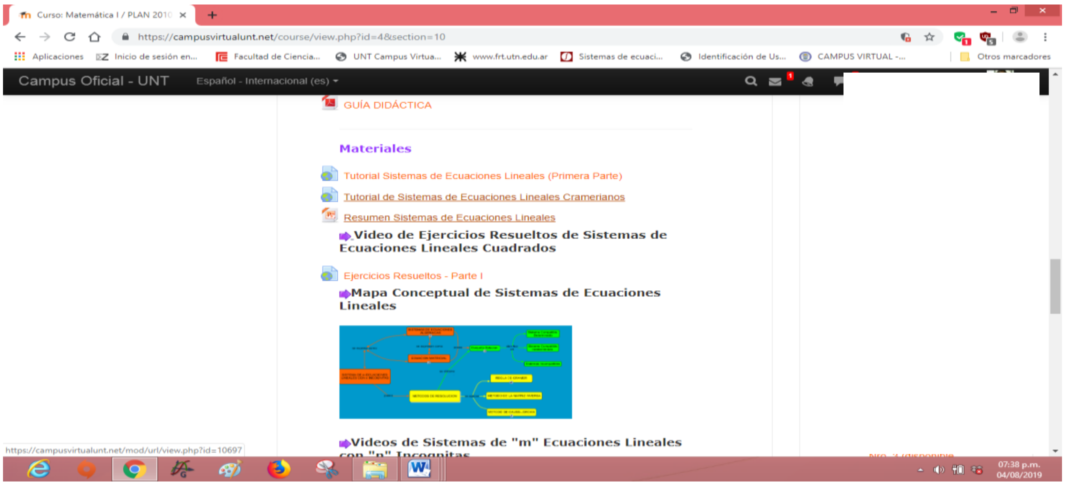


Figura 1. Aula Virtual de Matemática I, vista de los materiales correspondientes a la unidad temática Sistemas de Ecuaciones Lineales. Año 2018. Fuente: Aula Virtual Matemática I 2018.

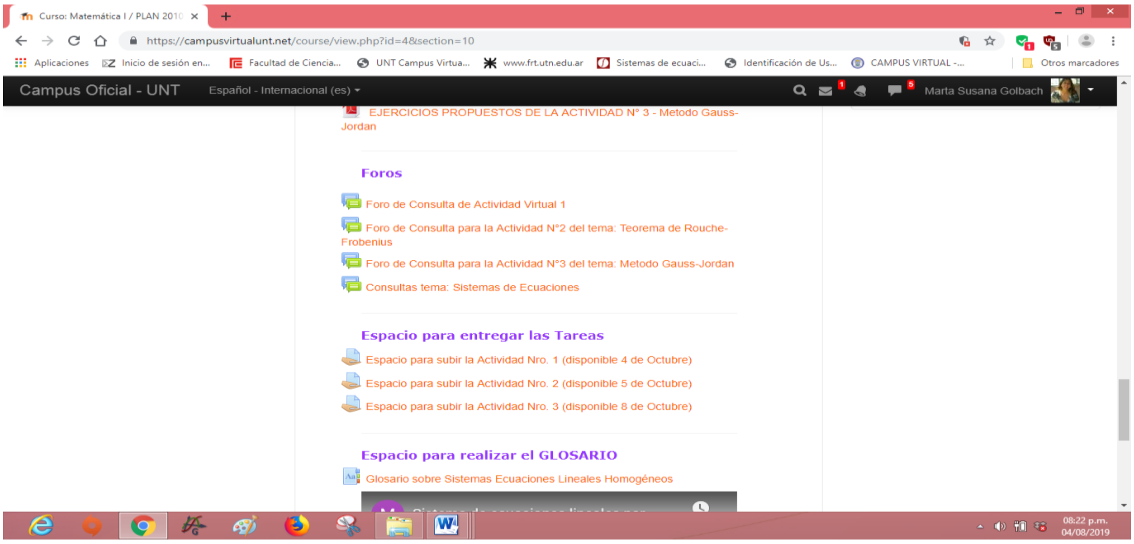


Figura 2. Aula Virtual de Matemática I, vista de los materiales correspondientes a la unidad temática Sistemas de Ecuaciones Lineales. Año 2018. **Fuente:** Aula Virtual Matemática I 2018**.**

4 La investigación

Se llevó a cabo un estudio descriptivo, de corte transversal y la población bajo estudio estuvo compuesta por los 35 (treinta y cinco) alumnos que realizaron los Talleres Participativos durante el segundo cuatrimestre del año 2018. El objetivo de la investigación fue conocer la opinión de los estudiantes respecto de los nuevos materiales empleados en esta modalidad de enseñanza. Para ello se aplicó una encuesta *on line* en el Aula Virtual de Matemática I, implementada antes del segundo y último parcial, previa validación de la misma, con la ejecución de una prueba piloto.

Se indagó a los estudiantes sobre aspectos didácticos y de utilidad de los nuevos materiales, registrándose como opciones de respuesta en cada uno de los ítems evaluados; muy de acuerdo; de acuerdo; ni de acuerdo, ni en desacuerdo; en desacuerdo y muy en desacuerdo.

4.1 Resultados

Se presentan los resultados más relevantes que surgieron de la investigación:

Al consultar a los alumnos sobre los medios de conexión que utiliza para el acceso a Internet se pudo observar que, el 94% accede al Aula Virtual mediante teléfonos celulares y el resto lo hace a través de una *Tablet*. Todos manifestaron contar con un correo electrónico para el trabajo en el Aula Virtual.

Se evaluó la percepción de los alumnos sobre los nuevos materiales didácticos utilizados para el aprendizaje del tema, considerando primeramente cada uno de los materiales disponibles en el Aula Virtual de forma individual.

i) Al indagar si la Guía Didáctica les resultó de utilidad para realizar todas las actividades y tareas planteadas en esta unidad, se encontró que más de la mitad de los alumnos (63%) estuvo de acuerdo y un 26% muy de acuerdo. Es decir, la mayoría de los alumnos (89%) consideraron que este recurso les facilitó el aprendizaje de los contenidos y la realización de las actividades virtuales propuestas en el Aula Virtual.

ii) Se indagó también si las orientaciones contenidas en la Guía Didáctica resultaron comprensibles para realizar las diferentes actividades. La mayoría de los encuestados, (90% entre los que estuvieron “muy de acuerdo” y “de acuerdo”) manifestaron que les resultaron claras. Lo cual lleva a pensar que este material los orientó didácticamente en la realización de las diferentes actividades de aprendizaje.

iii) En los siguientes gráficos se presentan los resultados obtenidos al analizar la utilidad de los Videos Tutoriales de los Contenidos Teóricos, de los Ejercicios Resueltos y del Resumen del tema Sistemas de Ecuaciones Lineales propuestos en el Aula Virtual.

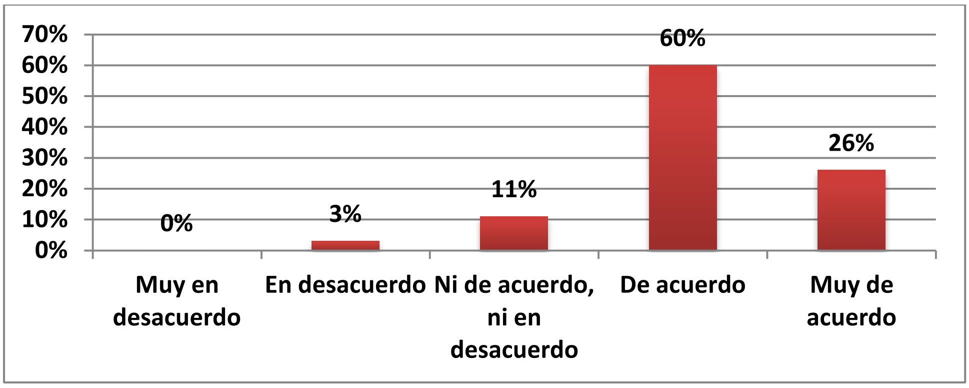


Gráfico. 1 – Distribución porcentual de 35 alumnos según el ítem "Utilidad de los videos tutoriales para comprender los contenidos teóricos". Fuente: Matemática I. Año: 2018

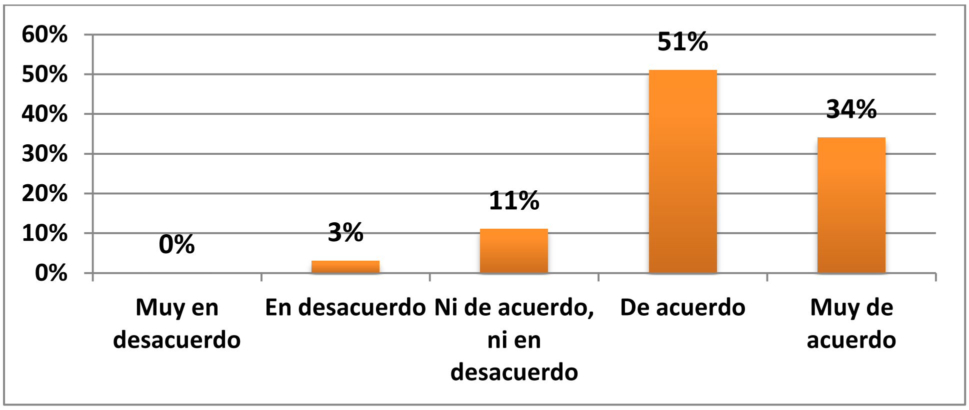


Gráfico. 2 – Distribución porcentual de 35 alumnos según el ítem "Utilidad de los videos de ejercicios resueltos para la comprensión del tema". Fuente: Matemática I. Año: 2018

obre los eferidos a los Ejercicios Resueltos (un 34% se mostró muy de acuerdo, en este caso). Los resultados obtenidos sugieren pensar que se deben a que los mismos les permite revisar (cuántas veces lo deseen), comprender y analizar las estrategias y procedimientos utilizados, así también cómo aplicar conceptos y teoremas, de acuerdo a sus ritmos de aprendizaje.

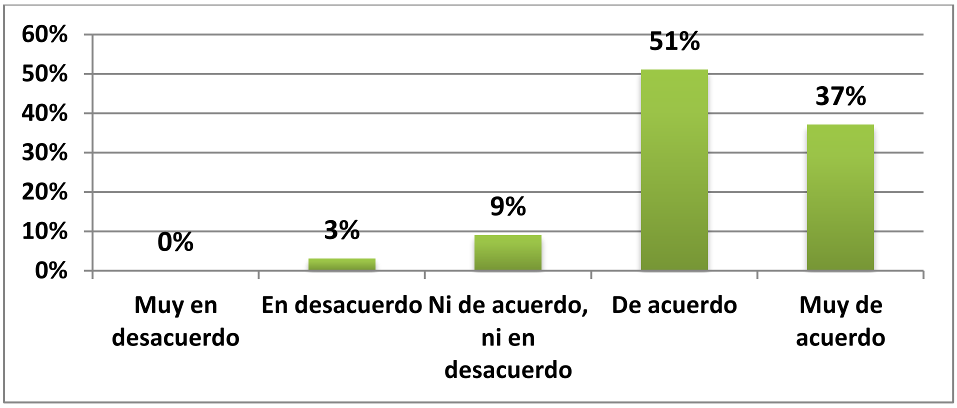


Gráfico. 3 – Distribución porcentual de 35 alumnos según el ítem "Utilidad del Resumen sobre Sist. de Ecuac. Lineales para la comprensión del tema". Fuente: Matemática I. Año: 2018

En cuanto al ítem referido a si el Resumen en *power point* les resultó útil para la comprensión de los conceptos teóricos del tema Sistemas de Ecuaciones Lineales, disponible en el Aula Virtual, se encontraron porcentajes similares al del Video de Ejercicios Resueltos, (un 37% está muy de acuerdo en este caso). Esto se debe a que es una de las estrategias más usadas por los alumnos, por cuanto les facilita el recuerdo de la información más relevante del contenido por aprender.

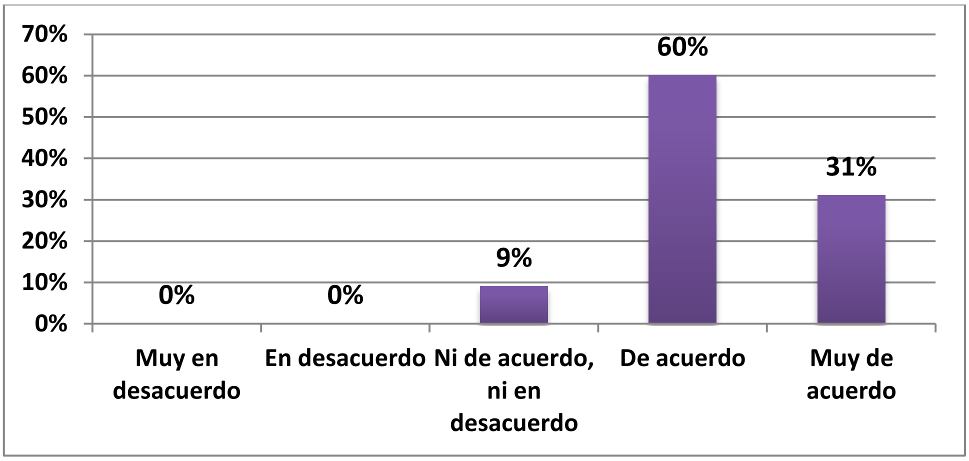
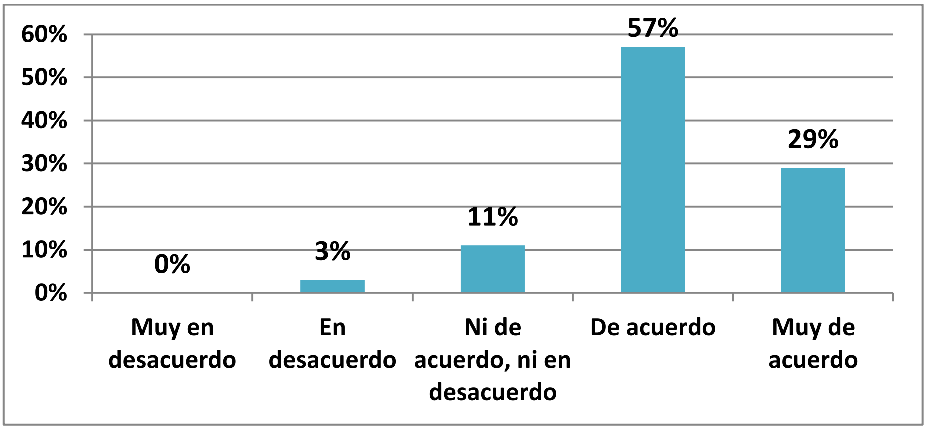


Gráfico. 4 – Distribución porcentual de 35 alumnos según el ítem "Utilidad del mapa conceptual de Sistemas de Ecuaciones Lineales para organizar conceptos". Fuente: Matemática I. Año: 2018

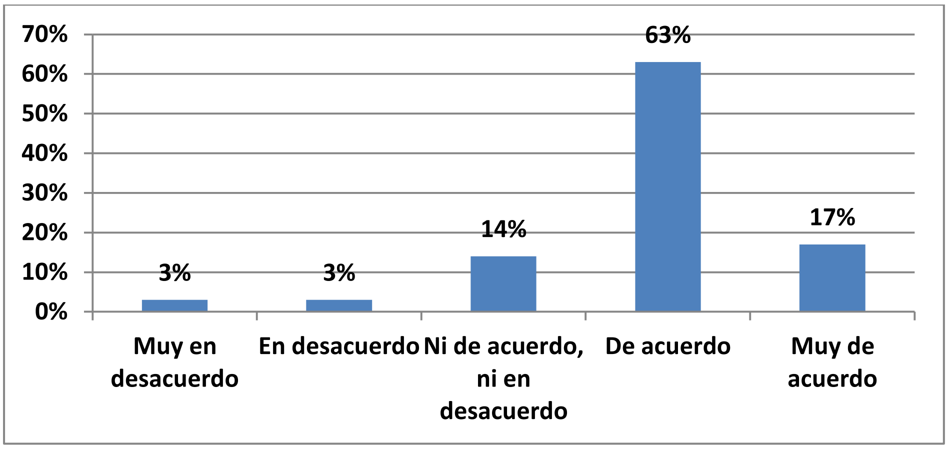
Al consultar si el Mapa Conceptual presentado en el Aula Virtual sobre Sistemas de Ecuaciones Lineales les resultó de utilidad para organizar los conceptos teóricos, se encontró que, los porcentajes de aceptación son mayores (60% está de acuerdo), comparados con los alcanzados en las otros materiales ya analizadas.

Se indagó además si el Mapa Conceptual les ayudó a comprender los conceptos del tema, se observó que el 52% está de acuerdo y un 34% muy de acuerdo. Estos resultados obtenidos, en ambos ítems, nos induce a pesar que este material les facilitó la comprensión del tema por cuanto permite tener una visión clara y global del contenido presentado.

iv) En general, la visión de los estudiantes sobre el conjunto de materiales disponibles, puede resumirse en los siguientes gráficos:



Gráfica. 5 – Distribución porcentual de 35 alumnos según el ítem "Los materiales disponibles en el Aula Virtual facilitaron la comprensión del mismo". Fuente: Matemática I. Año: 2018.



Gráfica. 6 – Distribución porcentual de 35 alumnos según el ítem "El empleo de todo lo presentado en el Aula Virtual (materiales, guía, herramientas, etc.) fue de fundamental importancia para lograr el aprendizaje del tema". Fuente: Matemática I. Año: 2018

Tal como puede observarse en los dos últimos gráficos, la mayoría de los estudiantes manifestó que todos los recursos, materiales y herramientas didácticas, disponibles en Aula Virtual resultaron fundamentales durante el proceso de enseñanza – aprendizaje con esta modalidad semipresencial. Resaltaron, además, que el aporte de los mismos fue mayor (86%) en lo que se refiere a una mejor comprensión del tema a estudiar.

Finalmente al indagar si los materiales presentados en el Aula Virtual fueron suficientes para realizar el estudio del tema Sistemas de Ecuaciones Lineales, se encontró que el 63% de los alumnos estuvo de acuerdo, un 14% muy de acuerdo y sólo un 11% en desacuerdo. Lo cual indicaría que los materiales didácticos desarrollados le facilitaron el proceso de aprendizaje de los alumnos.

5 Conclusiones

Para que el alumno logre un papel más activo en su propio aprendizaje es sustancial tomar en cuenta las recomendaciones y sugerencias en el diseño y creación de los materiales digitales. Esto es: adecuando el lenguaje a la comprensión de los estudiantes, pero sin dejar de lado el manejo correcto de los términos propios de la disciplina Matemática (adecuada trasposición didáctica), teniendo en cuenta el desarrollo del pensamiento crítico, las diferentes formas de modelizar y resolver problemas, entre otros. Los resultados positivos manifestados por este grupo de alumnos alientan a continuar en esta línea de trabajo de investigación, esto es, repetir esta experiencia en el dictado regular de la materia, durante el primer cuatrimestre, aunque seleccionando aquellas unidades temáticas que sean favorables para un aprendizaje más autónomo de los estudiantes. Continuamos evaluando en forma permanente nuevos recursos, materiales didácticos y herramientas que se puedan sumar en este tipo de experiencias, identificando aquellos que resultan "más próximos al estudiante". Asimismo queda abierta la posibilidad de mejora del material diseñado, con el trabajo del equipo docente de la Cátedra.

6 Referencias

Cabero, J.; (editor) Salinas, J.; Duarte, A. M.; Domingo, J. (2000). *Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*. Madrid. España. Editorial Síntesis.

Camacho Zúñiga, M.; Alemán, L.; Sandoval Díaz, G. (2015). *Estrategias de aprendizajes para Entornos Virtuales*. Área de Tecnología Educativa y Producción de Recursos Didácticos. Universidad Técnica Nacional de Puerto Rico.

Dávila, Ruíz Bolívar y Francisco (2013). Modelo Tecno-Pedagógico para la Implantación de la Modalidad Semipresencial en la Educación Universitaria. *Revista educare.* Vol. 17. N°3, pp.115-140.

Del Prado, A.; Doria, M. (2015). *Construcción de materiales didácticos en ambientes virtuales de aprendizaje*. 2º Simposio Argentino sobre Tecnología y Sociedad. ISSN: 2451-7631.

García Aretio, L. (2002). *La Educación a Distancia. De la teoría a la práctica*. Editorial Ariel S. A. (2da Ed)

Gilabert, M. (2012). *Desarrollo de materiales para la enseñanza virtual de contabilidad en el nivel superior. Orientaciones y criterios*. Universidad Abierta Interamericana.

González, A., Esnaola, F. y Martín M. (2012). *Propuestas educativas mediadas por tecnologías digitales: Algunas pautas de trabajo*. Dirección de Educación a Distancia Innovación en el aula y TIC. ISBN n° 978-950-34-0937-4. La Plata: EUNLP.

Moreira, A.; García, R.; Torres Amaro, M. (2012). *Elaboración de material didáctico para la World Wide Web*. Editorial Universidad de la Laguna. Tenerife.

Oré Fantappie, L. (2007). *Mapas Mentales*. Recuperado de http://www.mapasmentales.org. Accedido el 16 de julio de 2019.

Rondeans, M. (2012). La utilización de los videos tutoriales en educación. Ventajas e inconvenientes. Software gratuito en el mercado. *Revista Digital Sociedad de la Información*. Editorial Cefalea.

Salinas, J. (2012). Reseña del libro diseño y moderación de entornos virtuales de aprendizaje (eva). *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. *Vol*. 9, n° 1, UOC.

171 INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA: PROPUESTA DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA

ALIAGA, María Laura - RENAUDO, Juan Antonio – BARACCO, Marcela Natalia
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales – Universidad Nacional de San Luis
aliagalaura@gmail.com - juanantoniorenaudo@gmail.com - mnbaracco@gmail.com
Especialidad: Educación Matemática
Palabras claves: Derivada – Secuencia didáctica – Interpretación geométrica

Resumen

El aprendizaje del cálculo, y particularmente la noción de derivada, representan un gran desafío en la educación superior. Uno de los mayores problemas que generalmente se presentan al comenzar a estudiar dicho concepto es la comprensión de su significado geométrico ya que existen numerosas dificultades relacionadas a conocimientos previos que deben ser puestos en juego sobre todo a la hora de trabajar la interpretación geométrica de la derivada. Si bien los estudiantes pueden realizar con éxito cálculos mecánicos y resolver algunos problemas, encuentran inconvenientes a la hora de utilizar el concepto geométrico. A través de la experiencia al trabajar con estudiantes de primer año de carreras de ciencias económicas de la Universidad Nacional de San Luis, notamos que luego de cursar la asignatura Análisis Matemático I, nuestros alumnos presentan dificultades para distinguir, por ejemplo, entre la derivada de una función en un punto y la función derivada.
En el presente trabajo se propone una secuencia didáctica que facilite el aprendizaje de la interpretación geométrica de la derivada, al conjugar en ella situaciones que implican un trabajo en diferentes registros de representación semiótica. El tratamiento, pasaje y cambio de registros será el eje alrededor del cual gire la construcción de las actividades. Este trabajo geométrico y algebraico proporcionará una mejor comprensión de la interpretación geométrica de la derivada, facilitando al estudiante visualizar la relación entre la gráfica de una función y su función derivada, lo que le permitirá luego poder interpretar cuando una función crece o decrece, y encontrar los máximos y mínimos de una función, siendo ésta una de las aplicaciones más utilizadas en la economía.

INTRODUCCIÓN

Una de las mayores dificultades que se pueden presentar al comenzar a estudiar la derivada de una función, es la comprensión de su significado geométrico. Mientras que el cálculo de derivadas suele resultar sencillo e incluso atractivo, la aplicación de la interpretación geométrica de la derivada en un punto se convierte muchas veces en un problema complejo, debido a que en muchos casos no se logra adquirir el concepto con claridad.

El aprendizaje del cálculo, y particularmente la noción de derivada, representan un gran desafío en la educación superior, ya que existen numerosos problemas relacionados a conceptos previos que deben ser puestos en juego sobre todo a la hora de trabajar la interpretación geométrica de la derivada, ya que si bien los estudiantes pueden realizar con éxito cálculos mecánicos y resolver algunos problemas, encuentran inconvenientes a la hora de comprender realmente el concepto geométrico de la derivada. A través de la experiencia al trabajar con estudiantes de primer año de carreras de ciencias económicas de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de San Luis; advertimos que luego de cursar la asignatura Análisis Matemático I, nuestros alumnos presentan dificultades, por ejemplo, para distinguir entre la derivada de una función en un punto y la función derivada.

Notamos año a año que si bien en el momento de la cursada los estudiantes no refieren mayores problemas al estudiar la derivada de una función, no hay una comprensión real de su significado, ya que en algunos exámenes finales muchos alumnos no pueden indicar por qué para hallar los máximos y mínimos de una función primero debemos encontrar aquellos valores en los que la derivada sea igual a cero. Con preocupación vemos que los cálculos son perfectos, pero no hay una comprensión integral del tema.

Por todo esto, en el presente trabajo se propone una secuencia didáctica que facilite el aprendizaje de la interpretación geométrica de la derivada al conjugar en ella situaciones que implican un trabajo en diferentes registros de representación semiótica (Duval, 1998). El tratamiento, pasaje y cambio de registros será el eje alrededor del cual gire la construcción de las actividades. Este trabajo geométrico y algebraico permitirá una mejor comprensión de la interpretación geométrica de la derivada, y que de esta manera el estudiante visualice la relación entre la gráfica de una función y su función derivada, lo que luego se estudiará con detenimiento al trabajar en las aplicaciones de la derivada y los criterios para hallar máximos y mínimos de una función.

MARCO TEÓRICO

De acuerdo con Duval (1998, 2006), la actividad cognitiva del quehacer matemático tiene dos características fundamentales: por un lado, ya que no es posible acceder a los objetos matemáticos a través de la percepción sensorial, son necesarias las representaciones semióticas, que son el medio por el cual un individuo exterioriza sus representaciones mentales, es decir, puede hacerlas visibles o accesibles a los otros. En matemáticas, las representaciones semióticas son indispensables (por ejemplo los símbolos para las ecuaciones, desigualdades o los números mismos). Por otro lado, la noción de representación semiótica supone la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro. Entonces ¿qué se requiere para considerar un sistema como un registro de representación semiótico? Que dicho sistema permita tres fundamentales actividades cognitivas: **Formación** (dada en un registro semiótico para "expresar" una representación mental o bien para “evocar" un objeto real), **Tratamiento** (cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro) y **Conversión** (cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial).

Para la comprensión de un concepto es necesaria la coordinación de los diferentes registros de representación, ya que con la representación en un solo registro (mono-registro) no se obtiene la comprensión integral del concepto. Sin embargo, la conversión entre registros no se realiza en forma espontánea, a menos que se trate de representaciones congruentes entre el registro de partida y el de llegada. En esta teoría se considera que la *comprensión integral de un concepto* está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación y esta coordinación se pone de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva, logrando articulaciones entre diferentes registros de representación semiótica. Algunos ejemplos de estos registros pueden ser el lenguaje natural, las escrituras algebraicas o los gráficos cartesianos.

Al resolver una tarea matemática y utilizar un registro y posteriormente otro, algún tipo de coordinación habrá de darse entre ambos. Según Duval (2006), muchas de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se originan en el desconocimiento que tienen los profesores sobre los fenómenos relativos a estas cuestiones. Así mismo, es fundamental que el objeto no sea confundido con sus representaciones y que se lo reconozca en cada una de sus posibles representaciones. Por todo esto, como docentes debemos pensar en cómo organizar las actividades de la clase de modo tal que nos permitan guiar al estudiante hacia la comprensión, siendo esta tarea uno de los grandes inconvenientes con los que nos encontramos en nuestro quehacer diario.

Proponemos en esta oportunidad una secuencia didáctica, entendiendo como tal *una serie de actividades de aprendizaje que tengan un orden interno entre sí, (…) recuperando aquellas nociones previas que tienen los estudiantes sobre un hecho, vinculándolo a situaciones problemáticas y de contextos reales con el fin de que la información que a la que va acceder el estudiante en el desarrollo de la secuencia sea significativa*, *esto es tenga sentido y pueda abrir un proceso de aprendizaje.* (Díaz Barriga, 2013*).* En definitiva, lo que proponemos es una serie de actividades que permitan que el estudiante revise sus nociones previas, realice cambios y conversiones entre registros y alcance, en este ir y venir, un aprendizaje significativo. La secuencia no propone que el estudiante haga ejercicios rutinarios o monótonos, sino que realice *acciones que vinculen sus conocimientos y experiencias previas, con algún interrogante que provenga de lo real y con información sobre un objeto de conocimiento* (Díaz Barriga, 2013). La línea de secuencias didácticas está integrada por tres tipos de actividades: apertura, desarrollo y cierre. En la conformación de esta propuesta de actividades subyace simultáneamente una perspectiva de evaluación formativa, como de evaluación sumativa, la que ofrece evidencias de aprendizaje, en el mismo camino de aprender.

PROPUESTA DE SECUENCIA DIDÁCTICA:

Asignatura: Análisis Matemático I **Tema:** Interpretación Geométrica de la Derivada

Duración de la secuencia y número de sesiones previstas: Se prevén tres encuentros

Finalidad, propósitos u objetivos:

4. Identificar la recta tangente como el límite de las rectas secantes y determinar, a partir de ahí, la pendiente de la recta tangente en un punto dado.

- Obtener geométricamente la derivada de una función en un punto.
- Determinar la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto por medio de la derivada.
- Comprender la diferencia entre la derivada de una función en un punto y la función derivada.
- Comprender y utilizar la interpretación gráfica de la derivada de una función en un punto para realizar la gráfica aproximada de una función.

¡IMPORTANTE! Para lograr estos objetivos, se debe tener en cuenta que es necesario utilizar los siguientes conocimientos previos, que se aplicarán a lo largo de toda la secuencia:

- Funciones: dominio, recorrido, valor numérico de una función y gráfica de una función.
- Límite de una función en un punto.
- Rectas: Elementos de una recta (pendiente, ordenada al origen), ecuación de la recta dado un punto y la pendiente, rectas tangentes y rectas secantes. Rectas perpendiculares y paralelas.

Evaluación: criterios de valoración; lineamiento para la resolución y uso de los exámenes:

Al finalizar estas actividades se espera que el estudiante esté en condiciones de identificar la diferencia entre la derivada de una función en un punto y la función derivada, y pueda utilizar la información que brinda la derivada en un punto para realizar la gráfica de una función. Estos conocimientos luego le servirán para poder interpretar cuándo una función crece o decrece, y encontrar los máximos y mínimos de una función, una de las aplicaciones más utilizadas en la economía.

Actividades de apertura: Las actividades que se plantean a continuación tienen como objetivo que el estudiante pueda familiarizarse con los conceptos de recta secante y tangente a una curva, de modo que entienda el concepto de derivada como el límite de las rectas secantes.

Actividad 1: Dada la curva $f_{(x)} = \frac{1}{2}x^2 + 2$, calcular la ecuación de la recta tangente a la curva en $P_0(2{,}4)$.

Si recordamos la ecuación de la recta que pasa por un punto $y - y_0 = m(x - x_0)$, y tenemos como dato el Punto P_0 , nos faltaría conocer la pendiente m.

Tratemos de hallar una aproximación calculando la pendiente de la recta secante a la curva que pasa por los puntos $P_0(2{,}4)$ y $P_1(4{,}10)$; $m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \rightarrow m = \frac{10-4}{4-2} = \frac{6}{2} \rightarrow \boldsymbol{m = 3}$

Teniendo en cuenta lo anterior, si nos acercamos por derecha a $x = 2$ podemos calcular la pendiente de la recta secante que pasa por los puntos $P_0(2{,}4)$ y $P_2(3, \frac{13}{2})$; $m = \frac{y_2 - y_0}{x_2 - x_0} \rightarrow m = \frac{\frac{13}{2} - 4}{3-2} = \frac{5}{2} \rightarrow \boldsymbol{m = 2{,}5}$

Si nos acercamos por izquierda a $x = 2$ calculamos la pendiente de la recta secante que pasa por los puntos $P_0(2{,}4)$ y $P_3(1, \frac{5}{2})$; $m = \frac{y_3 - y_0}{x_3 - x_0} \rightarrow m = \frac{\frac{5}{2} - 4}{1-2} = \frac{3}{2} \rightarrow \boldsymbol{m = 1{,}5}$

Si generalizamos, vemos que podemos calcular las pendientes de las rectas secantes de la siguiente manera:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

En nuestro caso en particular sería: $m = \frac{\left(\frac{1}{2}x^2 + 2\right) - 4}{x - 2}$

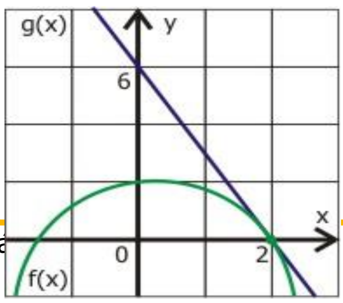
Veamos ahora los valores que toma *"m"* para diferentes valores de "x" cercanos a 2. Completa las siguientes tablas:

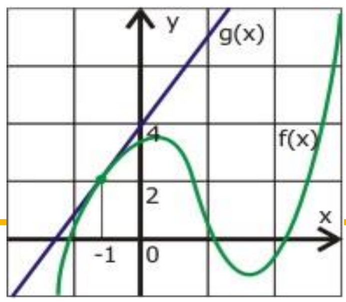
	x	m
Por izquierda	1	1.5
	1.5	
	1.75	
	1.85	
	1.9	
	1.99	
	1.999	**.....**

x	m	
3	2.5	Por Derecha
2.75		
2.5		
2.15		
2.1		
2.01		
2.001	**.....**	

Podemos inferir que cuando "x" más cerca está de 2, la pendiente de la recta secante se aproxima (tanto por derecha como por izquierda) a ....

Actividad 2: Encontrar las pendientes de las rectas tangentes trazadas en cada una de las gráficas y completar:





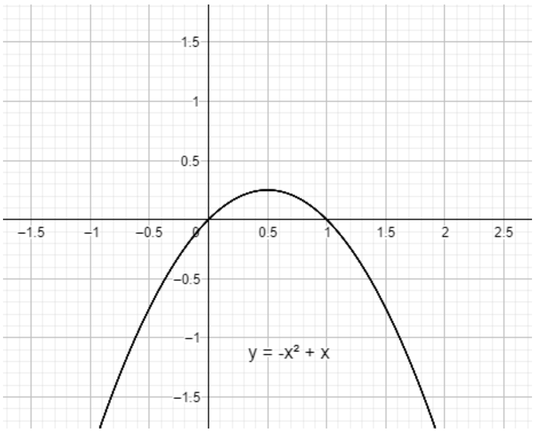
f ’(2)=....... *f ’(-1)=.......*

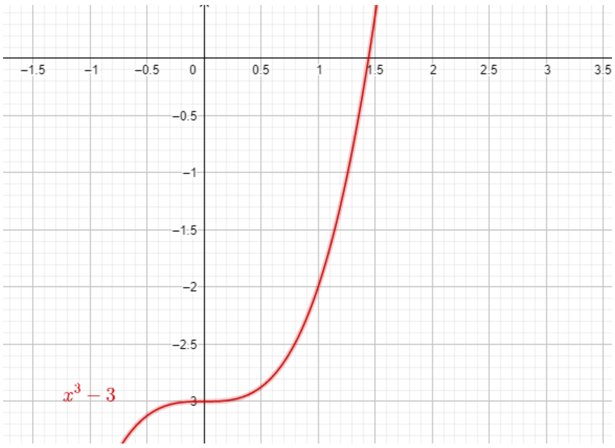
<u>Actividades de desarrollo:</u>

<u>Actividad 3</u>:

a) ¿Para qué valor del dominio de la función *f(x)* = $-x^2 + x$, la pendiente de la recta tangente es –3?

b) ¿Para qué valor del dominio de la función *f(x)* = x^3 - 3, la pendiente de la recta tangente es 3?





<u>Actividad 4</u>:

4.1 Encontrar el punto *(x, y)* donde la recta tangente al gráfico de $f(x) = x^3 - 2x + 3$ es:

a) paralela a la recta: *y* = *x* – 1 b) perpendicular a la recta: $y = -\frac{3}{2}\,x + 5$

Para comenzar a pensar…

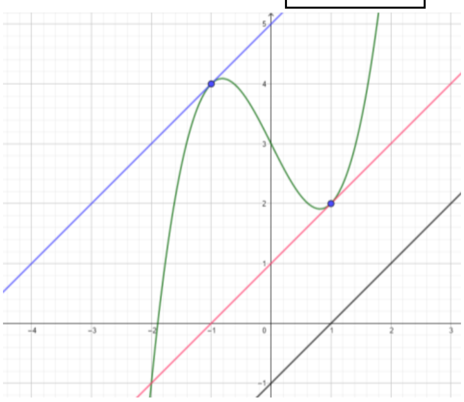
a) $f´(x) = 3x^2 - 2$. La pendiente buscada vale “……….” por lo que: $1 = 3x^2 - 2$

Al resolver la ecuación encontramos dos valores de “x”: $x_1 = 1,\ x_2 = -1$. Reemplazamos estos valores en $f(x)$ y obtenemos coordenadas de los puntos por donde pasan las rectas tangentes a la curva en: $P_1(1{,}2),\ P_2(-1{,}4)$.

Por el punto $P_1(1{,}2)$ pasa la recta $y - 2 = 1(x - 1) \rightarrow$

Por el punto $P_2(-1{,}4)$ pasa la recta $y - 4 = 1(x +$ 1) $\rightarrow$

y = x+5



b) Debemos encontrar una recta perpendicular a: $y = -\frac{1}{10}x + 2$

$f´(x) =$ _________ , la pendiente buscada vale “_______” por lo que: _____ $= 3x^2 - 2$

Utilizando el ejemplo anterior, encuentra el punto *(x, y)* donde la recta tangente al gráfico de $f(x) = x^3 - 2x + 3$ es perpendicular a $y = -\frac{1}{10}x + 2$ y comprueba utilizando Geogebra o Photomath.

4.2) a) Dadas las siguientes funciones, indicar para qué valores *f´(x)=0.*

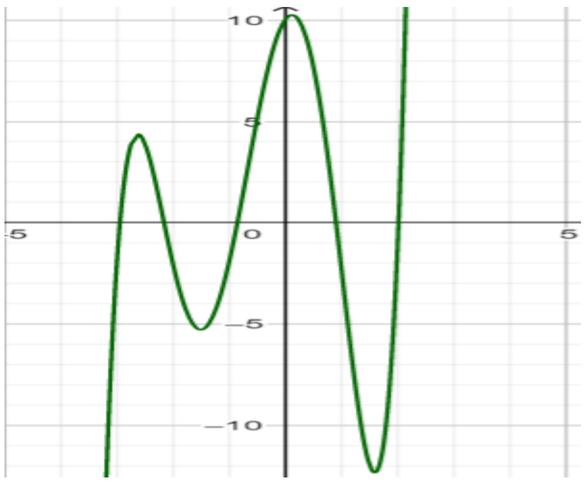
$$\boldsymbol{f(x) = -3x^2 + 2}$$

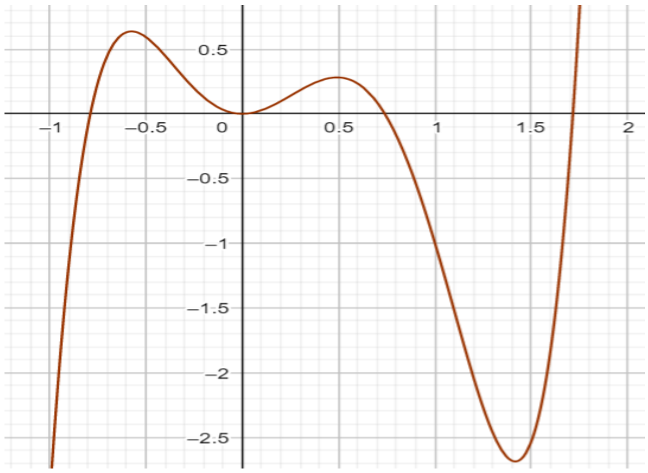
$$\boldsymbol{g(x) = 2x^3 + 6x^2 \ - 2}$$

$$\boldsymbol{h(x) = 3x^5 + 6x^3 - 3x}$$

b) ¿Cómo es la recta tangente a la curva en dichos puntos? **Grafique** (Puede hacerlo usando Geogebra)

4.3) Dadas las siguientes gráficas, marcar en las mismas los puntos donde la derivada de la función es igual a 0 y trazar la recta tangente en cada punto.





<u>Actividad 7</u>: Dibujar la gráfica aproximada de la función *g* utilizando la siguiente información:

g(0) = g(2) = g(4) = 0, *g´(1)= g´(3) = 0,* *g´(0)= g´(4) = 1,* *g´(2)= -1,*

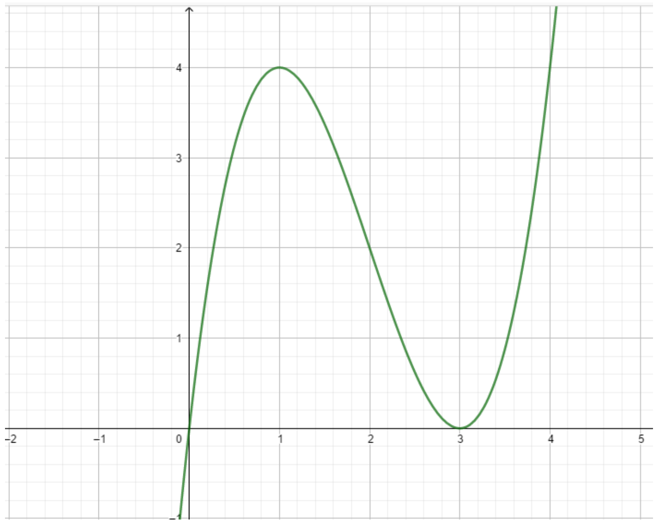
$\lim_{x \to \infty} g(x) = \infty$ $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

<u>Actividad 8</u>: Dibujar la gráfica aproximada de la función *f* para la cual:

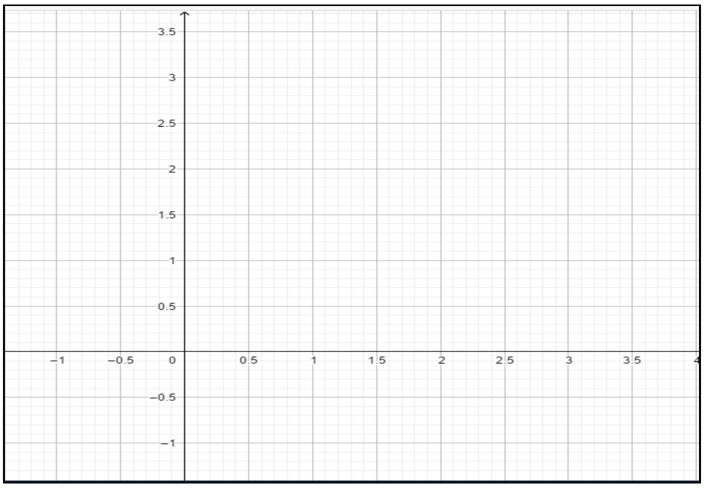
f(0) = 0, *f´(0) = 3,* *f´(1) = 0* *f`(2) = -1*

<u>Actividades de Cierre:</u>

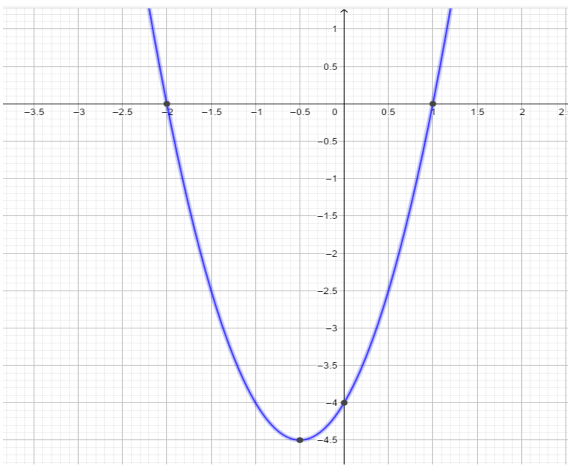
<u>Actividad 9</u>: Dada la gráfica de la función *f(x)* , realizar un esbozo de la gráfica de la función derivada *f´(x)* utilizando la información que te proveen las rectas tangentes de los puntos de la función *f .*



$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

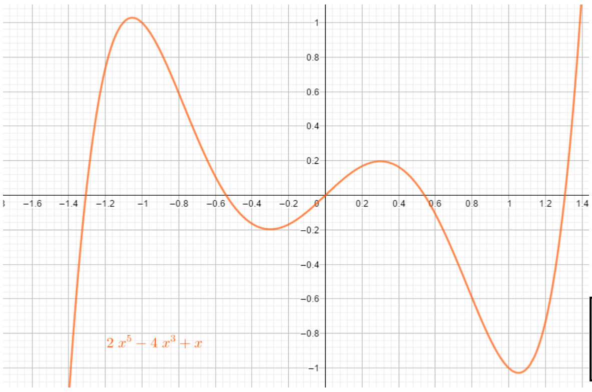


Actividad 10: Dada la gráfica de la función *f ´(x)*, y, sabiendo que *f (0)=0,* esbozar un gráfico aproximado de la función *f (x),* utilizando la interpretación geométrica de la derivada

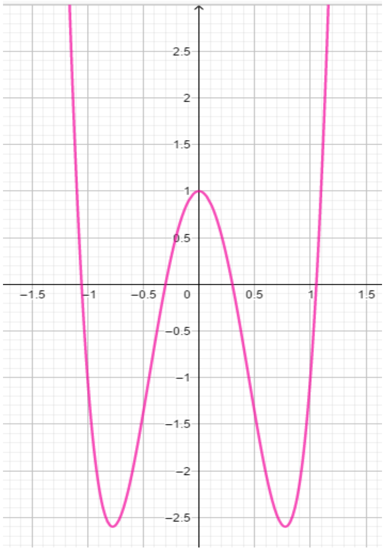


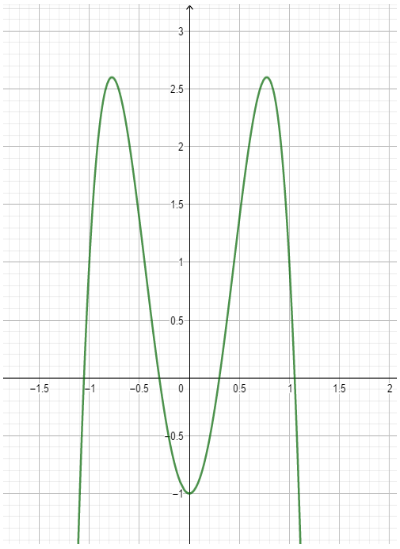
$f'(x) = 2x^2 + 2x - 4$

Actividad 11: En los siguientes gráficos indicar en los casos que corresponda cuál es la gráfica de la función y cuál es la gráfica de la función derivada. Justificar con al menos dos condiciones que le permiten realizar la identificación.



$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + x$

a) 

b) 

Evidencias de aprendizaje: Realización de gráficas utilizando la información que brinda la derivada de la función en un punto o la función derivada. Comprobación gráfica y algebraica utilizando lápiz, papel y graficadores.

Recursos: Guía práctica, lápiz, papel y aplicaciones del celular (Geogebra o Photomath)

CONCLUSIÓN

Las secuencias didácticas constituyen una organización de las actividades de aprendizaje que se realizarán con y para los estudiantes con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo. Deben ser un instrumento que permita la comprensión del programa de estudio a través de la gradualidad y relación entre los distintos temas del mismo.

Creemos que para que el estudiante, al abordar el tema de derivadas, logre comprender su verdadero significado, debe hacer un recorrido desde la internalización del significado geométrico de la derivada como el límite de las rectas secantes a una curva. Esto, sumado a la visualización de la relación entre una función y su función derivada, debe trabajarse detenidamente en el cambio de registro de gráfico a algebraico y recíprocamente, logrando así identificar las características geométricas que relacionan una con la otra.

El minucioso tratamiento de ejercitación adecuada de manera tradicional (uso de papel, lápiz y calculadora), complementada con el uso de graficadores (GeoGebra – Photomath), disponibles como simples aplicaciones en celulares, es un recurso didáctico simple y efectivo para la comprensión y visualización de un concepto que para alumnos de primer año con escasos conocimientos previos de geometría elemental resulta sumamente abstracto e inaccesible.

Detenerse el tiempo necesario (¿perder el tiempo?) para que los alumnos se apropien de este conocimiento, es sin dudas una ganancia en lo que respecta al cambio de actitud del estudiante frente al desafío de abordar otros temas de similar complejidad, para los cuales habrán adquirido estrategias de análisis que le faciliten la comprensión.

Este quehacer docente requiere de varios factores para ser llevado a la práctica, desde el tiempo de clase, articulación con el equipo de cátedra, posibilidad de "hacer" dentro de la misma, etc. Sin embargo, estamos convencidos que este tipo de actividades son totalmente necesarias para permitirle a nuestros estudiantes una comprensión integral, que permita actuar flexiblemente con el conocimiento, siendo este el fin último de todo acto educativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Díaz Barriga, Á. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. *UNAM, México*.
- Duval, R. (1993). Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros. Antología en Educación Matemática. Ed. Cambray, R. Sánchez, E. y Zubieta, G. México: *Ed. Cinvestav .Pág. 125-139.*
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. México: Investigaciones en Matemática Educativa II. *Ed. Hitt, F. Cinvestav. Pág. 173-201.*
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143-168.*
- Larson, R. E. H., Robert, P., Edwars, B. H., & Abellanas Rapún, L. (1999). *Cálculo y geometría analítica.*
- Leithold, L. (1994). *Matematicas previas al cálculo: funciones, graficas y geometria analitica con ejercicios para calculadora y graficadora.* Harla.
- Rojas, P. J. (2012). Sistemas de representación y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 12(1).*
- Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. México. International Thomson.
- Tobón, S. T., Prieto, J. H. P., & Fraile, J. A. G. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias.* México: Pearson educación.
- Weber, J. E., & Draper, J. E. (1984). *Matemáticas para administración y economía.*

179 COMPETENCIAS MATEMÁTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CICLO DE FORMACIÓN PROFESIONAL

Lagraña, Claudia Dolores – Duarte, Adriana Gabriela – Jagou, Nancy Elizabeth
Facultad de Ciencias Económicas, Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, Universidad Nacional de Misiones – Facultad de Ciencias Económicas, Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, Universidad Nacional de Misiones – Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales, Universidad Nacional de Misiones
claudialagrana@gmail.com – duaradriana@gmail.com – njagou@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Competencias matemáticas, Resolución de problemas, Formación profesional.

Resumen

Esta presentación muestra el avance en una investigación referida a las competencias matemáticas necesarias en la resolución de problemas de asignaturas del ciclo de formación profesional en carreras universitarias. En éste ciclo, las Ciencias Básicas abarcan los conocimientos comunes a todas las carreras, con las que se esperan asegurar una sólida formación conceptual para el sustento de las disciplinas específicas. Siendo la matemática una de esas ciencias básicas, se ha detectado la existencia de una problemática común entre diversas carreras. Es frecuente que los estudiantes presenten dificultades para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en contextos propios de asignaturas correspondientes al ciclo de formación profesional.
Así, se tuvo la intención de comprender y describir las competencias matemáticas que se requieren en el ciclo profesional de carreras de la Universidad Nacional de Misiones en las cuales la matemática está presente.
La exploración bibliográfica existente sobre la problemática, posibilitó una revisión respecto de los conceptos competencia y *competencias matemáticas* en el campo de la educación. Permitió arribar al marco teórico y metodológico “de los Modelos Teóricos Locales” (MTL), al que adherimos por considerar que presenta el encuadre adecuado para el estudio de las competencias matemáticas puestas en juego en la adquisición de conocimientos de un área específica.
Asimismo, ofreció la posibilidad de optar como marco teórico y metodológico al Modelo Teórico Local (MTL). Este modelo presenta el encuadre adecuado para el estudio de las competencias matemáticas puestas en juego en la adquisición de conocimientos de un área específica.

1. Introducción

En la formación universitaria, las Ciencias Básicas abarcan los conocimientos comunes a diferentes carreras, ellas proveen la formación conceptual necesaria para el sustento de las disciplinas específicas. Además, pretenden aportar a los estudiantes un conjunto de competencias que faciliten su tránsito académico en los espacios curriculares de formación específica de su profesión futura. Siendo la matemática la ciencia básica de mayor presencia en las carreras universitarias, cobra importancia la problemática común que se traduce en la existencia de dificultades en su abordaje. Esto es, comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en contextos propios de las asignaturas correspondientes al ciclo de formación profesional, lo que ocasiona con frecuencia obstáculos para el aprendizaje exitoso de las mismas.
La intención inicial del proyecto de investigación fue estudiar las competencias matemáticas de los estudiantes y cómo estas incidían en el aprendizaje de asignaturas del ciclo profesional de algunas carreras de la UNaM. No obstante, el avance en la elaboración del marco conceptual teórico provocó la redefinición de los objetivos posibles de alcanzar para el desarrollo de la investigación. Nos planteamos como nueva meta indagar acerca de las competencias matemáticas que disponen los estudiantes al momento de resolver situaciones problemáticas en asignaturas del ciclo de formación profesional.

2. Estado del arte

La búsqueda de investigaciones existentes sobre la problemática y la exploración bibliográfica, posibilitó una revisión conceptual respecto del término “competencia” en el campo de la educación y acceder a desarrollos teóricos que describen cuándo se puede decir que una persona es competente en matemática, o que tiene “competencias matemáticas”.

En cuanto al término competencia, Chomsky (1965), en el campo de la lingüística se refiere a ella como la capacidad innata que tiene todo ser humano de poder hablar y crear mensajes que nunca antes había oído. Define competencia como: “la capacidad de creación y producción autónoma, de conocer, actuar y transformar la realidad que nos rodea, ya sea personal, social, natural o simbólica, a través de un proceso de intercambio y comunicación con los demás y con los contenidos de la cultura” (en Farnos, 2016, p. 2).

Otros autores más actuales, como ser, Perrenoud, Díaz Barriga, Tobón, entre otros, definen el término competencia. Perrenoud (2000) da una interpretación interesante sobre lo que significa “ser competente”. Expresa que es posible hablar de competencia cuando, para realizar una tarea, un individuo moviliza determinadas capacidades. Según él, “competencia es la facultad de movilizar un conjunto de recursos cognoscitivos (conocimientos, capacidades, información, etc.) para enfrentar con pertinencia y eficacia a una familia de situaciones”, (Perrenoud, 2000, p 19).

Por otra parte, Díaz Barriga (2006) nos presenta otro enfoque considerando el término competencia desde una perspectiva laboral. Expresa que toda competencia se genera en una situación real inédita, requiere del conocimiento de una información específica y del desarrollo de una serie de habilidades derivadas de los procesos de información. Enuncia que “en el mundo del trabajo el término competencia tiene un sentido utilitario, y hace referencia a las habilidades y destrezas que hacen que un trabajador se desempeñe eficientemente en su labor”. (Díaz Barriga, 2006, p 13).

En lo que respecta a las competencias matemáticas, numerosas publicaciones se refieren a ellas en cuanto a la importancia de que los estudiantes sean competentes en el área matemática. Entre ellas, citamos a Godino, J. D (2002), quien presenta un análisis de la complejidad del conocimiento matemático, tanto en su dimensión institucional como personal, usando un modelo cognitivo que tiene en cuenta las interacciones entre los componentes lingüísticos, situacionales y regulativos de las matemáticas. Este autor considera que la competencia y la comprensión en matemáticas son nociones cognitivas complementarias, cuyo logro implica un proceso de crecimiento progresivo que debe tener en cuenta las diversas facetas del conocimiento matemático y sus relaciones con el mundo empírico.

Es importante el aporte de Puig (2006), quien estudia el sentido en que se usa el término “competencia” y la manera en que se relaciona con los componentes de actuación y de enseñanza de un modelo. Este autor considera que la competencia proporciona una descripción de la conducta del sujeto epistémico de las matemáticas, es decir, explica y predice el conjunto potencialmente infinito de todas sus actuaciones. Para Puig, se puede hablar de la competencia en un dominio más o menos concreto de las matemáticas, por ejemplo, en la resolución heurística de problemas de construcción con regla y compás o en la resolución algebraica de problemas.

Desde otro análisis de la competencia matemática, Rico (2006) presenta un estudio en el que describe los principales componentes del marco teórico del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA). La noción de competencia es central en el estudio PISA, “competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y

entender el papel de las matemáticas en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidad para su vida individual como ciudadano" (Rico, L., 2006, p. 49).
Por último, a partir de un enfoque más general del término competencia, Vergnaud (2007) justifica la necesidad de ser competente debido a la creciente necesidad social de diagnosticar, resolver problemas y de realizar juicios. Cuando habla de competencia lo relaciona con el interés que debe generar la actividad misma y no solamente los resultados.

3. Marco Teórico

3.1. Sobre competencias y competencias matemáticas

La revisión de bibliografía científica relacionadas a competencias y en particular competencias matemáticas, nos permitió establecer que se trata de conceptos polisémicos. Involucran tanto a procesos externos como a internos. Los primeros, pueden ser interpretados en término de acciones desarrolladas y observadas en las definiciones de competencias matemáticas. Los segundos, involucran la comprensión, interpretación y razonamientos, que, si bien pueden no ser visibles, se ponen en evidencia en las actuaciones realizadas por aquellos, de los cuales se dice, son competentes.
Esa polisemia hace que competencia no siempre sea conceptualizada de la misma forma y adquiere diferentes acepciones según el entorno en la que se la considere. A pesar de esto, en las definiciones dadas por distintos organismos, instituciones y autores, se destacan elementos comunes, como ser la necesidad de movilizar conocimientos para realizar una actividad. Por lo expuesto, asumimos que:
Competencia es la capacidad para realizar una actividad o resolver una situación problemática, en el contexto en el que se presenta la misma, de manera apropiada y con eficacia, movilizando para ello un conjunto de saberes. Además, ser competente para la realización de determinada tarea involucra no solo la posibilidad de realizar de manera eficaz y con pericia la misma, sino que también se relaciona con entender por qué ha de realizarse de esa manera.
En cuanto a las consideraciones realizadas sobre competencia matemática, a partir de los antecedentes considerados, entendemos que:
Competencia matemática es el conjunto de las capacidades o destrezas expresadas en las actuaciones de un sujeto epistémico para resolver situaciones problemáticas, concernientes a un entorno físico o a entornos puramente teóricos, referidos a cuestiones extramatemáticas o intramatemáticas, utilizando para ello conocimientos matemáticos. Y que, un individuo tiene competencias matemáticas cuando, posicionado frente a un problema concreto de su entorno real, problema que puede ser matemático o extramatemático, es capaz de movilizar sus conocimientos matemáticos de forma pertinente y eficaz, tanto para interpretar la situación, comprenderla y llegar a resolver la misma, interpretando la solución hallada en el contexto que lo generó.

3.2. Sobre Modelo Teórico Local

El estudio sobre el estado del arte, ofreció la posibilidad de decidir como marco teórico y metodológico al de un Modelo Teórico Local (MTL). Éste presenta el encuadre adecuado para el estudio de las competencias matemáticas puestas en juego en la adquisición de conocimientos de un área específica.

En el MTL se conciben las situaciones de enseñanza y aprendizaje en los sistemas escolares como situaciones de comunicación y de producción de sentido, en las que están implicados la materia objeto de enseñanza y aprendizaje, la enseñanza que organiza el profesor, y los estudiantes, en cuyas actuaciones se muestra lo que han aprendido. En este sentido, la teoría de modelos locales propone analizar, de manera localizada y específica, distintos aspectos o componentes de los fenómenos de la matemática educativa: un Componente de competencia, un Componente de los procesos de cognición o de actuación, un Componente de enseñanza y un Componente de comunicación; teniendo en cuenta que estos componentes o "modelos en sí mismos" se interrelacionan, conformando una estructura.

Desde el punto de vista teórico la noción de Modelo Teórico Local caracteriza el tipo de investigación, su alcance y su fundamento. Desde el punto de vista metodológico, conlleva una determinada manera de organizar la investigación que es coherente con ella y que es la que aplicaremos para la elaboración del Modelo de Competencia. Este enfoque se propone como modelo teórico y no como teoría; así, se sugiere que es una manera predictiva de representación que ofrece por lo menos alguna aproximación a la situación real que se somete a estudio. Un aspecto central es que se propone un modelo local porque sólo pretende explicar los fenómenos que se someten a observación con la intervención de unos contenidos matemáticos concretos.

4. Metodología

En particular, el trabajo que presentamos aquí se circunscribe al paradigma interpretativo de investigación, con la utilización de métodos cualitativos. El marco metodológico para el trabajo, como ya lo dijimos, es el enfoque del Modelo Teórico Local, adecuado para investigaciones educativas en las que se pretende dar cuenta de fenómenos que se producen en situaciones locales de enseñanza y aprendizaje.

Bajo esta mirada, se considera que es posible elaborar un modelo de competencias que proporcione una descripción de la conducta de un sujeto en un dominio del saber, un modelo que permita explicar y predecir el conjunto de actuaciones posibles en ese dominio y, del cual se sabe que, si las cosas fueran como las caracteriza el modelo elaborado, los fenómenos se producirían como se han descrito.

4.1. Diseño Metodológico

Las distintas etapas del trabajo de investigación se corresponden a la elaboración del Modelo de Competencia, los que se han señalado en el organigrama de la Figura 1. A saber:

Figura 1. Pasos a seguir para la elaboración del Modelo de Competencias en el MTL

Estudio del tema
↓
Selección del conjunto de problemas
↓
Análisis e interpretación de las actuaciones de un
Resolutor ideal
↓
Elaboración del Modelo de Competencia
inicial

↓
Análisis e interpretación de las actuaciones de
Resolutores reales
↓
Modelo de Competencias Matemáticas

Estas etapas consisten en:

- El punto de partida es el estudio del tema, ya que entendemos que ningún fenómeno relativo a la enseñanza y al aprendizaje puede ser analizado sin tener en cuenta la especificidad del saber, si no se conoce el campo conceptual en el que se realiza el estudio, las preguntas que responde, así como las definiciones, propiedades y los procesos que lo sustentan. Cabe aclarar que, en nuestro caso, se puso énfasis en las cuestiones matemáticas relacionadas con la temática involucrada.
- A continuación, se realiza la selección del conjunto de problemas que constituyen situaciones fundamentales en el estudio del tema de interés.
- A partir de allí, se analiza e interpreta el conjunto de las posibles actuaciones de un resolutor ideal, es decir, aquel que tiene dominio en el tema, aquél cuya competencia es la que da el método válido y cuya conducta está por tanto predicha, explicada y descrita por los pasos de ese método. Esto permite determinar los elementos de competencia evidenciados en esas actuaciones.
- Tomando como base estos elementos, se lleva a cabo la elaboración de un Modelo de Competencia Inicial.
- Para poder completar el estudio, también se analizan e interpretan las actuaciones de resolutores reales, tomando como base el modelo de competencia inicial elaborado y analizando posibles elementos faltantes.
- Considerando los posibles portes del análisis realizado sobre las actuaciones de los resolutores reales, se elabora finalmente el llamado Modelo de Competencias Matemáticas referido al tema de interés.

5. Conclusiones y Resultados esperados

Del trabajo desarrollado hasta aquí, se ha logrado avanzar en la definición de las áreas del ciclo de formación profesional en las que se realizará la investigación: Ecología Evolutiva (Lic. en Genética), Microeconomía (Lic. en Economía) y Modelización y Simulación de Procesos (Ingeniería Química); así como, en el encuadre disciplinar y la delimitación del saber sabio en cada una de estas áreas.

Si bien, la concreción de un MTL requiere del establecimiento de los componentes mencionados anteriormente, esta investigación se centra principalmente en la elaboración de un Modelo de Competencias matemáticas necesarias para la resolución de problemas de las tres áreas disciplinares elegidas.

Teniendo en cuenta que un MTL debe contener cuatro componentes, el trabajo a futuro contempla completar estos modelos, con la intensión de que estos puedan dar una descripción teórica de la conducta competente en la actividad mencionada.

Se espera que una vez finalizada la investigación se produzca información acerca de las competencias matemáticas que son necesarias desarrollar en el nivel universitario. Asimismo, permitir ampliar el conocimiento sobre cómo se relacionan estas competencias con el aprendizaje de contenidos específicos de asignaturas del ciclo superior de la formación universitaria.

Referencias

Díaz Barriga, A. (2006) El enfoque de competencias en la Educación. ¿Una alternativa o un disfraz de cambio? Perfiles Educativo. vol. XXVIII, núm. 111, pp. 7-36.

Farnós, J. (2016) ¿Qué es el aprendizaje basado en competencias? https://juandomingofarnos.wordpress.com/2016/04/18/que-es-el-aprendizaje-basado-en-competencias.

Godino, J. (2002). *Perspectiva semiótica de la competencia y comprensión matemática*. XVI Convengo Mazionale: Incontri con la Matemática. Castel San Pietro Terme. Bologna.

Perrenoud, P. (2000) *Construir competencias*. Entrevista con Philippe Perrenoud, Universidad de Ginebra. Observaciones recogidas por Paola Gentile y Roberta Bencini. Texto original de una entrevista "El Arte de Construir Competencias " original en portugués en Nova Escola (Brasil), pp.19-31.

Puig, L. (2006). *Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos*. En Bolea, P.; González, Mª. J. y Moreno, M. (Eds.) Investigación en Educación Matemática. Actas del Décimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp.107-126) Huesca: Instituyo de Estudios Altoaragoneses / Universidad de Zaragoza.

Rico, L. (2006). *La competencia matemática en PISA*. En VI Seminario de Primavera. La enseñanza de las Matemáticas y el Informe PISA. Madrid: Fundación Santillana.

Rodríguez Gómez, D. y Valldeoriola Roquet, J, (2014). Metodología de la Investigación. Universidad Oberta de Cataluña. España. OUC.

Tobón, S.; Pimienta Prieto, J. y García Fraile, J. (2010) Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. México. Ed. Pearson.

Vergnaud, G. (2007). *Forma operatoria y forma predicativa del conocimiento.* I Encuentro nacional sobre Enseñanza de la Matemática. Traducción de María Rita Otero, Conicet – Niecyt, UNICEN, Tandil, Argentina.

183 CREACIÓN Y UTILIZACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS INTERACTIVOS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ALGEBRA LINEAL

Juárez, María de los Ángeles – Núñez, María Eugenia – Delgado, Melina –Golbach, Marta Susana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán
36angelita@gmail.com– ing.menunez@gmail.com – melinadelgado@face.unt.edu.ar-
mgolbach@tucbbs.com.a

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Recursos didácticos interactivos, Espacios Vectoriales, Aprendizaje significativo, Pluyin H5P.

Resumen

La educación del siglo XXI cuenta con novedosas formas de enseñar y aprender, que exige innovaciones en la enseñanza para motivar a los estudiantes. Los Recursos Educativos Digitales (RED) constituyen actualmente un importante aporte a los procesos de enseñanza – aprendizaje. La asignatura Matemática es de primer año de la FACE de la Universidad Nacional de Tucumán, donde se diseñaron materiales didácticos interactivos como apoyo para el dictado tradicional con clases presenciales. Para la Creación de estos Materiales Educativos Interactivos en Moodle se utilizó el módulo H5P, que es un pluyin que ayuda a crear experiencias web interactivas de forma más eficientes.
Este material tiene su apoyo teórico en la concepción de la actividad constructivista del alumno en el proceso de enseñanza y aprendizaje con los aportes de: la teoría Auzubeliana del Aprendizaje Significativo, el Enfoque Historico-Cultural de Vigostky. También los aportes de las nuevas teorías del “aprendizaje ensanchado” por medio del conectivismo. Se diseñaron videos interactivos, presentaciones con diversas actividades y redes conceptuales con puntos calientes.
El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar una propuesta de creación y utilización de recursos educativos interactivos del tema Espacios Vectoriales para utilizarlo como complemento de las clases tradicionales con el propósito que sea motivador para el alumno, estimulando la interacción con el conocimiento y favoreciendo de esta forma el aprendizaje significativo en el tema Espacios Vectoriales. La propuesta propone un aprendizaje de tipo innovador y actualizado que deberá ser evaluado en la puesta en práctica en una etapa posterior.

1-Introducción

La educación del siglo XXI cuenta hoy con nuevas formas de enseñar y aprender que requiere que realicemos innovaciones en la enseñanza para motivar a los estudiantes en especial en “ciencias duras” como Matemática.

Las TIC digitales, los medios y redes sociales y la web han abierto espacios educativos en todo el planeta, cambiando las sociedades y las formas de aprender. Considerando las características de los alumnos de las nuevas generaciones cuyo cerebro la tecnología lo está cambiando, hacen que sea necesario replantear los métodos, los materiales y formas de enseñar.

Los Recursos Educativos Digitales (RED) constituyen un importante aporte al desarrollo de procesos de enseñanza - aprendizaje, gracias a la amplia tipología de formatos y niveles de complejidad con los que estos cuentan. Para la Creación de Contenidos Educativos Interactivos para Moodle se utilizó el modulo H5P, es un pluyin que ayuda a crear experiencias web interactivas de forma más eficientes. Se necesita un navegador web, un sitio en moodle con el pluyin H5P.El contenido interactivo que sea más atractivo al alumno y sirva en la motivación y el aprendizaje significativo.

El presente trabajo tiene como propósito mostrar una propuesta de creación y utilización de recursos educativos interactivos a través de las TIC del tema Espacios Vectoriales para utilizarlo como complemento de las clases tradicionales con el propósito que sea motivador para el alumno, estimulando la interacción con el conocimiento y favoreciendo de esta forma el aprendizaje significativo en el tema Espacios Vectoriales.

2- Marco teórico

David Ausubel hizo grandes aportes al constructivismo; junto a sus colaboradores realizó investigaciones sobre los procesos cognitivos internos que dan lugar al aprendizaje, dando origen de esta manera a la teoría del Aprendizaje Significativo, además de escribir varios libros acerca de la psicología de la educación.

El modelo de aprendizaje propuesto por el psicólogo cognitivo David Ausubel en su teoría sobre el Aprendizaje significativo o Principio de Asimilación considera que la "estructura cognitiva" está formada por al conjunto de conceptos, ideas, relaciones entre conceptos ordenados en una jerarquía para el individuo, y que debería corresponderse con la jerarquía conceptual de la temática. Todo nuevo aprendizaje significativo requiere conectarse, de algún modo, a conceptos ya existentes en la estructura cognitiva del sujeto que aprende.

Por su parte Ausubel insistía demasiado en la necesidad de utilizar materiales introductorios de mayor nivel de abstracción, generalidad e inclusividad (ver los organizadores anticipados) a fin de lograr el aprendizaje significativo, mientras que también es posible (y a veces resulta mas fácil y eficaz) activar los conocimientos previos mediante otro tipo de estrategia de instrucción, como sumarios, mapas conceptuales, etc. (Díaz Barriga, F. y Hernández Rojas, G. 1997, p.43).

El Enfoque Historico-Cultural de Vigostky, destacaremos su teoría de la zona de desarrollo próximo (ZDP) se define como la distancia que media entre lo que el sujeto puede hacer solo y lo que puede lograr mediante la guía o la cooperación del otro, en la solución de cierto problema o ejecución de una tarea. (Dra. Hernández Fernández, H. et. al., 1998, p.33).

Durante los años 1990, las TIC digitales re-mediaron nuestra manera de vivir, de comunicarnos y de aprender. Como consecuencia, el aprendizaje en el siglo XXI tiende a ser visto como un conjunto en constante desarrollo de actitudes, conocimiento y prácticas que individuos y grupos usamos para dar cuenta de eventos sorpresivos, nuevos y recurrentes. Aprendemos de manera diversa y al realizar tareas relacionadas con el mundo del trabajo

"El aprendizaje constituye un proceso continuo que dura toda la vida, de manera que los mundos de la educación y del trabajo ya no permanecen separados, sino que en muchos casos confluyen" (Siemens,2005). Estos conceptos nos conducen al "conectivismo en educación" que según los aportes de Carlos Eduardo Cortez (2014) integra principios explorados por las teorías como las del caos, las redes, sobre el supuesto que el conocimiento y la cognición se distribuyen a través de redes y de TIC .

Los Recursos Digitales Interactivos son el conjunto de elementos auditivos, visuales, gráficos, que influyen en los sentidos de los estudiantes despertando el interés por aprender, logrando de esta manera un aprendizaje significativo por consiguiente los estudiantes desarrollarían sus capacidades a través de actividades motivadoras, los recursos didácticos pueden potenciar la retención de información, desarrollo y estimulación de habilidades y capacidades (Cadena Moreno et al, 2017).

Con respecto a los efectos que producen en los alumnos: “Al utilizar los recursos didácticos interactivos los educandos de la unidad académica estimularan el razonamiento, porque tendrán la oportunidad de hacer sintiéndose actores de lo que ocurre, mientras construyen sus propios conocimientos concretos, con base en las experiencias previas, los mismos que sirvan de herramientas para aplicar en el aula de clase relacionando con su vida práctica.” (Cadena Moreno et al, 2017).

Los recursos didácticos Interactivos presentados en esta propuesta fueron diseñados y creados para la plataforma Moodle con el pluyin H5P para el aula virtual de la asignatura Matemática I.

El módulo de actividad H5P que trabaja bajo el entorno de Moodle, permite crear contenido interactivo como videos interactivos, conjuntos de preguntas, preguntas de arrastrar y soltar, preguntas de opción múltiple, presentaciones. También permite crear contenidos como: juegos de cartas, juegos de memoria, arrastrar y soltar, preguntas con respuestas múltiples, rellenar los espacios en blanco, líneas de tiempo y videos interactivos.

Además de ser una herramienta de autoría para contenido enriquecido, H5P le permite importar y exportar archivos H5P para la reutilización efectiva y el intercambio de contenido. Las interacciones del usuario y los puntajes se rastrean utilizando xAPI y están disponibles a través del Moodle Gradebook. Agregue contenido H5P interactivo creando contenido utilizando la herramienta de creación incorporada o cargando archivos H5P encontrados en otros sitios habilitados para H5P.

Cuestionarios interactivos - Single Choice Set - H5P: Esta herramienta permite crear un cuestionario con la posibilidad de seleccionar sólo una respuesta o múltiples respuestas. También es posible configurar el comportamiento de todo el Cuestionario y proporcionar un Feedback al usuario final.

Imagen con puntos calientes - Image Hotspots - H5P: Los hotspots de imagen permiten crear una imagen con puntos (hotspots) interactivos. Cuando el usuario presiona un punto de acceso, se muestra una ventana emergente que contiene un encabezado con una imagen, texto y/o video. Usando el editor H5P, pueden agregar tantos puntos de acceso como quieras. Es posible configurar el número de puntos de acceso, la ubicación de cada punto de acceso y el contenido emergente asociado, el color del hotspot.

Encontrar accesos a una imagen - Find the Hotspot - H5P: Este tipo de contenido permite a los usuarios finales presionar en algún lugar de una imagen y obtener comentarios sobre si eso fue correcto o incorrecto de acuerdo con la descripción de la tarea. El autor carga una imagen y define varios puntos de acceso correspondientes a detalles o secciones de la imagen. Los hotspots pueden definirse como correctos o incorrectos, y el autor proporciona un texto de retroalimentación apropiado en ambos casos. El autor también puede definir un comentario si el usuario final presiona en algún lugar que no esté definido como un punto de acceso correcto o incorrecto.

Este tipo de contenido permite a los usuarios finales presionar en algún lugar de una imagen y obtener comentarios sobre si eso fue correcto o incorrecto de acuerdo con la descripción de la tarea. El autor carga una imagen y define varios puntos de acceso correspondientes a detalles o secciones de la imagen. Los hotspots pueden definirse como correctos o incorrectos, y el autor proporciona un texto de retroalimentación apropiado en ambos casos. El autor

también puede definir un comentario si el usuario final presiona en algún lugar que no esté definido como un punto de acceso correcto o incorrecto.

Videos Interactivos - Interactive Video - H5P: Esta herramienta permite agregar interactividad a un video con explicaciones, imágenes adicionales, tablas, rellene el espacio en blanco y las preguntas de opción múltiple. Las preguntas del cuestionario son compatibles con la adaptabilidad, lo que significa que puede saltar a otra parte del video en función de la entrada del usuario. Se pueden agregar resúmenes interactivos al final del video. Los videos interactivos se crean y editan utilizando la herramienta de creación H5P en un navegador web estándar.

Presentaciones Interactivas - Course Presentation - H5P: Las presentaciones interactivas permiten incorporar a cada diapositiva archivos de multimedia, texto e interacciones como resúmenes interactivos, preguntas de opción múltiple y videos interactivos. Los alumnos pueden experimentar un nuevo material de aprendizaje interactivo y probar su conocimiento y memoria en las Presentaciones del curso. Un uso típico de la actividad de Presentación del curso es usar algunas diapositivas para presentar un tema y seguirlas con unas cuantas más en las que se comprueba el conocimiento del usuario. Sin embargo, las presentaciones del curso se pueden usar de muchas maneras diferentes, incluso como una herramienta de presentación para usar en el salón de clases, o como un juego en el que la navegación habitual se reemplaza con botones de navegación en la parte superior de las diapositivas para que el usuario pueda elegir y ver las consecuencias de sus elecciones.

3- Marco contextual

Matemática I es una materia que corresponde a primer año de las carreras de Contador Público Nacional, Licenciado en Administración y Licenciado en Economía. Durante el año 2019, la materia tuvo clases teóricas (dos veces por semana) en las cuales no se toma asistencia, y prácticas (tres veces por semana) en las cuales si se toma asistencia, cada clase con una duración de 1:30 Hs. Tanto las clases teóricas como las clases prácticas son numerosas, y de forma predominante se desarrollan en clases magistrales. La materia tiene régimen regular/promoción a partir de dos exámenes parciales.

Como apoyo al cursado presencial se utiliza el Aula virtual de la materia, mediante la plataforma moodle. Dicha aula posee todos los temas desarrollados durante la materia, en cada uno de ellos el alumno tiene la posibilidad de participar del foro de consultas, de bajar material, y realizar actividades extras desarrolladas a partir de las herramientas de la plataforma, específicamente diseñadas para alguna de las unidades. Además, el aula posee una sección de información general de la materia en la cual el alumno dispone del régimen de trabajos prácticos, el programa de la materia, los horarios de consulta, las notas de los parciales, etc.

La materia tiene un conjunto de seis autoevaluaciones virtuales, tres antes de cada parcial. Especialmente la que se ofrece antes de cada uno de los parciales, es integradora de todos los temas que serán evaluados en dicho parcial, permitiendo que el alumno tenga una noción del nivel de su conocimiento antes de rendir el examen escrito. A modo de incentivo, a aquellos alumnos que obtuvieron una nota promedio igual o mayor a 7 en las tres autoevaluaciones, se sube su nota en 0,5 puntos en el correspondiente parcial.

Durante el año 2019 el total de alumnos inscriptos fue 1631, de los cuales promocionaron un 12,4% y un 19,7% regularizaron la material. El resto de los alumnos quedaron en condición de libres, ascendiendo a un 49,6% el total de libres por aplazos.

En el caso de estar en condición de libres pero habiendo aprobado uno de los parciales y habiendo participado por lo menos del 50% de las autoevaluaciones virtuales, se le ofrece a los alumnos la posibilidad de inscribirse en los Talleres Participativos durante el segundo cuatrimestre para poder aprobar la materia. La propuesta de utilización de los recursos didácticos interactivos es para ser implementada en el segundo dictado de la materia en el segundo cuatrimestre de 2019.

4--Propuesta pedagógica con presentaciones interactivas

El tema de espacios vectoriales en la asignatura Matemática I se desarrolla en clases tradicionales 6 clases teóricas y 6 clases prácticas de 1 hora y media cada y durante 3 semanas.

Los contenidos curriculares de Espacios Vectoriales son: Vectores en el espacio n-dimensional. Definición. Módulo. Operaciones con Vectores en $\Re n$: Igualdad de Vectores. Adición de Vectores, Multiplicación de un escalar por un Vector. Propiedades. Producto Escalar de Vectores en $\Re n$. Espacios Vectoriales. Definición. Propiedades. Subespacios Vectoriales. Dependencia e independencia lineal. Espacio Generado. Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector. Aplicaciones.

Los Objetivos específicos son: Que el alumno sea capaz de:

1-Interpretar el significado de vectores en el espacio n-dimensional y sus propiedades.2-Identificar los conceptos referidos a la estructura de espacio vectorial tales como: subespacio vectorial, combinaciones lineales, dependencia e independencia lineal, subespacio generado, base y dimensión.3- Analizar la dependencia e independencia lineal de vectores e interpretar su significado. 4-Identificar base y dimensión de espacios vectoriales.5-Plantear y resolver situaciones problemáticas aplicadas a las ciencias económicas e interpretar los resultados.

Organización de los recursos propuestos para el apoyo de las clases tradicionales:

1-Estrstegia de comienzo: Una Presentación interactiva bien organizada que incluye un video de la importancia del algebra Lineal. *Ubicación temática de lo general a lo particular*: para presentar los contenidos que se estudiaran se presentara con un *red conceptual* con puntos calientes: *Image Hotspots - H5P* donde se destaca: la ubicación del tema Espacios Vectoriales, los conocimientos previos, la importancia del tema y sus aplicaciones.

2-Estrategias de desarrollo y de cierre:

Presentaciones Interactivas de combinación lineal Nº 1- Course Presentation - H5P: contiene

1-definicion de combinación lineal (Figura Nº 1)
2- video explicativo de lo que significa la combinación lineal : multiplicación de un vector por un escalar y la suma de vectores . (Figura Nº 2)
3-Ejercicio interactivo para que el alumno resuelva la combinación lineal con comprobación inmediata dándole posibilidades de resolver correctamente
4- Grafica de 2 vectores en el plano para marcar la respuesta correcta de confirmación inmediata y que puede seguir intentando. (Figura Nº 3)
5-Los conceptos de linealmente independiente y dependiente y sus propiedades con la actividad de rellenar las palabras que faltan.
6-concepto de Base de un Espacio Vectorial con preguntas de verdadero o falso

7-Un video explicativo de los conceptos de Conjunto de vectores linealmente independiente y dependiente. Al finalizar debe contestar una pregunta.
8-Marcar en el texto las características de los vectores de una base de un espacio vectorial
9-Resumen de las actividades

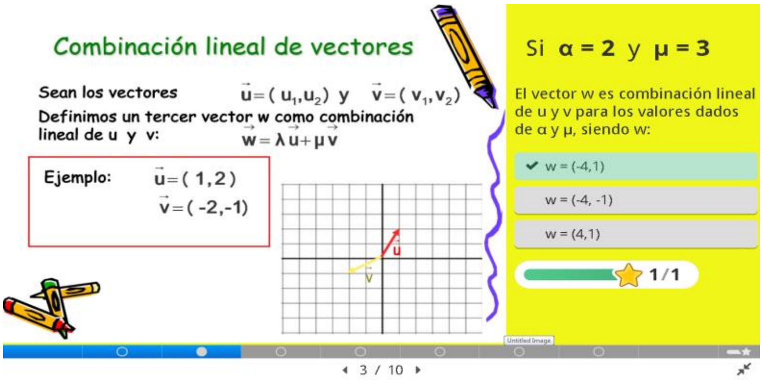


Figura Nº 1. Captura de pantalla de la definición de combinación lineal

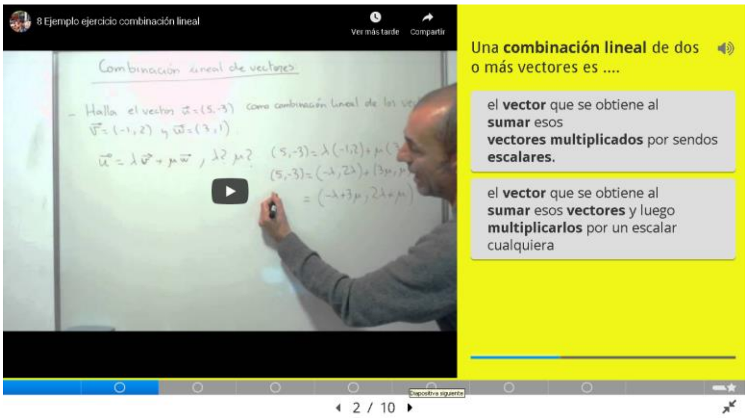


Figura Nº 2. Captura de pantalla del video explicativo e interactivo de combinación lineal

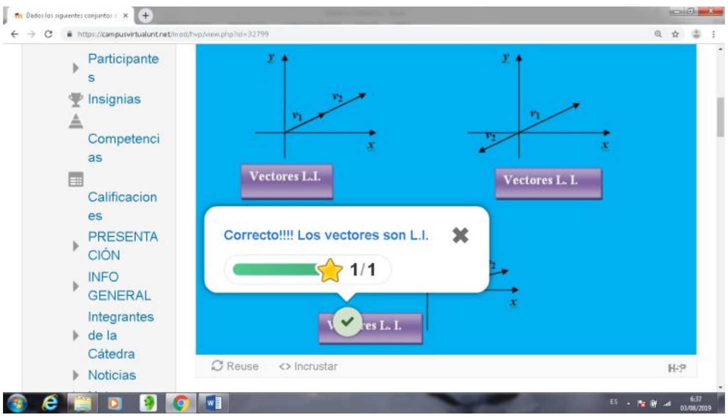


Figura Nº 3. Captura de pantalla grafica de 2 vectores en el plano para marcar la respuesta correcta

Videos Interactivos de Subespacios Generados con actividades Nº2 - Interactive Video - H5P
1-El video desarrolla el concepto de subespacio generado por A , siendo un conjunto de vectores de un Espacio Vectorial, recordando de manera interactiva esa definición.(F
2-También explica cuando el subespacio generado es un conjunto de generadores de V.
3-Se explica un ejercicio práctico de un subespacio generado por dos vectores de R3. . (Figura Nº 5)
4-Se pregunta de manera interactiva la solución del ejercicio.
5-Se resuelve otro ejercicio en R^2 con una pregunta interactiva que da la posibilidad de contestar hasta que sea correcta.
6-Resumen de las actividades. . (Figura Nº 6)

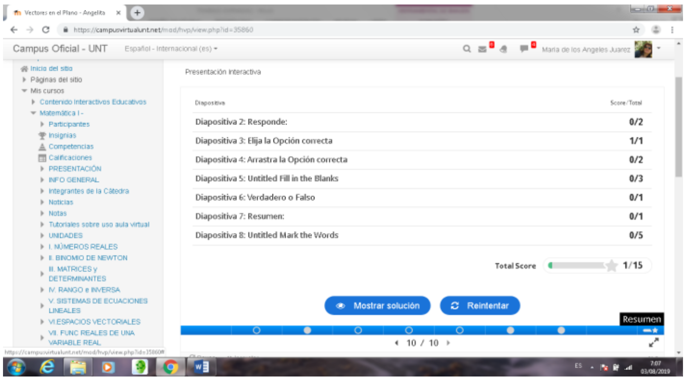


Figura Nº 4. Captura de pantalla del resumen de las actividades

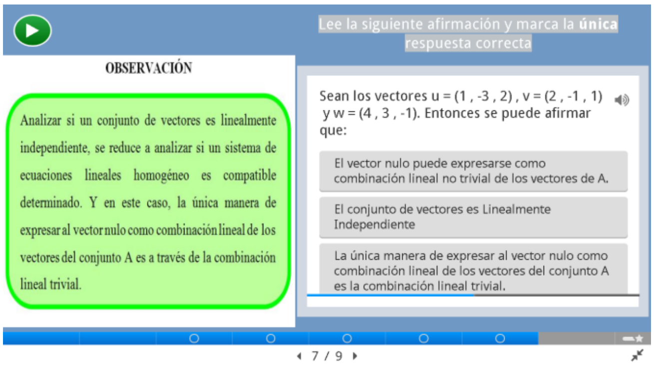


Figura Nº 5. Captura de pantalla del ejercicio práctico de vectores de R3

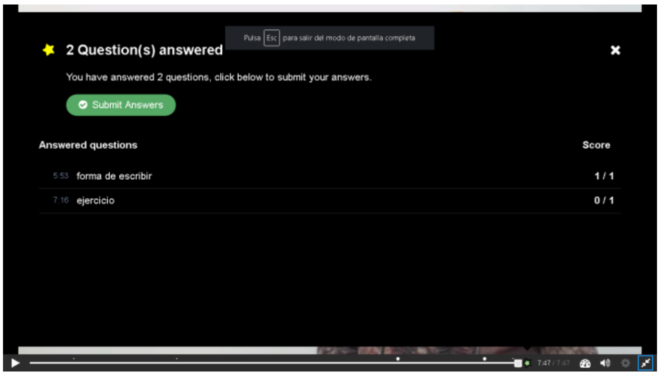


Figura Nº 6. Captura de pantalla del resumen de las actividades

Videos Interactivos de concepto de Base de vectores en el plano Nº3 - Interactive Video - H5P

1-Se explica la definición de base, recordando de manera interactiva la definición de combinación lineal.

2-Arrastrando la respuesta correcta se recuerda la gráfica de dos vectores en el plano li y ld.

3-Se explica un ejercicio de familiarización de cuando 2 vectores del plano cumlen con las condiciones de Base. De manera interactiva se recuerda las condiciones de Base de nuevo y la definición de generador de dos vectores en R2.

4-Se pregunta de manera interactiva los conceptos recién vertidos en el video de manera sencilla de base y dimensión de R^2, R^3, M^{2x3}

5-Se analizan si son base de R^2 conjuntos formados por: un vector, dos vectores y tres vectores. Se fundamenta con las propiedades de los vectores li y ld.

6-Se describe la importancia de la Base.

7-El video presenta un resumen de las actividades interactivas y sus resultados.

8-Resumen de los puntajes obtenidos por el alumno

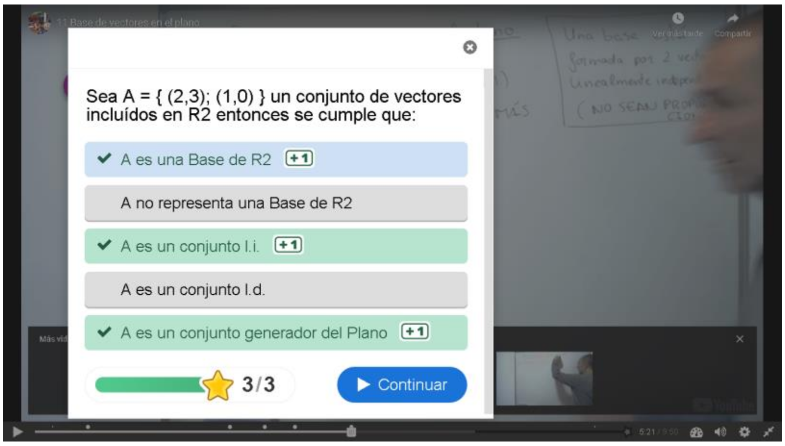


Figura Nº 7. Captura de pantalla Se analizan si son base de R^2 conjuntos formados por dos vectores

Estrategia de Cierre del tema: un mapa conceptual interactivo con todos los contenidos principales relacionados.

5-Conclusiones y trabajos futuros

La propuesta del diseño y utilización de los recursos didácticos interactivos en la asignatura constituye la primera etapa de esta investigación. Como continuación en esta línea se realizara la puesta en práctica en el segundo cuatrimestre de 2019 y se analizaran los resultados de la recolección de datos.

Los conceptos que antes manejaban las teorías del aprendizaje pueden ser ahora apoyados y potenciados por estos recursos interactivos para lograr motivar a los alumnos, lograr la interacción con el conocimiento y facilitar el aprendizaje significativo en matemática.
La aplicación con los nuevos diseños de herramientas generan múltiples líneas de investigación que se generan como: analizar de las habilidades y destrezas que se desarrolla en cada estudiante con la utilización de estos recursos, como se autoregula el aprendizaje, evaluar estos recursos. De esta manera se actualiza el proceso de enseñanza y aprendizaje acompañando a las nuevas generaciones con las exigencias actuales de la tegnologia.

Referencias

1-Carlos Eduardo Cortez (2014). *”Gestión del conocimiento, alfabetización y aprendizaje en tiempos de San Precario”*. Consultado el 2/8/2019.

https://issuu.com/gomez.carolina/docs/gestion_del_conocimiento

2-Díaz Barriga, F. y Hernández Rojas, G. (1997). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mc. Graw Hill.

3-Cadena Moreno et al (2017). *Utilización De Recursos Didácticos Interactivos A Través De Las Tic´S En El Proceso De Enseñanza Aprendizaje En El Área De Matemática.* Consultado el 2/8/2019.

file:///C:/Users/profe/Downloads/Dialnet-UtilizacionDeRecursosDidacticosInteractivosATraves-6119349%20(2).pdf

4- Hernández Fernández, H., (1998). Artículo Vigotsky “ *la Estructuración del Conocimiento Matemático. Experiencia cubana”* Ministerio de educación Superior de la República de Cuba.

5-Siemens, George (2005*): Conectivismo: una teoría del aprendizaje para la era digital*. Consultado el 2/8/2019 http://clasicas.filos.unam.mx/files/2014/03/Conectivismo.pdf

6-Chancusig Chisag, J ; Flores Lagla, G; Venegas Alvarez, G. (2017) *"Utilización De Recursos Didácticos Interactivos A Través De Las Tic´S En El Proceso De Enseñanza Aprendizaje En El Área De Matemática".* Consultado el 2/8/2019

file:///C:/Users/profe/Downloads/Dialnet-UtilizacionDeRecursosDidacticosInteractivosATraves-6119349%20(1).pdf

185 ESTADÍSTICA: ¿EL CORAZÓN DE BIG DATA?

Batista Einer
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales. Universidad Nacional de Salta
einerbatista@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática
Palabras Claves: Big Data, Modelización, Regresión, Aprendizaje Supervisado.

Resumen

En estos años ha comenzado a hablarse de Big Data gracias a los avances tecnológicos que permiten procesar grandes volúmenes de datos a un muy bajo costo. En dicho proceso se utilizan herramientas estadísticas que existen y son estudiadas desde hace muchísimos años pero que han tomado una gran revitalización gracias a la democratización de Big Data en estos últimos 10 años. Se define Big Data como todas las herramientas y procesos para gestionar grandes volúmenes de datos que permitan agregar valor para mejorar la toma de decisiones. Esta disciplina ya es utilizada desde hace tiempo en las grandes organizaciones y se está comenzando a implementar en las más pequeñas que en el pasado no tenían los recursos económicos ni los conocimientos técnicos pero que gracias al progreso tecnológico y a la disminución de costos hoy ya pueden acceder a ellos. En este trabajo se expone el proceso real de implementación de Big Data en una compañía de retail y la influencia de las herramientas estadísticas en todo dicho proceso que abarca desde la etapa inicial del conocimiento del negocio, el tratamiento de los datos, la modelización y la consecuente presentación de los resultados y posterior seguimiento del modelo. La finalidad del mismo es generar un marco de discusión sobre el enfoque de la enseñanza actual de la estadística en las Facultades de Ciencias Económicas, principalmente en la parte práctica de la materia y su posible reorientación como consecuencia de los avances tecnológicos que formará el entorno en donde trabajará el futuro profesional de Ciencias Económicas.

1. Introducción

Hoy en día el 80 % de los datos en el mundo (texto, imagen, video, sonido, etc.) son desestructurados o sea que no tienen forma y no están ordenados bajo ninguna estructura pero que por si solos o mediante relaciones entre ellos pueden generar información útil para la toma de decisiones.

Ejemplos de la implementación de Big Data en distintas industrias o procesos:

- Comercio minorista: se puede determinar la variedad y cantidad necesaria de mercadería a reponer, predecir las ventas futuras anticipándose a la demanda, evitar los quiebres de stock, personalizar la oferta en función del conocimiento del cliente, etc.
- Industria Bancaria: establecer planes de acciones para fidelizar a los clientes que tienen renovaciones de productos anuales y evitar su baja, establecer mediante regresión logística si se otorga un crédito a un posible cliente de determinadas características, etc.
- Seguros: establecer patrones de fraudes disminuyendo los riesgos y bajando la siniestralidad.
- Salud: gestionar grandes volúmenes de datos permite acelerar los tiempos en las investigaciones científicas para el desarrollo de nuevos medicamentos, permite la generación de sistemas de alerta inteligentes para el diagnóstico temprano de enfermedades, el pronóstico de su evolución y la planificación de los tratamientos. Posibilita la segmentación de pacientes crónicos y la toma de decisiones proactivas minimizando el gasto sanitario.
- Economía: se puede predecir acontecimientos económicos como recesión, inflación, pobreza o variaciones en tasas de interés y anticiparse en la toma de decisiones de parte de los gobiernos.
- Campañas Electorales: segmentar y profundizar las propuestas electorales en función del perfil ideológico del votante principalmente en aquellos indecisos. El mejor ejemplo de esto se produjo en el referéndum por el Brexit en Gran Bretaña

o en la campaña presidencial en Estados Unidos en 2016 donde intervino Cambridge Analytica con unos 5.000 datos por cada votante aplicando segmentación publicitaria, encontrando preferencias y probabilidad de realizar el voto, con la posterior determinación de los electores a favor de las armas o en contra del aborto y la consecuente campaña focalizada para dichos grupos.

2. Características de Big Data

En Big Data se habla de las 3 V cuando se refiere a:

- Procesar una gran cantidad de información (Volumen).
- Procesar distintos tipos de información (Variedad).
- Realizarlo en un periodo razonable de tiempo (Velocidad).

Cuando se ejecuta un proceso de Big Data intervienen distintas disciplinas:

- Desarrollo de Sistemas y Tratamiento de Base de Datos.
- Infraestructura y Tecnología (IT).
- Aprendizaje Automático (Machine Learning) e Inteligencia Artificial (IA).
- Ciencias de la Comunicación y Diseño Gráfico (Infografías y Visualizaciones de Datos).
- Y por supuesto, Estadística.

Etapas del Proceso de Big Data:

1) Conocimiento del Negocio: se determina el problema y el objetivo.
2) Comprensión de Datos: que datos son necesarios para resolver el problema.
3) Plataforma Tecnológica: que infraestructura y tecnología es necesaria.
4) Tratamiento de Datos: como se procesan los datos.
5) Modelización: se crean modelos que permitan sacarle valor a los datos.
6) Presentación de Resultados: comunicar el conocimiento obtenido.
7) Despliegue: desplegar en la arquitectura el modelo construido.
8) Puesta en Valor: integrar e implementar el modelo construido.
9) Seguimiento: controlar la evolución del modelo

3. La influencia de Estadística en un Proceso de Big Data. Fundamentación.

3.1 Conocimiento del Negocio:

En esta etapa se identifica un problema de negocio y se lo transforma en un problema analítico mediante un análisis integral:

- Análisis Descriptivo: Mostrar mediante estadísticos la realidad capturada.
- Análisis Inferencial: Generalizar conclusiones muéstrales a toda la población, estudiar las relaciones entre las variables y contrastar hipótesis.
- Análisis Predictivo: Determinar datos futuros a través de datos históricos.
- Análisis Prescriptivo: Recomendar la acción adecuada y sus consecuencias.

En dicha etapa se identifican preguntas como:

- ¿Porque tengo quiebre de stock en un determinado rubro?
- ¿Qué cantidad y variedad recomendada de un artículo debo comprar para satisfacer las ventas?
- ¿Cómo disminuyo las bajas de los servicios anuales que brindamos a los clientes?
- ¿Cómo ajusto una campaña publicitaria a un determinado barrio de una ciudad?
- ¿Cómo minimizo la posibilidad de un fraude futuro al otorgar una póliza de seguro?

3.2 Comprensión de Datos:

En esta etapa se identifican las distintas fuentes de información con las que se va a trabajar en el proceso. Dentro de las fuentes de información se agrupan:

- Fuentes Internas.
- Fuentes Externas.
- Redes Sociales.
- Datos disponibles en forma libre (Ej. Indec).

Luego se relaciona la información en función del problema a resolver buscando conectores.

3.3 Plataforma Tecnológica:

En esta etapa se define que plataforma tecnológica se va a usar para la construcción del modelo. Desde la captura, almacenamiento y procesamiento de datos hasta la explotación del modelo definido. Hay que estar actualizado ya que los componentes de Big Data evolucionan constantemente.

En la etapa de explotación de datos se emplean reportes, herramientas de análisis estadísticos y de visualización de datos.

3.4 Tratamiento de Datos:

Se realiza una preparación de datos mediante:

- Adquisición y Registro de los Datos desde la fuente hasta llegar a un Almacén de Datos.
- Se construye un Metadatado (datos de datos).
- Construcción y transformación de variables (Ej. transformar una fecha en mes o día de semana).
- Luego se realiza una Exploración y Análisis de Variables para comprender mejor los datos mediante Histogramas, Indicadores Estadísticos, y Visualización de Nulos.
- Se realiza una limpieza de los datos para mantener la calidad (Ej. tratar campos vacíos)

3.5 Modelización:

En esta etapa se realiza la construcción del modelo analítico utilizando algunas técnicas estadísticas.

Dichas técnicas se agrupan de la siguiente manera:

- Aprendizaje Supervisado: se aplican técnicas con un conocimiento a priori o sea con datos de entrenamiento.
- Aprendizaje no Supervisado: se aplican técnicas sin conocimiento a priori.

Tabla 1. Técnicas utilizadas para la modelización

Aprendizaje Supervisado	Clasificación (para variables categóricas)	Regresión Logística Arboles de Decisión. Redes Bayesianas SVM
	Regresión (para variables cuantitativas)	Regresión Lineal Arboles de Regresión Redes Neuronales SVM
	Recomendación	Varias.
Aprendizaje No Supervisado.	Clustering	Varias.

3.6 Presentación de Resultados:

En esta etapa se transmite los resultados de la etapa anterior a todos los sujetos relacionados. Para realizar esto se usan:

- Informes y Reportes: se usan reportes estadísticos, gráficos, diagramas de caja y sesgo, diagramas de dispersión, Histogramas, etc.
- Infografías: se comunica mediante una combinación de textos, gráficos, imágenes, símbolos, mapas, etc. Se expone de una manera más estática.
- Visualizaciones: similar a la infografía pero dinámica o sea con fines exploratorios donde el usuario mediante filtros puede interactuar o busca observar lo que le interese. Para realizarlos es indispensable el uso de software. Pueden mostrar: Tendencias, Patrones, Comparaciones, Anomalías, Conexiones, Correlaciones, Localizaciones, etc.
- Tableros de Mando: se pueden elegir las principales variables de interés según el usuario mostrándole información dinámica.

3.7 Despliegue:

En esta etapa se integrar en la plataforma tecnológica el modelo construido.

3.8 Puesta en Valor:

Se integra el modelo en las operaciones cotidianas de la organización.

3.9 Seguimiento:

Luego de la puesta en marcha se realiza un seguimiento a la misma evaluando la estabilidad de variables, estabilidad del modelo y su capacidad.

4. Aplicación Práctica de la Modelización. Desarrollo.

A continuación se describirán algunas técnicas estadísticas durante la Modelización dentro de la planificación de una implementación de un proceso de Big Data en una compañía de retail con 46 locales de venta de equipos celulares y los accesorios de estos.

4.1 Regresión Lineal Simple:

Permite construir un modelo (1) que predice la relación entre dos variables cuantitativas.

$$\widehat{y}_i = \beta_1\, x_i + \beta_0 \qquad (1)$$

Variable Independiente x = Costo de Alquiler por Sucursal

Variable Dependiente y = Cantidad de equipos celulares vendidos por Sucursal

Tabla 2. Costo de Alquileres y Venta de Celulares por Sucursal

Sucursal	Alquiler (x)	Celulares (y)
1	215	578
2	185	562
3	45	292
4	75	236
5	65	125
6	123	351
7	369	767
8	238	889
9	172	801
Total	1.487	4.601

Se estima la recta de regresión con el siguiente modelo lineal (2) y se representa dicha relación y el modelo en el Gráfico 1:

$$\widehat{y}_i = 2{,}1694\, x_i + 152{,}8 \qquad (2)$$

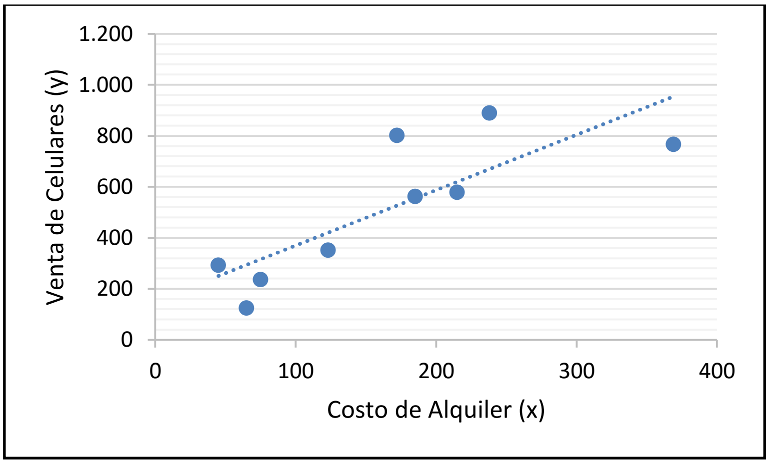


Gráfico 1. Relación entre el Costo de Alquiler y la Venta de Celulares por Sucursal.

Coeficiente de Determinación $R^2 = 0{,}6625$

Error Estándar de Estimación $S_{YX} = 169{,}7636$

4.2 Regresión Múltiple:

Similar a la Regresión Lineal Simple pero existen más variables independientes. En (1) se agrega una variable independiente adicional y se obtiene el siguiente modelo (3)

$$\widehat{y}_i = \beta_2\, z_i + \beta_1\, x_i + \beta_0 \qquad (3)$$

Dicha la variable independiente z se define como la cantidad de accesorios (de equipos celulares) vendidos por Sucursal.

Tabla 3. Costo de Alquileres, Venta de Accesorios y Venta de Celulares por Sucursal

Sucursal	Alquiler (x)	Accesorios (z)	Celulares (y)
1	215	3.086	578
2	185	3.232	562
3	45	2.543	292
4	75	1.730	236
5	65	2.310	125
6	123	4.636	351
7	369	3.919	767
8	238	5.444	889
9	172	3.090	801
Total	1487	29.990	4.601

Se obtiene el siguiente modelo (4) de regresión múltiple

$$\hat{y}_i = 0{,}0646\, z_i + 1{,}7509\, x_i + 6{,}3399 \qquad (4)$$

Coeficiente de Determinación $R^2 = 0{,}7139$

Error Estándar residual: 168,8093

4.3 Regresión Logística:

Es una técnica estadística que predice el resultado de una variable categórica. La variable de respuesta es binaria, es decir puede admitir solamente 2 valores: 0 y 1. La especificación del modelo se observa en (5)

Se la emplea en los negocios para:

- Predecir quiebre de stock.
- Medir el riesgo de morosidad de un posible crédito a otorgar.
- Fidelizar a los clientes actuales para que lo sigan siendo en el futuro.

$$f(z) = \frac{1}{1+e^{-z}} \qquad (5)$$

$$z = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots\ldots + \beta_k x_k$$

Se sigue trabajando con el mismo ejemplo. En este caso se clasifica a las diferentes sucursales en función de si son rentables o no.

0: No Rentables (generan pérdidas).

1: Rentables (generan ganancias).

Tabla 4 – Costo de Alquileres, Venta de Accesorios y Rentabilidad por Sucursal

Sucursal	Alquiler (x_1)	Accesorios (x_2)	Rentables (y)
1	215	3.086	0
2	185	3.232	1
3	45	2.543	1
4	75	1.730	1
5	65	2.310	0
6	123	4.636	0
7	369	3.919	0

8	238	5.444	1
9	172	3.090	1
Total	1.487	29.990	1

Aplicando dicha técnica se obtiene el siguiente el modelo descripto en (6)

$$f(y) = \frac{1}{1+e^{-(1{,}026131-0{,}005964\, X_1\, +0{,}000056 X_2)}} \qquad (6)$$

4.4 Arboles de Clasificación y de Regresión:

Mediante una combinación de las técnicas anteriores permite disminuir el error de estimación particionado el conjunto de datos. Tiene la forma de un esqueleto de un árbol invertido y tiene las siguientes características:

- En cada vértice hay una partición del conjunto de datos.
- Cada nodo terminal representa una parte del modelo.
- Para realizar una predicción hay que recorrer desde la raíz hasta el nodo terminal

En los árboles de clasificación se predicen variables categóricas (Ej. el precio de la acción sube o baja) y en los de regresión variables numéricas (Ej. a cuanto sube o baja el precio de la acción).

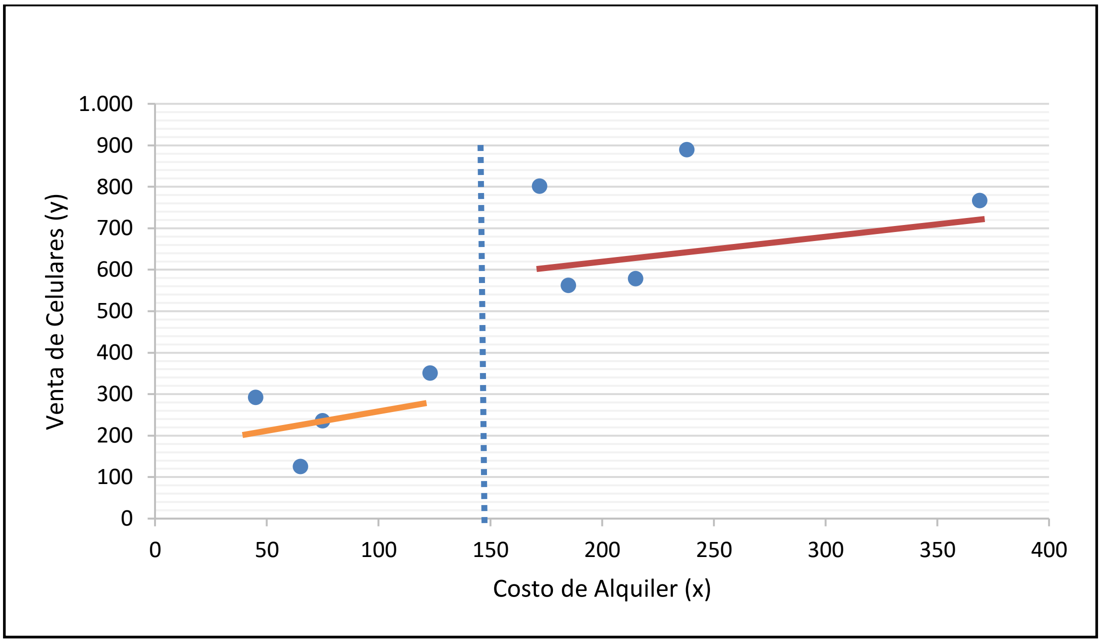


Gráfico 2 – Partición del conjunto de datos de la relación entre el Costo de Alquiler y la Venta de Celulares

En esta segmentación se construye un modelo específico para cada participación con el objetivo de representar mejor el conjunto de datos y disminuir el error de estimación

Para los alquileres menores a 150 (x_i < 150) obtenemos un $R^2 = 0{,}2554$ y la recta descripta en (7)

$$\hat{y}_i = 1{,}469\, x_i + 137{,}89 \qquad (7)$$

Para los alquileres mayores a 150 (x_i > 150) obtenemos un $R^2 = 0{,}0756$ y la recta descripta en (8)

$$\hat{y}_i = 0{,}5012\, x_i + 601{,}22 \qquad (8)$$

Como se mencionó antes, la principal finalidad de esta partición es disminuir el error de estimación por lo que si se calcula el Error Estándar de Estimación se obtiene $S_{YX} = 117{,}6601$ que comparado con el generado con la Regresion Lineal indica que mediante la aplicación de árboles se puede disminuir la incertidumbre al bajar el S_{YX}.

5. Conclusiones y Futuros Trabajos.

En este trabajo se ha intentado exponer la importancia de la Estadística en la implementación de un proceso de de Big Data en una organización y que gracias a los avances tecnológicos que se producen en una velocidad casi exponencial un proceso de Big Data en poco tiempo se estará ejecutando en casi todas las organizaciones.

Esto va a generar como efecto una revisión desde un punto de vista estructural y pedagógico de los conceptos básicos a transmitir al alumno durante el dictado de la materia no solo por los conocimientos que deberían adquirir los futuros profesionales de ciencias económicas que por su formación terminan ocupando puestos en los niveles más altos de dirección en las distintas organizaciones sino también por la relación que deberían tener estos profesionales con las nuevas carreras que se están creando como los científicos de datos que detectan patrones y analizan datos para maximizar su valor, los ingenieros de Big Data que desarrollan los software y los arquitectos de Big Data que diseñan y construyen las arquitecturas durante una implementación.

La necesidad de estas discusiones pueden dar lugar a la realización de nuevos trabajos que van desde la relación de la Estadística con el machine learning (aprendizaje automático) y la inteligencia artificial (AI), la importancia del uso de los software en las clases prácticas de la materia como la revitalización de Estadística Descriptiva en la Descripción Grafica de los Datos empleando herramientas como las infografías, las visualizaciones y los tableros de mando.

6. Referencias

- OLSHEN RICHARDO. A Conversation with Leo Breiman. Statistical Science 2001, Vol. 16, No. 2, 184–198
- XLSTAT - Software de Estadística para Microsoft Excel. www.xlstat.com Version: Julio 2019.
- BERENSON MARK, LEVINE DAVID. Estadística Básica en Administración – Sexta Edición. Prentice Hall. Año: 1996.
- NEWBOLD PAUL, CARLSON WILLIAM, BETTY THORNE. Estadística para administración y económica. Prentice Hall. Año: 2011.
- Infogram – Software de visualización de datos. www.infogram.com. Acceso: 20/07/2019.
- Programa Especializado Big Data – Introducción al uso práctico de datos masivos. Universidad Autónoma de Barcelona. www.uab.cat. Finalizacion: 31/06/2019.

187 BENEFICIOS DE LA UTILIZACIÓN DE AULAS VIRTUALES PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. EXPERIENCIA Y RESULTADOS.

De Vito María Florencia (*,**) – Madrid Ana Paula (*,**) – Musante Gabriela Soledad (*) –
Rodríguez Juan Andrés (*) – Villarreal María Belén (*)
(*)Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
(**) Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
mariaflordevito@gmail.com – apmadrid@gmail.com – gabrielasmusante@gmail.com juanchoandresr@gmail.com – mbelenvillarreal@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Estrategias de enseñanza, Educación virtual, modelización matemática, resolución de problemas

Resumen

La educación virtual permite una mayor individualización de los aprendizajes, educación más selectiva a los particularismos, seguimiento y tutoría a los estudiantes, y mejores recursos de aprendizaje.
La enseñanza de la matemática plantea grandes desafíos en los distintos niveles educativos. Hasta hace un tiempo era suficiente mostrar algunas técnicas y algoritmos relevantes y aplicarlos en distintos problemas. Alsina (2007, p.85) expresa que “gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios rutinarios alejados de la vida cotidiana”.
Hay que pensar que nos encontramos en una comunidad de aprendizaje donde el profesor es un coordinador de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y no quien tiene todas las respuestas. Es necesario desterrar la idea de que el estudiante tiene que contar con todos los conocimientos matemáticos para abordar un problema, o que usará solamente métodos tradicionales enseñados en la escuela. Tampoco podemos ignorar la presencia de la tecnología que media la resolución de problemas, y más aún, si pretendemos un enfoque unificado de la enseñanza de la matemática. No podemos seguir siendo profesores del siglo XIX enseñando una matemática del siglo XVII a estudiantes del siglo XXI.
Es necesario pensar en un enfoque diferente, donde se trabajen problemas reales del campo profesional en el que se inserta la matemática, y aquí la modelización[16] adquiere un rol protagónico. Tenemos que revisar lo que estamos enseñando y la metodología empleada, como así también, incorporar temas que se requieren actualmente desde las demás disciplinas y suprimir otros que quedaron obsoletos.
En este artículo expondremos la experiencia del trabajo realizado con educación virtual desde la conformación del equipo docente hasta la implementación del uso de aula virtual (2017-2019) en la primera materia de matemática de las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNCPBA.

1. Introducción

La institucionalización de la educación virtual es relativamente reciente a nivel mundial. En los últimos años del siglo XX comienzan a plasmarse experiencias novedosas de educación en “campus virtuales” soportados por las TIC. En ese sentido, se desarrollan programas orientados a los distintos niveles del sistema educativo que definen sus experiencias como “virtuales”. Históricamente se introducen las TIC en la educación superior, en primer lugar, para atender a las necesidades administrativas de procesamiento de datos, por ejemplo, la matrícula de los alumnos, la gestión económico-contable, el procesamiento de textos y las comunicaciones internas, entre otras. En segundo lugar, se utilizan estas tecnologías para complementar los cursos presenciales y sólo hace poco –en el caso argentino en el año 1999– es cuando se desarrollan las denominadas “universidades virtuales” que utilizan estas tecnologías para impartir ofertas académicas que incluyen la titulación. Si bien en países europeos y en muchos latinoamericanos las experiencias más avanzadas de educación superior en “campus virtuales” son canalizadas por instituciones que

[16] La modelización matemática es el proceso de describir en términos matemáticos un fenómeno real, obteniendo resultados matemáticos y la evaluación e interpretación Matemáticas de una situación real.

provienen de la “educación a distancia” y que han resuelto incorporar las TIC para canalizar sus prestaciones, en la Argentina, por el contrario, este reto tiene como protagonistas a instituciones de enseñanza superior que tradicionalmente desarrollaron la modalidad presencial y que están atravesadas por las lógicas de esta modalidad de enseñanza-aprendizaje.

A partir del año 2001 se comienza a trabajar en la Facultad de Ciencias Económicas, con aulas virtuales como complemento para espacios formativos y a partir del año 2014 se realizó un relanzamiento de la misma (que incluyó fuertes inversiones en infraestructura tecnológica y diseño de interfaces) lo que posibilitó que se expanda su uso a otros espacios formativos convencionales (grado/postgrado/vinculación-extensión).

Unicen Virtual es un Campus virtual que busca lograr una mayor integración entre el profesor y el alumno, a través de la implementación de las últimas tecnologías; ofreciendo herramientas de aprendizaje multimediales que permitan obtener contenido actualizado tanto para el ámbito académico como para el profesional.

La misión de Unicen Virtual es “facilitar la difusión y adquisición de conocimientos que se necesitan para el desarrollo de una actividad profesional de calidad, tanto en forma individual como empresarial, aprovechando las herramientas que brindan los avances de la tecnología y la comunicación, superando restricciones geográficas y temporales “.

¿Qué objetivos pretende lograr?

- Educar de forma interactiva, dinámica y motivadora integrando diversos recursos informáticos (contenidos, imágenes, audio, chats, foros de discusión) para el desarrollo de cursos de capacitación.
- Optimizar el tiempo y costo de las acciones formativas, logrando un aprendizaje interactivo con una metodología dinámica.
- Ofrecer una formación práctica de aplicación inmediata al puesto de trabajo.

En el año 2017 la Secretaría Académica de la Facultad de Ciencias Económicas, plantea la necesidad de impulsar el uso de aula virtual para el desarrollo de la materia *Introducción a las Ciencias Económicas*, que es la primera materia del plan de estudios de las carreras de Contador Público, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía Empresarial. Dicha materia consta de dos módulos: el módulo de Administración, Contabilidad y Economía y el módulo de Matemática.

En este artículo se expondrá la experiencia del dictado del módulo de matemática a través del uso del aula virtual.

2. Desarrollo

El equipo de docentes de matemática comenzó a trabajar revisando los contenidos de la materia, tratando de lograr una cercanía a los temas estudiados en el nivel secundario y además promoviendo una formación matemática que desarrolle capacidades para enunciar y abordar problemas expuestos en contextos no matemáticos y resolverlos con el uso de las herramientas matemáticas pertinentes.

Consideramos que fue necesario pensar en un enfoque diferente, donde se trabajen problemas reales del campo profesional en el que se inserta la matemática, y aquí la modelización adquiere un rol protagónico. Se hizo un análisis para revisar lo que estamos enseñando y la metodología empleada, como así también, se decidió incorporar temas que se requieren actualmente desde las demás disciplinas y suprimir otros que quedaron obsoletos.

La elaboración del material es una tarea ardua, que necesita estar en constante revisión y perfeccionamiento, con lo cual es fundamental contar con un equipo docente que esté a la altura de esta situación. Este equipo es interdisciplinario ya que está conformado por dos contadoras, un licenciado en administración, una ingeniera industrial y una doctora en matemática. Todos contamos con muchos años de experiencia en docencia de la matemática, con lo cual elaboramos el material incorporando resolución de problemas. El foco está puesto en que los estudiantes aprendan algo matemático y los ayude a tener pensamientos interdisciplinarios al resolver problemas complejos de la realidad. Pensamos que a través de la interdisciplinariedad se logra crear ambientes reales y actuales de estudio, con situaciones que pueden ser significativas para el alumno.
Una vez consensuados los contenidos y elaborado el material teórico-práctico, como también el material extra como videos, infografías, presentaciones para el aula virtual, se realizó el dictado de la materia que combina clases presenciales, con un intensivo uso del aula virtual.

El módulo se desarrolló en el mes de febrero 2019 y tuvo una duración de 5 semanas, con 3 clases semanales de 3 hs. cada una. Durante las clases se adoptó la modalidad teórico-práctica, pudiendo los alumnos resolver problemas durante la clase. Se hizo hincapié en la utilización de todo el material que dispone el aula, como así también los foros de consultas para poder evacuar dudas. Durante las primeras 3 semanas del módulo, se realizaron 4 test virtuales; bajo la modalidad de autoevaluación, con el objetivo de que los alumnos estudien en forma ordenada y puedan ser conscientes de su aprendizaje. Durante la cuarta semana se realizaron clases de consultas presenciales y el examen escrito. En la última semana del módulo, se efectuó el examen recuperatorio.

Las condiciones para aprobar el módulo fueron:

- Realizar las actividades propuestas en el aula virtual y de manera presencial (trabajos prácticos, casos, ejercicios, entre otras)
- Cumplir con el 70% de la asistencia.
- Aprobar el examen escrito con una nota igual o mayor que 6 (seis).

El proceso de evaluación acompañó al propio aprendizaje del alumno y se tuvo en consideración:

- Realización de las actividades virtuales en tiempo y forma requeridos.
- Coherencia en la organización y argumentación de las expresiones escritas y orales.
- Precisión del vocabulario empleado.

3. Resultados

A continuación se detallan algunos datos estadísticos sobre la participación de 189 alumnos que realizaron la materia *Introducción a las Ciencias Económicas,* de la Facultad de Ciencias Económicas en el módulo Matemática.

Se tomaron datos estadísticos de la plataforma Unicen Virtual, detallando cantidad de "clics" que los alumnos realizaron dentro de la plataforma virtual. Si bien el dato no especifica en qué secciones de la plataforma ingresó el alumno, se puede observar una correlación entre clics realizados dentro de la plataforma y aprobación del módulo con nota igual o mayor que 6.

A continuación, en la tabla 1, se detallan los promedios de clics de alumnos.

Tabla 1

Nota	Clics promedio	Cantidad de alumnos	Porcentaje
[9 ; 10]	770	6	3%
[8 ; 9)	344	19	10%
[7 ; 8)	236	17	9%
[6 ; 7)	263	21	11%
Promedio 403 clics		63	33%
[5 ; 6)	220	12	6%
[4 ; 5)	210	26	14%
[3 ; 4)	245	23	12%
[2 ; 3)	259	18	10%
[1 ; 2)	196	47	25%
Promedio 226 clics		126	67%

Como puede observarse en la Tabla 1, los alumnos que tuvieron mayor cantidad de clics, es decir, mayor interacción con la plataforma virtual, lograron aprobar el examen del módulo de matemática. Los 63 alumnos que lograron una nota igual o mayor que 6, realizaron un promedio de 403 clics; mientras que los alumnos que sacaron nota entre 1 y 5, obtuvieron un promedio de 226 clics, es decir, casi la mitad de interacciones del grupo que aprobó. Un 33% de los alumnos que rindieron el examen final de matemática aprobaron el módulo, mientras que el 67%, debió realizar un examen recuperatorio.

Otro análisis de datos

Si tomamos ahora el listado de 189 alumnos que realizaron el examen y los dividimos entre los que hicieron 400 clics o más (Tabla 2), y los que hicieron menos de 400 clics (Tabla 3), los resultados son los siguientes:

Tabla 2

Alumnos que realizaron 400 o más clics	23
Alumnos que aprobaron con 6 o más	12
Porcentaje de aprobación	52%
Porcentaje de no aprobación	48%

Tabla 3

Alumnos que realizaron menos de 400 clics	166
Alumnos que aprobaron con 6 o más	51
Porcentaje de aprobación	31%
Porcentaje de no aprobación	69%

Como puede observarse en la Tabla 2, el 52% de los alumnos que realizaron más de 400 clics en la plataforma virtual, obtuvo una nota igual o mayor que 6; mientras que sólo el 31% de los alumnos que realizaron menos de 400 clics en la plataforma aprobó con 6 o más, como se observa en la Tabla 3. El margen de aprobación aumenta en un 21%, cuando los alumnos realizan 400 o más clics.

Si al mismo grupo de alumnos, ahora lo dividimos entre los que hicieron 300 clics o más, y los que hicieron menos de 300 clics, los resultados son los siguientes:

Tabla 4

Alumnos que realizaron 300 o más clics	53
Alumnos que aprobaron con 6 o más	24
Porcentaje de aprobación	45%
Porcentaje de no aprobación	55%

Tabla 5

Alumnos que realizaron menos de 300 clics	136
Alumnos que aprobaron con 6 o más	39
Porcentaje de aprobación	29%
Porcentaje de no aprobación	71%

Como puede observarse en la Tabla 4, el 45% de los alumnos que realizaron más de 300 clics en la plataforma virtual, obtuvo una nota igual o mayor que 6; mientras que en la Tabla 5, sólo el 29% de los alumnos que realizaron menos de 300 clics en la plataforma aprobó con 6 o más. El margen de aprobación aumenta en un 16%, cuando los alumnos realizan 300 o más clics.

Si tomamos nuevamente el listado de 189 alumnos que realizaron el examen y los dividimos entre los que hicieron 200 clics o más, y los que hicieron menos de 200 clics, se obtienen los siguientes porcentajes de aprobación:

Tabla 6

Alumnos que realizaron 200 o más clics	96
Alumnos que aprobaron con 6 o más	39
Porcentaje de aprobación	41%
Porcentaje de no aprobación	59%

Tabla 7

Alumnos que realizaron menos de 200 clics	93
Alumnos que aprobaron con 6 o más	24
Porcentaje de aprobación	26%
Porcentaje de no aprobación	74%

Como puede observarse en la Tabla 6, el 41% de los alumnos que realizaron más de 200 clics en la plataforma virtual, obtuvo una nota igual o mayor que 6; mientras que en la Tabla 7, sólo el 26% de los alumnos que realizaron menos de 200 clics en la plataforma aprobó con 6 o más.

Por último, si tomamos del listado de 189 alumnos que realizaron el examen y los dividimos entre los que hicieron 100 clics o más, y los que hicieron menos de 100 clics, se obtienen los siguientes porcentajes de aprobación:

Tabla 8

Alumnos que realizaron 100 o más clics	170
Alumnos que aprobaron con 6 o más	58
Porcentaje de aprobación	34%
Porcentaje de no aprobación	66%

Tabla 9

Alumnos que realizaron menos de 100 clics	19
Alumnos que aprobaron con 6 o más	5
Porcentaje de aprobación	26%
Porcentaje de no aprobación	74%

Como puede observarse en la Tabla 8, el porcentaje de aprobación es de un 34%. 58 alumnos de 170, que realizaron más de 100 clics en la plataforma virtual, obtuvieron una nota igual o mayor que 6; mientras que cuando los alumnos realizan menos de 100 clics en la plataforma, el porcentaje de aprobación fue de un 26%.

4. Conclusiones y trabajos futuros

Podemos observar entre las distintas Tablas presentadas, que hay una correlación positiva entre la cantidad de clics realizados dentro de la plataforma virtual, y el porcentaje de aprobación. Se puede comprobar que la utilización de herramientas virtuales, a priori, otorga una mayor probabilidad de aprobación del módulo de matemática. De los estudiantes que obtuvieron un 1 como calificación, puede apreciarse que fueron los que menos clics realizaron en promedio, dentro del aula virtual (196). Puede llegarse a la conclusión de que dichos alumnos no tuvieron una participación virtual activa, desaprovechando las distintas oportunidades de aprendizaje y consulta que brinda la plataforma virtual.

Por otro lado, los alumnos que aprobaron el módulo, contaron con un porcentaje de clics que supera los 320. Esto indica una mayor participación dentro de la plataforma virtual.
Si bien en algunos casos, hubo alumnos que utilizaron poco la herramienta virtual (no tuvieron participación activa) y lograron aprobar; o bien en algunos casos, alumnos que utilizaron mucho la herramienta virtual (tuvieron participación activa) y aun así no lograron aprobar; puede verse una consistencia estadística teniendo en cuenta la cantidad de alumnos que participaron del módulo.

Podemos concluir, que participar activamente de la plataforma virtual, realizando las distintas actividades propuestas, consultas y feedbacks por parte de los mismos alumnos y docentes, puede elevar considerablemente la probabilidad de aprobación del módulo de matemática.

El uso de la tecnología debe despertar en los estudiantes el deseo de aprender y adquirir conocimientos en forma natural, pero consciente de ello. En los docentes debe provocar el deseo de utilizarlas, realizando una planeación adecuada y diseño de estrategias de enseñanza diferentes a las convencionales.

La utilización de herramientas virtuales es fundamental a la hora de enseñar. Para esto, es necesario desarrollar desde el principio de la vida universitaria, una plataforma que contenga los contenidos necesarios, junto a distintas actividades creativas que sirvan para mejorar la enseñanza y el aprendizaje del alumno.

Sostenemos firmemente que existen otras formas de trabajar y hacer matemática en el aula, además de la tradicional en la que nos formamos la mayoría de los docentes. Incorporar la modelización matemática en la enseñanza nos aproxima a los campos profesionales de las carreras universitarias, y no se descuidan los contenidos de matemática, lo que suele ser la preocupación central de los docentes. Es necesario que nos involucremos en los conocimientos y lógica de otros campos disciplinares, fundamentalmente cuando impartimos clases en carreras no matemáticas o brindamos una formación matemática general.

El uso de las tecnologías de la información y la comunicación produce una serie de efectos muy positivos para las sociedades que las aplican en sus sistemas educativos:

- Los contenidos resultan más atractivos para los estudiantes, lo que disminuye el fracaso y el abandono.
- Las nuevas tecnologías permiten una adaptación más sencilla para aquellos estudiantes con necesidades especiales, lo que les permite integrarse con una mayor facilidad en los sistemas educativos.
- Se evita el estudio de temas obsoletos y se ayuda a la integración inmediata de contenidos de actualidad.
- Se favorece el autoaprendizaje de los alumnos. Esta cualidad es fundamental para los profesionales del futuro que trabajarán en entornos laborales muy cambiantes y con grandes niveles de información.
- Se globaliza la educación y mejoran los intercambios de información.

Consideramos que la incorporación de la tecnología es imparable y está ganando cada día más adeptos. Si nuestros alumnos comienzan desde la primera materia a utilizarla, luego se debe mantener a lo largo de toda su formación académica, es decir, se debe seguir implementando en las materias de grado y postgrado.

Como futuros trabajos, se pretende realizar el seguimiento de estos alumnos, en las materias del área Matemática (1 y 2), para poder analizar la relación entre la utilización de la plataforma y la nota obtenida.

5. Referencias

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en Educación Matemática y sus implicaciones docentes. Revista Iberoamericana de Educación, 43, 85-101.

Flores, J. y Becerra, M. (2002). *La educación superior en entornos virtuales: el caso del programa Universidad Virtual de Quilmes*. Universidad Nacional de Quilmes Ediciones. ISBN 9879173775, 9789879173770.

Lugo, M. (2004). Educación superior virtual en Argentina: un relevamiento necesario. ANUIES. México. ISBN 970.704-070-X.

Musante, G., De Vito, F., Morando, C., Petraccaro, M., Villarreal, M. B. *Seguimiento de la incidencia en los resultados de los alumnos de Matemática ante el Curso de Ingreso irrestricto*. *Facultad de Ciencias Económicas, UNICEN*. Libro de Actas XXXIII Jornadas de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines / Sonia Ester Acinas... [et al.] ; compilado por Elsa Rodríguez Areal ; Elisa De Rosa. - 1a ed. - San Miguel de Tucumán: Universidad Nacional de Tucumán. Facultad de Ciencias Económicas de la UNT, 2019. 176-186. ISBN 978-987-754-172-4

192 UNA APROXIMACIÓN ECONÓMICA A LA INTEGRAL DEFINIDA

Betina Fazio, María Clara Ferrer
Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas
betina.fazio@gmail.com, mariaclaraferrer@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: Excedente del consumidor y del productor. Suma de Riemann. Integral definida.

Resumen

En el modelo de enseñanza tradicional, generalmente se introduce el concepto de integral definida y luego, como aplicaciones económicas, se define y trabaja con los excedentes del consumidor y del productor.
El objetivo de este trabajo es presentar una secuencia didáctica para el desarrollo de una clase presencial de Análisis Matemático I, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires en la que invertimos esta secuencia.A partir del análisis de un ejemplo sencillo, en un mercado pequeño, se introducen los conceptos de excedente del consumidor y del productor en forma intuitiva. Analizando la representación gráfica de dicho caso, surge la necesidad de encontrar una herramienta matemática que permita calcular el área encerrada bajo una curva que no siempre es posible mediante una fórmula geométrica o cálculo directo.
Teniendo en cuenta que las herramientas de visualización ayudan a los alumnos en la representación de las relaciones matemáticas de los problemas, pudiendo los mismos ver los efectos inmediatos de la manipulación de las condiciones iniciales, en este caso utilizaremos un applet realizado con el software GeoGebra que permitirá introducir el concepto de la Suma de Riemann para llegar finalmente a la definición de Integral definida. De esta manera podremos formalizar el cálculo del excedente del productor y del consumidor.
Esta secuencia didáctica está planteada desde una visión constructivista del proceso de enseñanza-aprendizaje. Partiendo de los conocimientos previos de los estudiantes, buscamos promover el pensamiento activo, usando representaciones adecuadas, para que el contenido aprendido resulte significativo para los estudiantes.

Introducción

Somos conscientes cada vez más sobre las dificultades que tienen los estudiantes para comprender de forma reflexiva distintos tipos de conocimientos y en particular los conocimientos matemáticos. Como docentes de nivel superior intentamos que los alumnos aprenden de una manera significativa conceptos complejos y que no se limiten a la mera repetición de los mismos sino que puedan pensar con los contenidos; dándole sentido al conocimiento.

Entonces nos preguntamos: ¿Qué podemos hacer para que los contenidos sean accesibles?

¿Qué prácticas motivadoras les podemos proponer a los estudiantes para acceder al conocimiento y darle sentido al mismo?

En la búsqueda de las respuestas a estos interrogantes, es qué basamos el desarrollo de este trabajo. Proponemos una inversión de la clase. Identificamos un tema complejo, el concepto de la Integral Definida, de Análisis Matemático I, asignatura que dictamos en el Primer Tramo del Ciclo General, de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad de Buenos Aires (UBA), y desarrollamos una secuencia didáctica que permite abordar este contenido complejo a partir de un ejemplo sencillo de aplicación económica.

Fundamentación

La concepción objetivista del aprendizaje establece que los conocimientos pueden ser transferidos por los profesores o transmitidos a través de la tecnología y adquiridos por los alumnos. La concepción constructivista del aprendizaje, por el contrario, establece que el conocimiento es elaborado individual y socialmente por los alumnos basándose en las interpretaciones de sus experiencias en el mundo. Puesto que el conocimiento no puede transmitirse, la enseñanza debería consistir en experiencias que faciliten la elaboración del conocimiento.(Jonassen, 2000).

Proponemos trabajar el razonamiento de los alumnos a través de un ejemplo relacionado, teniendo en cuenta que lo que se aprende a partir de la experiencia resulta más significativo y fácilmente recuperable para aplicar en situaciones similares.

Los modelos mentales que los alumnos tienen de los objetos, los sistemas y cualquier otro fenómeno, poseen unos componentes visuales y espaciales (Jonassen y Henning, 1996). La mayoría de los alumnos, a través de la representación o visualización de un fenómeno, logran comprenderlo mejor. Por esta razón, recurrimos a herramientas de visualización para ayudar a los alumnos a formar esas imágenes mentales y a visualizar las actividades.

En nuestro caso recurrimos a una herramienta dinámica como Geogebra, que permite hacer una representación visual de las relaciones matemáticas estudiadas en el ejemplo,de manera que los alumnos puedan ver los resultados inmediatos de la manipulación de las condiciones del ejemplo propuesto.

Elaboramos esta secuencia didáctica, tomando como punto central un ejemplo que dirige el aprendizaje, en lugar de resolver ejercicios de aplicación de conceptos enseñados previamente, tratamos de invertir lo que conocemos comúnmente como clase magistral. Como estrategia didáctica buscamos la inferencia de la teoría a partir de la práctica.

En la elaboración de nuestro trabajo nos basamos también en los conceptos de Chevallard (1997) sobre Transposición didáctica. Chevallard ubica la transposición didáctica en una proyección que trata de replantear las transformaciones que puede sufrir un saber enseñado. Se produce lo que podríamos llamar la descontextualización del saber científico para su correspondiente contextualización en saber para enseñar, o sea la adaptación de un contenido para la mejor comprensión, seleccionando un objeto de estudio, reduciendolo, simplificandolo,reformulandolo, y secuenciandolo, partiendo de lo más fácil para llegar a lo más difícil, guardando una distancia correcta entre el saber sabio y el saber enseñado, tratando de articular el análisis epistemológico con el análisis didáctico.

Desarrollo

En este trabajo proponemos un cambio en la introducción de algunos conceptos que abarca la materia Análisis Matemático I en la FCE de la UBA, intentando captar la atención de nuestros alumnos, los presentamos a partir de un caso concreto de una aplicación económica.

El tema de estudio es la integral definida, presentado a partir del excedente del consumidor.

En el modelo tradicional, comenzamos hablando sobre las Sumas de Riemann, definimos Integral definida y posteriormente se trabaja los excedentes del consumidor y del productor como ejercicios de aplicación.

Nosotras proponemos el camino inverso, es decir, introducir el concepto económico de excedente del consumidor y a partir de él definir Sumas de Riemann y la Integral definida.

En clase comenzamos trabajando con el siguiente ejemplo: Supongamos que en el mercado de las golosinas existen cinco potenciales consumidores A, B, C, D y E, en la Tabla 1 se muestran los precios máximos que cada uno está dispuesto a pagar por una golosina, pero cuyo precio de mercado se fija en $6

Tabla 1: Introducción del concepto Excedente del Consumidor

Consumidor	Precio máx. dispuesto a pagar	Situación si el precio de mercado es de $6
A	11	Compra y evita gastar $ 5
B	10	Compra y evita gastar $ 4
C	7	Compra y evita gastar $ 1
D	6	Compra y no le sobra
E	5	No compra

Con la cual introducimos el concepto de Excedente del Consumidor como "la diferencia entre el precio que un consumidor está dispuesto a pagar por un producto y el precio que en realidad paga" y concluimos que en esta economía de cinco consumidores el excedente del consumidor total es de $10.

Luego los invitamos a pensar esta misma situación gráficamente y vamos construyendo, entre todos, un gráfico similar a la Figura 1 con la misma información anterior.

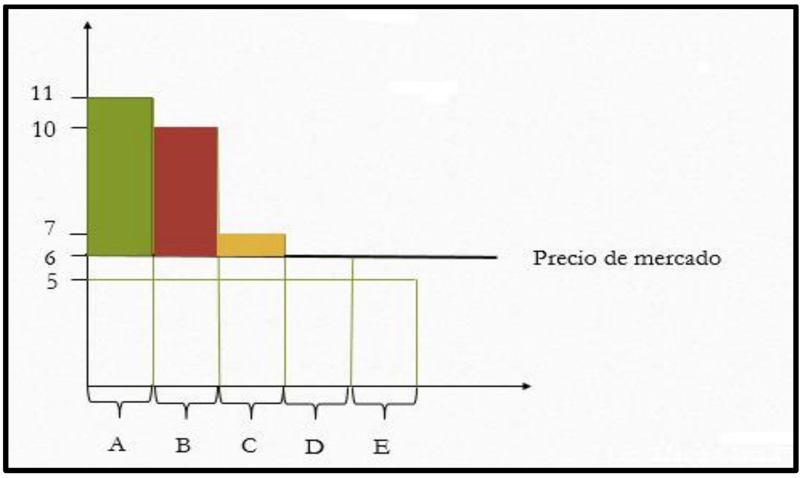


Figura 1. Representación del excedente del consumidor para un precio de mercado de $6

Observamos que el rectángulo verde de base 1 y altura 5, representa el excedente del consumidor A, el rectángulo naranja de base 1 y altura 4 representa el excedente del consumidor B, el rectángulo amarillo de base 1 y altura 1 representa el excedente del consumidor C, el excedente del consumidor D está representado por una línea ya que su excedente es 0 , el consumidor E, no está representado ya que no compra y sale del mercado.

El excedente total del consumidor se puede interpretar como la suma de los excedentes individuales de los consumidores, o sea la suma de las áreas de los rectángulos 5+4+1= 10

A continuación, proponemos analizar qué sucede si cambia el precio de mercado del bien, por ejemplo, si el precio disminuyera a \$5 y, discutiendo consumidor por consumidor los alumnos advierten como aumenta el área que corresponde a cada uno (Figura 2) y el excedente del consumidor total ahora es de \$14.

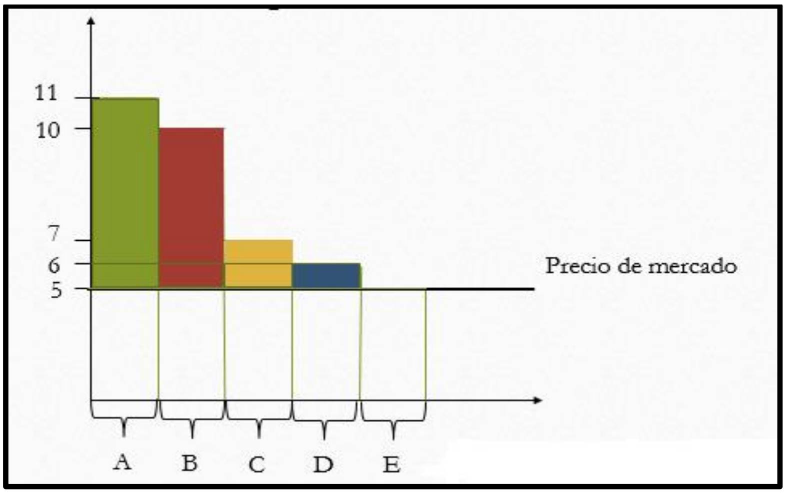


Figura 2. Representación del excedente del consumidor para un precio de mercado de \$5

Entonces los alumnos concluyen que "El excedente del consumidor está representado por la suma del área encerrada por el precio que cada consumidor está dispuesto a pagar y el precio de mercado"

A continuación, usando este resultado preguntamos ¿qué pasaría si aumenta la cantidad de consumidores dentro de ese mercado? Para responder esta pregunta les facilitamos a los alumnos una applet interactiva, diseñado con el software GeoGebra. El mismo permite que los estudiantes puedan visualizar qué ocurre cuando aumenta las cantidad de consumidores con la curva de demanda (la applet contiene un deslizador que les permite variar la cantidad de rectángulos), la misma deja de ser escalonada, transformada en una curva continua como las que se utilizan habitualmente en economía, además se observa que cuanto mayor es la cantidad de integrantes del mercado, mejor aproximación se logra al valor del área encerrada por la función demanda (Figura 3).

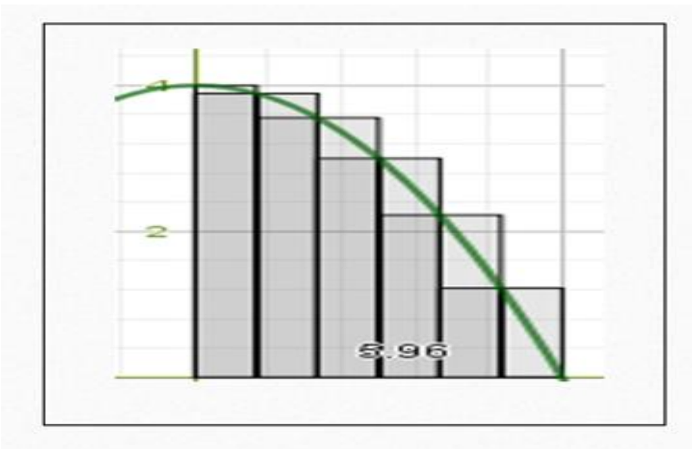


Figura 3. Captura de pantalla correspondiente al applet realizado con GeoGebra.

A partir del cual intentamos que los alumnos puedan llegar a elaborar la definición del excedente del consumidor: "El excedente del consumidor está representado por el área encerrada por la función demanda y el precio de mercado"

Este desarrollo nos permite también, descubrir la importancia del cálculo del área encerrada por una curva y sus utilidades en distintas aplicaciones.

Observando lo que sucede al aumentar la cantidad de consumidores de una economía, podemos definir las Sumas de Riemann, y concluir que para encontrar el área encerrada bajo una curva irregular debemos partir la figura en un gran número de rectángulos uniformes (con iguales longitudes), entre más rectángulos tengamos más preciso será el valor del área que obtengamos (Figura 4)

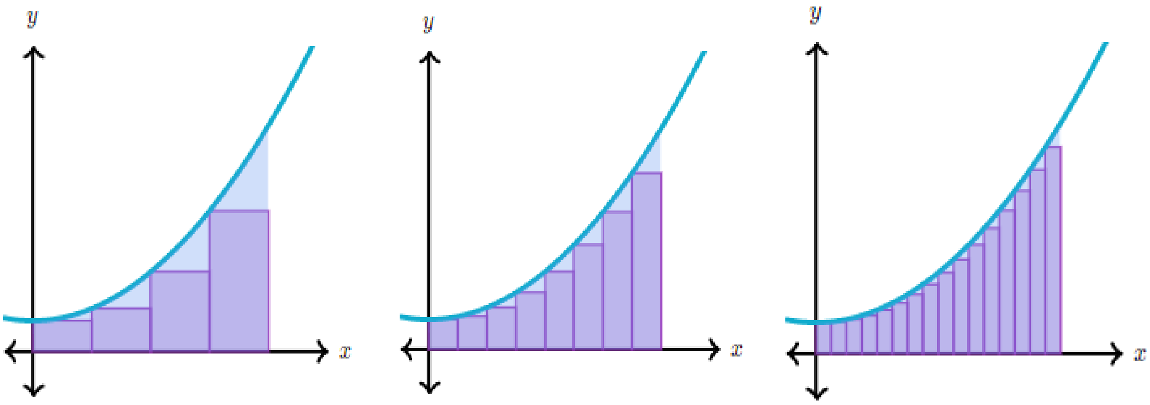


Figura 4. Mejor aproximación con más subdivisiones.

Podemos obtener la suma izquierda donde la altura de cada rectángulo es igual el valor de la función en el extremo izquierdo de su base (Figura 5)

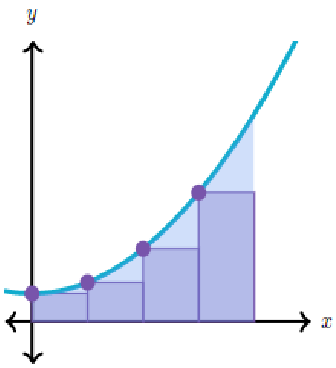


Figura 5. Suma de Riemann izquierda

O la suma derecha donde la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el extremo derecho de su base(Figura 6)

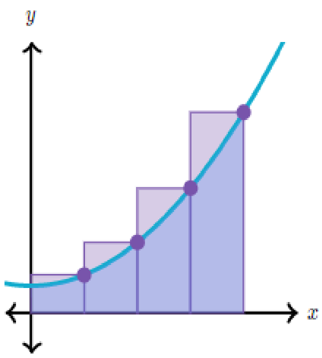


Figura 6. Suma de Riemann derecha

Cabe aclarar que cuando usamos sumas de Riemann, a veces obtenemos una sobreestimación y otras veces una subestimación. Es bueno ser capaces de razonar sobre sí una suma de Riemann particular está sobreestimando o subestimando. En general, si la función siempre es creciente o siempre es decreciente en un intervalo, podemos decir si la aproximación por suma de Riemann será una sobrestimación o una subestimación con base en si es una suma de Riemann derecha o izquierda.

Si llamamos a la altura de los *n* rectángulos en los que subdividimos el área *f(x)* y a la base de los mismos *Δ□*, se puede expresar a las sumas de Riemann a través de la siguiente fórmula:

$$\square\square\square\square\ \square\square\square\square\square\square\square\square\square\square = \sum_{i=0}^{n} f(x_i).\Delta x$$

Este concepto nos permitirá llegar a la definición de la Integral definida:

$$\lim_{\square\to\infty} \sum_{i=0}^{n} f(x_i).\Delta x = \int_{x_0}^{x_n} f(x)\, dx$$

Una vez trabajado con este concepto de la Integral definida para el cálculo del área encerrada bajo una curva , trabajamos con la deducción del excedente del consumidor como Integral definida.

Para terminar, les proponemos a los alumnos una actividad que les va a permitir deducir el concepto de excedente del productor.

Actividad para los alumnos:

Examinamos el mercado desde el punto de vista del productor, definimos el excedente del productor como la diferencia entre el precio que recibe el productor por la venta del bien y su costo de producción. Siguiendo con el ejemplo del mercado de las golosinas, tenemos tres productores F, G y H cuyos costos de producción para una golosina se muestran en la Tabla 2, suponiendo que el precio de venta en el mercado se fija en $6.

Tabla 2. Introducción al concepto de excedente del productor

Productor	Costo deProducción	Situación si el precio de mercado es de $ 6
F	2	
G	4	
H	5	

a) ¿Cual seria la situación para cada productor?

b) ¿Cual es el excedente total del productor para este mercado?

c) Realiza una representación gráfica de la situación anterior.

d) ¿Qué sucede si el precio de venta disminuye a $5?

e) Teniendo en cuenta lo realizado en los puntos anteriores¿Cómo definirías el excedente del productor?

f) Deduce la fórmula del excedente del productor a partir de la integral definida.

Conclusiones

En este trabajo hemos intentado describir una secuencia didáctica que tiene por objeto repensar, en busca de una mejora, nuestra práctica docente. En este caso intentamos cambiar el enfoque del aprendizaje reproductor a partir de un enfoque constructivista en el que se busca mayor participación del alumno en la elaboración de los conceptos y la posterior generalización de los mismos. Pensamos que es importante que la acción lleve a los estudiantes al conocimiento y no una actitud pasiva. Muchas veces la necesidad de que los alumnos posean todo el contenido nos hace perder de vista el cómo y el porque necesitan ese conocimiento.

Se han presentado las estrategias para ayudar a los alumnos en las representaciones y el apoyo de la tecnología en este proceso. Buscamos un tipo de aprendizaje activo y reflexivo mas qué por acumulacion de contenidos.

En su libro "La escuela inteligente", Perkins (1995) plantea tres metas para optimizar el conocimiento:

a) Retención del conocimiento.

b) Comprensión del conocimiento.

c) Utilización del conocimiento.

Tenemos que sólo es posible cumplir con estas dentro del marco de una educación basada en la reflexión sobre lo que se está aprendiendo, estableciendo conexiones, comparaciones con conocimientos previos, así como estableciendo patrones, diferencias, etc. En resumen, la enseñanza debe ser una consecuencia del pensamiento. El autor considera esencial el aprendizaje reflexivo en donde predomina no sólo la memoria, sino también el pensamiento. En palabras de Perkins: "Sólo es posible retener, comprender y usar activamente el conocimiento mediante experiencias de aprendizaje en la que los alumnos reflexionan sobre lo que están aprendiendo y con lo que están aprendiendo". Por lo tanto, y siguiendo a John Dewey, para Perkins la retención y acumulación sólo pueden resultar siendo una verdadera carga indigesta cuando no se le entiende, de manera que es la comprensión de la información la que permite alivianar esa carga.

Creemos que los distintos enfoques de enseñanza pueden convivir, qué no son excluyentes sino que pueden resultar complementarios, ofreciendo diferentes perspectivas según el contexto y los conceptos abordados.

La secuencia didáctica no fue implementado aún en el aula, queda para un próximo trabajo el análisis de los resultados de dicha implementación.

Referencias Bibliográficas

- LITWIN, E (2000) *Las configuraciones didácticas*. Buenos aires. Paidós.
- PERKINS, D. (1995), *La escuela inteligente.* Barcelona. Gedisa
- PERKINS, D. (2010),*El aprendizaje pleno.*Buenos Aires. Paidos

- JONASSEN, D.(2000) *El diseño de entornos constructivistas de aprendizaje.*Madrid. En: Reigeluth,Ch. (Eds) Diseño de la instrucción Teorías y modelos. Un paradigma de la teoría de la instrucción.Parte I. 225-249 Madrid: Aula XXI Santillana.
- CHEVALLARD, Y (1997) *Transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires.Aique: Grupo editor
- BIANCO, CARRIZO, MATERA, MICHELONI y MARZANA, (2001) *Análisis Matemático I con aplicaciones a las Ciencias Económicas.* Buenos Aires. Ediciones Macchi.
- SCHETTINO, M (2002) *Introducción a la Economía para no economistas.* México. Pearson Educación.
- Policonomics: Economics made simple, recuperado de https://policonomics.com/es/, fecha de consulta 1 de abril de 2019.

194 LOS TEOREMAS EN CÁLCULO. UNA HERRAMIENTA PARA ADQUIRIR DESTREZAS EN LA DEDUCCIÓN QUE SE HACE SIGNIFICATIVA AL INFERIRLOS A PARTIR DE SITUACIONES ECONÓMICAS

Padró Silvia Inés – Facello Carlos Sebastian
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
sipadro@fceco.uner.edu.ar – sfacello@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje significativo, Curva de Laffer, Curva de Lorenz, Teoremas del Cálculo

Resumen

Sabemos que existe un desfasaje particularmente importante entre las competencias matemáticas de los estudiantes que egresan del Nivel Medio y las requeridas para el ingreso y permanencia en las carreras universitarias. En nuestro caso, Cálculo aplicado es una asignatura del 2do cuatrimestre del primer año, por lo cual se ve altamente influenciada por este desfasaje.
Las causas del mismo son diversas y complejas, lo que obliga a que las propuestas de mejoras deban tener en cuenta la multiplicidad de factores intervinientes. La necesidad de cambio y transformación del paradigma educativo, conlleva necesariamente a una resignificación del papel de los docentes como artífices del cambio en la educación. Se trata ahora, de transformarnos en profesionales de la educación capaces de crear ambientes de aprendizaje inclusivos, equitativos y altamente dinámicos.
Con este proyecto se busca dar respuesta a la problemática del desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los alumnos, los que muchas veces no pueden alcanzar la comprensión de los procesos algebraicos que se llevan a cabo al momento de demostrar un teorema. Esto resulta en la repetición de memoria de los mismos en un examen, lo cual no implica el aprendizaje y mucho menos el arribo del conocimiento a la instancia autónoma que permitirá su aplicación a las ciencias económicas particularmente.
Esta es una de las unidades temáticas de la asignatura, la cual se ha reconvertido para alcanzar el objetivo de comprensión y desarrollo del pensamiento lógico utilizando dos curvas muy conocidas en la Economía, las de Laffer y Lorenz.

1 Introducción

En el presente trabajo sólo tomamos en cuenta dos de los teoremas sobre funciones derivables, el teorema de Rolle y el de Lagrange. En ambos casos utilizamos algún problema del área económica para introducir el tema e incluso para inducir las condiciones de la hipótesis de cada uno de ellos.

En el caso del teorema de Rolle, tomamos como ejemplo introductorio la curva de Laffer; y para el teorema de Lagrange, la curva de Lorentz.

En cada uno de los casos, se hace una introducción sobre la curva elegida ya que los estudiantes sólo han cursado Introducción a la Economía y hay conceptos que aún no conocen, pero los ejemplos elegidos son sencillos de explicar para el docente de Matemática. Igualmente, para el desarrollo en clases de este tema se confeccionó una unidad didáctica que se puso a disposición de los alumnos en el campus, en la cual se puede explayar un poco más sobre estos conceptos teóricos.

2 Teorema de Rolle – Curva de Laffer

Corría el año 1974 y Gerald Ford presidía a los Estados Unidos. En una mesa del Hotel Washington de la capital de dicho país se encontraban Donald Rumsfeld, jefe de gabinete del presidente; Dick Cheney, subjefe de gabinete; Arthur Laffer, profesor de Economía de la Universidad de Chicago y el periodista Jude Wanniski quien era editor asociado del

Wall Street Journal. Rumsfeld y Cheney estaban buscando alternativas para el plan que llevaría adelante el presidente Ford con el objetivo de combatir la inflación. Se preveía, a tal fin, un aumento en los impuestos del 5%. Fue entonces que, según lo relató posteriormente y lo hizo público Wanniski, que Laffer les dijo que aumentar los impuestos iba a ser una medida contraproducente, y que por el contrario deberían bajarlos. El periodista en su nota hace mención de que Cheney no alcanzaba a entender la idea de Laffer. Por esta razón, el economista tomó una servilleta de la mesa (que vale la pena aclarar, era de tela y se encuentra exhibida en el Museo Nacional de Historia estadounidense) y en ella, utilizando un marcador, realizó una curva en forma de campana que comienza en el punto correspondiente a la carga impositiva del 0% y finaliza en el punto correspondiente a una carga del 100%. En ambos puntos se obtiene una recaudación fiscal nula por parte del estado. La curva tiene una primera parte ascendente que indica que a medida que aumenta la carga impositiva aumenta también la recaudación fiscal, llega entonces a un tope máximo tras lo cual comienza a decrecer, lo que indica que aumentando más la carga impositiva la recaudación comienza a decrecer.

Figura 1. Imagen de la servilleta utilizada por Laffer

Wanniski bautizó la curva como "Curva de Laffer", guardó la servilleta y fue el que popularizó esta idea que fue concebida dentro de las propuestas económicas del Partido Republicano norteamericano.

Wanniski da a conocer la curva a través de un artículo publicado en 1978 en la revista The Public Interest. En el año 1980, con la llegada a la presidencia de EEUU de Ronald Reagan, la curva tuvo su paso de la teoría a la práctica no sólo en el país del norte, sino también en otros lugares del mundo. Laffer fue incorporado al equipo económico de Reagan, que en el año 1981 realizó un importante recorte de los impuestos y cinco años más tarde, en 1986, introdujo la mayor reforma en la historia del sistema impositivo de los Estados Unidos, que redujo de un 50% a un 28% la tasa máxima imponible a las personas.

En la actualidad, al presidente Donald Trump quien, en su debate previo a las elecciones en el año 2016 anunció que sus recortes de impuestos serían aún mayores que los de Ronald Reagan y dijo sentirse orgulloso de eso. La propuesta esbozada por su gobierno prevé recortar la tributación de las empresas de un 35% a un 15% y de los individuos de un 39,5% a un 35%.

Analicemos el concepto a partir de la curva tal como la trazó Laffer en la servilleta:

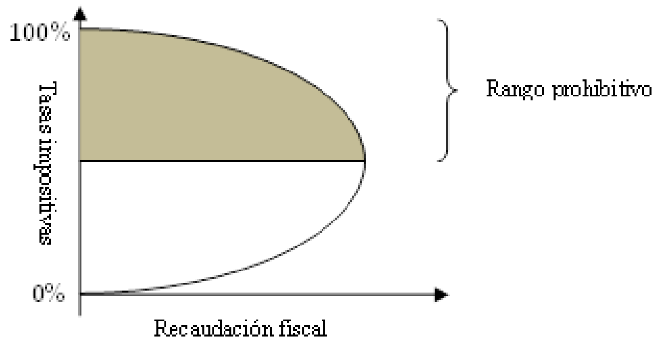


Figura 2. Curva de Laffer analizada

Como podemos ver en la curva, con una tasa impositiva del 0% el gobierno no recaudaría ingresos fiscales por más que la base impositiva sea grande, y con una tasa impositiva del 100% tampoco recaudaría nada pues nadie estaría dispuesto a trabajar por un salario cero después de abonar sus impuestos, o sea en este caso no hay base impositiva. Entre los dos extremos hay dos tasas impositivas que recaudarían la misma cantidad de ingresos, una baja sobre una base impositiva alta y otra alta sobre una base impositiva baja.

La curva en sí no afirma que un recorte de impuestos aumentará los ingresos. Como ya se mencionó antes, las respuestas de los ingresos a los cambios de las tasas impositivas dependen de numerosos factores. Laffer menciona entre ellos el sistema impositivo vigente, el período de tiempo que se esté considerando, la facilidad de movimiento hacia actividades clandestinas, el nivel de las tasas impositivas ya implementado, la prevalencia de lagunas impositivas legales y contables y la proclividad de los factores productivos.

Si nos centramos en lo que Laffer llama el “rango prohibitivo”, cuando la tasa impositiva existente es demasiado alta, entonces un recorte de la misma produciría un aumento en los ingresos fiscales. En este caso el efecto económico producido por la reducción de la tasa es mayor que el efecto aritmético correspondiente a la reducción de impuestos.

2.1 Una mirada matemática

Otra forma de visualizar la curva de Laffer es invirtiendo los ejes, de manera tal que sobre el eje horizontal se represente la tasa impositiva y en el eje vertical el ingreso fiscal. De esta manera podemos, sin alterar la lectura de la curva, considerar su trazo como una función (Ver Figura 3)

Podemos ver que a una tasa t_1 la recaudación es R_1 que es inferior a la óptima, la que se alcanza para una tasa t_2. Si la tasa aumenta a un valor superior a éste último, por ejemplo t_3 la recaudación disminuye a un valor R_3. Es decir que para tasas superiores a t_2, se produce un descenso en la recaudación y una disminución también de la productividad. Estas tasas causan un des-incentivo en la economía y el traslado de los contribuyentes hacia el comercio informal. Cuando en una economía, las tasas se encuentran por encima del valor de la tasa óptima (t_2), una reducción de los impuestos origina un aumento en la tasa de empleos y del nivel de producción, beneficiando además al gobierno en el aumento de la recaudación.

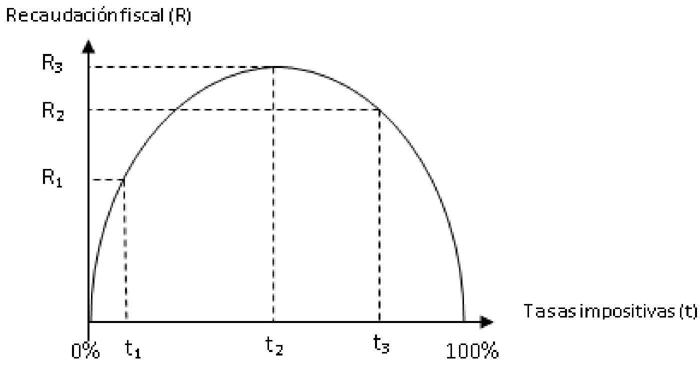


Figura 3. Recaudación fiscal en función de la tasa impositiva

Esta curva tiene la particularidad que tanto para una tasa del 0% como para una tasa del 100% los valores de la recaudación serán obviamente de $0. Además es una curva continua dentro del intervalo de tasa [0, 100], más allá de que pueda asumir una forma más o menos simétrica. Sumemos a estas condiciones, la de derivabilidad en ese intervalo, de esta forma arribamos al enunciado de un teorema que data del año 1691 y para cuya demostración no usó el cálculo diferencial. En 1834, el alemán Moritz Drobisch y el italiano Giusto Bellavitis fueron los primeros en usar el nombre de “Teorema de Rolle”.

2.2 **Demostración**

A continuación se procede a la demostración del Teorema, cuyos pasos omitimos en este trabajo porque obviamente son conocidos por los lectores.

Lo que se realizó fue, en cada paso de la demostración, asociar el caso con la curva de Laffer y ver si podía cumplirse o no. Tomamos sólo un caso como ejemplo:

2do. Caso: en los extremos del intervalo se encuentra el valor máximo de la función

En cada caso se parte del segundo teorema de Weierstrass por el cual podemos afirmar que al ser la función continua, dentro del intervalo cerrado existe un mínimo y un máximo absoluto. En este caso, al considerar que el máximo está en los extremos, resulta un gráfico como el siguiente:

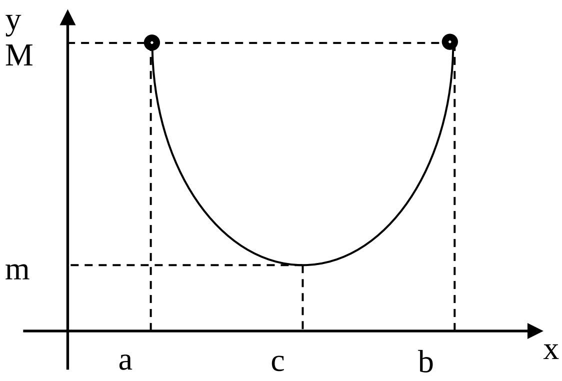


Figura 4. Uno de los casos considerado en el Teorema de Rolle

Este caso no puede presentarse en la curva de Laffer, pues parte de extremos en los cuales la función no vale cero lo cual es una de las condiciones de la misma. Por otro lado, si trasladamos la función de manera que sus extremos valgan cero, toda la función quedaría debajo del eje x, con lo cual tampoco sería posible porque indicaría recaudaciones fiscales negativas.

2.3 **Veamos un ejemplo**

En Colombia se realizó un estudio de la curva de Laffer (Bejarano Navarro, 2008) para estimar el impacto de las reformas tributarias sobre lo recaudado. Las variables utilizadas fueron los ingresos tributarios como porcentajes del PIB en el período de estudio (variable independiente) y los ingresos tributarios reales per cápita (variable dependiente). Se obtuvo la siguiente curva:

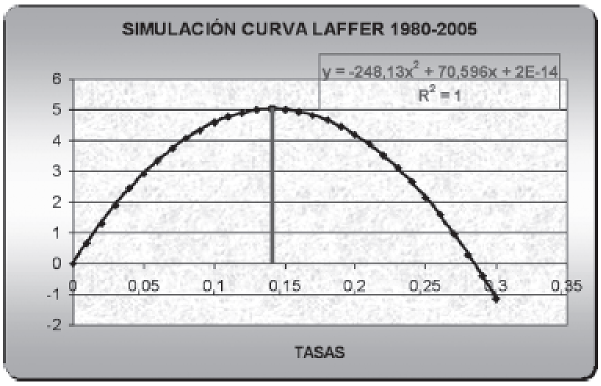


Figura 5. Curva de Laffer en Colombia (Bejarano Navarro, 2008)

Puede verse la estimación de la curva obtenida, cuya ecuación es $y = -248.13x^2 + 70.596x + 2.10^{-14}$, el término independiente es prácticamente despreciable en valor.

Si nosotros procedemos a buscar el máximo de la curva tendremos la tasa de interés que produjo la mayor recaudación fiscal. Este punto coincide con el valor de la x para el cual la derivada de la función es cero (por ser la función derivable). Resulta:

$y' = -496.26x + 70.596 = 0 \Rightarrow x = 0.1422$

Para este valor de la tasa (14,22 %) la recaudación estimada máxima es de 5.021 (unidades monetarias consideradas)

3 **Teorema de Lagrange – Curva de Lorenz**

Sea cual sea la forma en que los individuos o las familias obtienen sus rentas, el resultado es muy desigual. La distribución de la renta puede ser analizada con diferentes enfoques: geográfico-espacial, funcional o personal, entre otros.

En el enfoque geográfico-espacial se tratará de medir la diferencia de rentas entre los habitantes de diversas regiones. Los resultados de estos tipos de estudio pueden ser representados en un tabla de datos o en gráficos como el siguiente (Ver Figura 6)

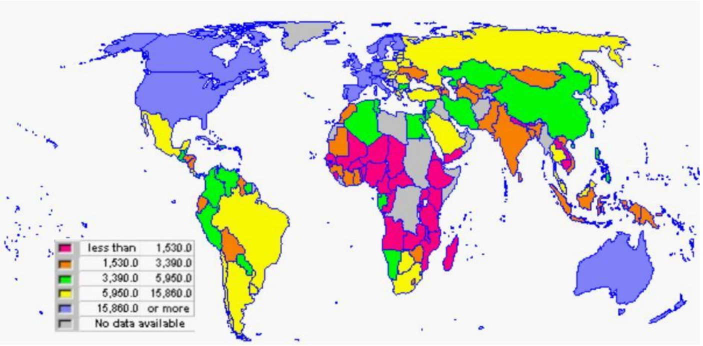


Figura 6. Distribución de la pobreza a nivel mundial (Fuente Banco Mundial World Developments Indicators 2001)

La distribución funcional es una forma de mostrar las diferencias de las rentas obtenidas por los propietarios de los factores productivos según su función en la sociedad. Así se suele mostrar la parte de la renta nacional percibida por los trabajadores, por los propietarios de la tierra y por los propietarios del capital.

Tabla 1. Evolución del Salario en Argentina (Fuente Tesis Licenciatura Daniela Trípoli, 2018)

Cuadro 3. Comparación de la Variación de Salario Medio y RTA base 100=1993

Gran División	Salario Medio% en 1993	Salario Medio% en 2015 base 100=1993	Variación Salario Medio 1993-2015	Dinámica Salario Medio	RTA% en 1993	RTA% en 2015 base 100=1993	Variación RTA 1993-2015	Dinámica RTA
GD1	100%	124%	24%	Progresiva	100%	174%	74%	Progresiva
GD2	100%	44%	-56%	Regresiva	100%	142%	42%	Progresiva
GD3	100%	90%	-10%	Regresiva	100%	110%	10%	Progresiva
GD4	100%	265%	165%	Progresiva	100%	220%	120%	Progresiva
GD5	100%	86%	-14%	Regresiva	100%	209%	109%	Progresiva
GD6	100%	108%	8%	Progresiva	100%	232%	132%	Progresiva
GD7	100%	196%	96%	Progresiva	100%	394%	294%	Progresiva
GD8	100%	137%	37%	Progresiva	100%	315%	215%	Progresiva
GD9	100%	-----	-----	-----	100%	-----	-----	-----

Fuente: Elaboración propia

El cuadro fue obtenido de una tesis de licenciatura en Economía de Daniela Trípodi, realizada en el año 2018 en la ciudad de Mar del Plata, y es relativa a datos extraídos de nuestro país (la sigla RTA es la remuneración al trabajo asalariado)

La curva de Lorenz es un gráfico frecuentemente utilizado para representar la distribución relativa de una variable en un dominio determinado. El dominio puede ser el conjunto de hogares o personas de una región o país, por ejemplo. La variable cuya distribución estudiamos puede ser el ingreso de los hogares o las personas. La curva se gráfica considerando en el eje horizontal el porcentaje acumulado de personas u hogares del dominio en cuestión y el eje vertical el porcentaje acumulado del ingreso.

Cada punto de la curva se lee como porcentaje acumulado de los hogares o las personas. La curva parte del origen (0,0) y termina en el punto (100,100). Si el ingreso estuviera distribuido de manera perfectamente equitativa, la curva coincidiría con la línea de 45 grados que pasa por el origen (por ejemplo el 15% de los hogares o de la población percibe el 15% del ingreso). Si existiera desigualdad perfecta, o sea, si un hogar o persona poseyera todo el ingreso, la curva coincidiría con el eje horizontal hasta el punto (100,0) donde saltaría el punto (100,100). En general la curva se encuentra en una situación intermedia entre estos dos extremos, si una curva de Lorenz se encuentra siempre por encima de otra (y, por lo tanto, está más cerca de la línea de 45 grados) podemos decir sin ambigüedad que la primera exhibe menor desigualdad que la segunda. Esta comparación gráfica entre distribuciones de distintos dominios geográficos o temporales es el principal uso de la curvas de Lorenz.

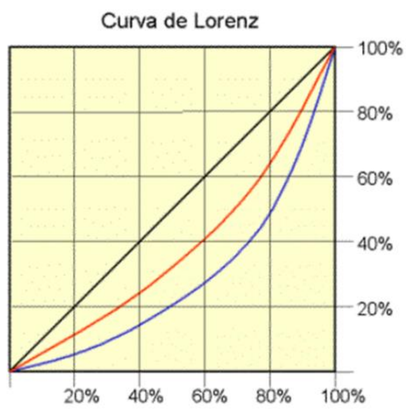


Figura 7. Curva de Lorenz

La curva de Lorenz es una forma gráfica de mostrar la distribución de la renta en una población. En ella se relacionan los porcentajes acumulados de población con porcentajes acumulados de la renta que esta población recibe. En el eje de abscisas se representa la población ordenada de forma que los percentiles de renta más baja quedan a la izquierda y los de renta más alta quedan a la derecha. El eje de ordenadas representa las rentas.

En la gráfica se muestran como ejemplo la representación de dos países imaginarios, uno en azul y otro en rojo. La distribución de la renta en el país azul es más desigual que en el país rojo. En el caso del país azul, el cuarenta por ciento más pobre de la población recibe una renta inferior al veinte por ciento del total del país. En cambio, en el país rojo, el cuarenta por ciento más pobre recibe más del veinte por ciento de la renta.

La línea diagonal negra muestra la situación de un país en el que todos y cada uno de los individuos obtuviese exactamente la misma renta; sería la equidad absoluta. Cuanto más próxima esté la curva de Lorenz de la diagonal, más equitativa será la distribución de la renta de ese país.

Otra forma de observar la curva de Lorenz es estimando el área de la superficie que se encuentra entre la curva y la diagonal. Esa superficie se llama área de concentración. Cuanto mayor sea esta área más concentrada estará la riqueza; cuanto más pequeña sea este área, más equitativa será la distribución de la renta del país representado.

Consideremos, para analizar la curva, los dos puntos extremos, A(0, 0) y B(100, 100) y tracemos por dichos puntos una recta secante. La pendiente de dicha recta secante la podemos calcular de la siguiente forma:

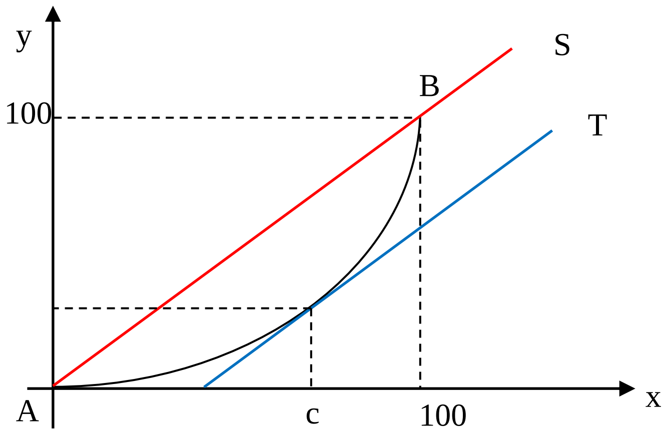


Figura 8. Gráfica de análisis de la curva de Lorenz

La expresión $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ es la pendiente de la recta secante *"S"*, en nuestro caso en particular sería $\frac{100-0}{100-0}=1$ que es la pendiente de la recta diagonal que representa una equidad absoluta en la distribución del ingreso.

La expresión $f'(c)$ nos da la pendiente de la recta tangente al gráfico de la función en el punto de abscisa $x = c$ podemos trazar una recta *tangente T que* es paralela a la recta secante *S* por tener igual pendiente, es en ese punto donde la distribución alcanza su mayor desigualdad, a la izquierda de ese punto, sobre el eje de abscisas, nos queda representado el porcentaje de población que tiene una menor participación en la distribución de la renta o ingreso, a la derecha el porcentaje de población que tiene una mejor participación en la distribución.

Veamos cuáles son las condiciones de la curva que describimos. Es continua en el intervalo en el cual estamos trabajando [0, 100]. Le vamos a agregar la condición de derivabilidad y resultan las condiciones de un teorema que expresara Joseph Louis Lagrange aproximadamente en el año 1770 en el teorema que lleva su nombre y también conocido como el Teorema del Valor Intermedio del Cálculo Diferencial.

3.1 **Demostración**

Al igual que el caso anterior, no vamos a detenernos en hacer la demostración, sólo comentaremos que también al ir haciendo los diferentes pasos lo hacemos en forma genérica, para una función cualquiera pero comparándola con la que acabamos de utilizar como introductoria al tema.

Por ejemplo, cuando se comienza la demostración del teorema, se formula la ecuación de la recta secante.

En general, nosotros trabajamos de esta forma:

Siendo los puntos A(a, f(a)) y B(b, f(b)), la pendiente de la recta que une dichos puntos es:

$$m = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

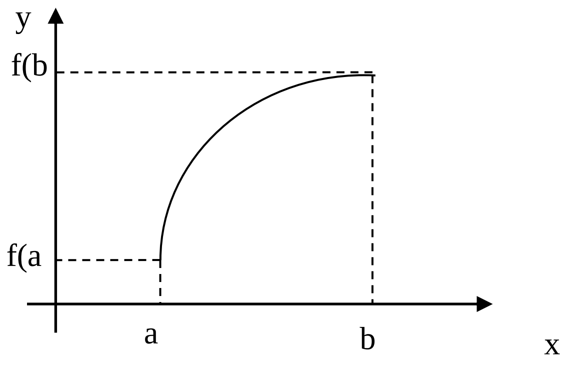


Figura 9. Gráfica de análisis general del Teorema de Lagrange

En el caso de nuestra curva, este valor, como vimos antes es 1 pues los extremos son (0, 0) y (100, 100)

La ecuación de la recta tangente, en este caso genérico es:

$$y = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

Esto llevado a nuestra curva, siendo A el punto (0, 0) y B el punto (100, 100), es:

$$y = 0 + \frac{100 - 0}{100 - 0}(x - 0) \Rightarrow y = x$$

Esta ecuación corresponde efectivamente con la recta que pasa por el origen y es bisectriz del primer y tercer cuadrantes, formando con el eje x un ángulo de 45 grados.

3.2 **Veamos un ejemplo**

Un estudio llevado a cabo por el observatorio social de la Universidad Nacional de Rosario, produjo la gráfica de la curva de Lorenz para el período 2016-2018 en la provincia de Santa Fe comparada con la de nuestro país (ver figura 10). La estimación de la curva de Lorenz para Argentina resulta ser: $y = 0.0047x^2 + 0.531x - 0.00002358$

Sabemos que la recta secante por los extremos coincide con la recta $y = x$, por lo tanto debemos buscar la recta tangente a la curva de pendiente 1, o sea el punto de la curva en el cual la derivada toma dicho valor.

$$y' = 0.0094x + 0.531 = 1 \Rightarrow x = 49.89$$

Por lo tanto el punto de mayor desigualdad se da cuando el 49,89% más pobre de la población del nuestro país recibe una renta inferior al 40% del total del país (38,19%)

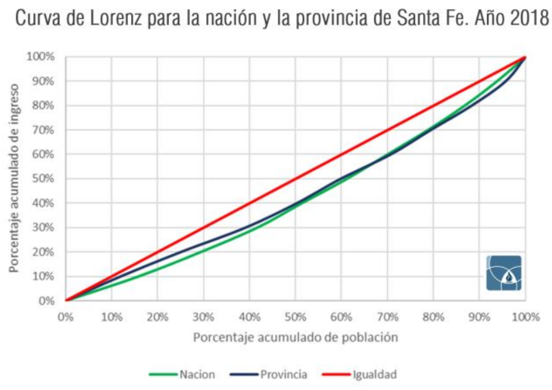


Figura 10: Curva de Lorenz (Jara Musuruana, 2019)

4 Conclusiones y trabajos futuros

Es muy interesante comprobar el cambio de la actitud y el interés de los alumnos cuando uno inicia el desarrollo de un teorema a través de un caso económico. Esto atrapa la atención e incentiva la participación en los diferentes momentos del desarrollo, logrando de esta forma que el alumno pueda inferir ciertas características de las funciones, previo al enunciado del teorema.

Nuestro trabajo actualmente consiste en cambiar un apunte teórico tradicional por unidades didácticas que comiencen siempre con algún ejemplo del área de la Economía.

Referencias

Bejarano Navarro, H. (2008) Verificación empírica de la curva de Laffer en la economía colombiana (1980 – 2005). *Revista Facultad Ciencias Económicas*, XVI, 151-164

Casparri, M, Efelbaumm M. (2014) La curva de Laffer y el Impuesto Inflacionario. *Revista de Investigación en modelos matemáticos aplicados a la gestión y a la Economía.* 1, 89 - 97

Haeussler, E; Paul, R y Wood, R (2015). *Matemáticas para Administración y Economía. 13 Edición*. México: Prentice Hall

Jara Musuruana, L. (2019) Distribución del ingreso en Rosario y Santa Fe, evolución 2016-2018. *Informe del Observatorio UNR*. 47, 2-23

Tan, S. (2012) *Matemáticas para administración y Economía 5ª Edición*, México: CengageLearning.

Zill, D. y Wright, W., (2011), *Cálculo de una variable. Trascendente tempranas, 4ª Edición*, México: Mc Graw Hill

196 ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES EN EL PRIMER PARCIAL DE INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS DE LA UNC EN 2018

Ceballos Salas, María Valentina – Díaz, Julieta – Nahas, Estefanía – Virgolini, Rubén
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba
mvaleceballos@gmail.com – diazjulieta31@gmail.com – tefinahas@gmail.com – rubenvirgolini@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Errores, Introducción a la Matemática, Primer Parcial 2018

Resumen

Los errores son una realidad permanente en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Es por esto que la mayoría de las recomendaciones metodológicas acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática coinciden en la necesidad de realizar un diagnóstico de cuáles son los principales errores que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática e incorporar esta información al momento de planificar la enseñanza de los mismos. Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza están vinculadas no sólo con aspectos propios de la matemática (naturaleza abstracta, pensamiento lógico), sino también con la institución educativa, el currículo de matemática y la planificación de actividades. Clarificar la problemática del aprendizaje de matemática, será relevante para ayudar a los docentes a organizar mejor su enseñanza y para lograr estudiantes competentes en el área. Una primera aproximación que se efectuó es un estudio exploratorio y un análisis descriptivo de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018. Posteriormente se estudiaron las características comunes y no comunes en los errores encontrados en dicho parcial.

1 Introducción

1.1 Contexto

El presente trabajo está enmarcado en el Proyecto Formar de la Secretaría de Ciencia y Tecnología (Secyt) titulado "Análisis de los errores en Matemática de los ingresantes a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba" [17], aprobado por Resolución 411/2018, con lugar de trabajo en la FCE, UNC.

El proyecto plantea como objetivo principal "analizar los errores al resolver problemas y/o ejercicios que aparecen en las respuestas de los exámenes de la asignatura "Introducción a la Matemática", la cual forma parte del ciclo de nivelación de la FCE, UNC.

A su vez, en el proyecto se establecen los siguientes objetivos específicos:

5. Analizar el rendimiento de los estudiantes de manera global, basándonos en los exámenes realizados por ellos.
6. Identificar los errores correspondientes a contenidos matemáticos que cometen los estudiantes que aspiran a ingresar a cualquiera de las carreras de Ciencias Económicas.
7. Categorizar los errores analizados.

[17] En adelante, nos referiremos a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba como FCE, UNC.

Teniendo en cuenta los propósitos de la investigación, se plantearon una serie de hipótesis de investigación o anticipaciones de sentido, las cuales no sólo tienen que ver con la identificación y clasificación de los errores, sino también con el desarrollo de propuestas remediales:

8. Existen dificultades comunes en la comprensión de contenidos matemáticos en los estudiantes, que se manifiestan cometiendo errores similares.
9. La identificación de los errores proporciona elementos para el desarrollo, tanto de propuestas didácticas para los docentes, como de estrategias para los estudiantes para que logren revertirlos.

1.2 Análisis de la problemática

Los errores son una realidad permanente y constante en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Es por esto que la mayoría de las recomendaciones metodológicas acerca de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática coinciden en la necesidad de realizar un diagnóstico de cuáles son las principales dificultades que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática e incorporar esta información al momento de planificar la enseñanza de los mismos (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006).

En términos generales, los estudiantes que ingresan a la universidad presentan un bajo nivel académico, particularmente en la asignatura Matemática, razón por la cual el índice de reprobación y deserción es elevado. Este problema no es exclusivo de una universidad, sino que se presenta en numerosas universidades de diversos países del mundo (Barrón López, Estrada Cabral, Luna González, Loera Ochoa y Ruiz Chávez, 2013).

“El aspecto conceptual y el operacional de los objetos matemáticos y el lenguaje propio de la matemática ponen de manifiesto la naturaleza abstracta y la complejidad de la disciplina. El pensamiento lógico está presente en todas las actividades, aún si se utilizan métodos intuitivos para la demostración de la veracidad de las relaciones que se establecen entre los distintos objetos matemáticos” (Bender, Burroni, Dodera y Lázaro, 2014: 70). De todos modos, las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza están vinculadas no sólo con estos aspectos propios de la matemática, sino también con la institución educativa, el currículo de matemática y la planificación de actividades.

Entendemos que “un error es no sólo consecuencia de ignorancia o de incertidumbre o de un accidente. Un error podría ser la consecuencia de un conocimiento previo que tiene su propio interés, su propio éxito, pero que aparece como falso bajo nuevas circunstancias, o más simplemente no adaptado. Así en el análisis didáctico los errores no son entendidos como meras fallas de los alumnos, sino más bien como síntomas de la naturaleza de las concepciones que subyacen en sus actividades matemáticas" (Balacheff, 1984:36).

Clarificar la problemática del aprendizaje de matemática en el ingreso a dicha facultad, desde el estudio de las concepciones que tienen los estudiantes acerca de ella, será relevante para ayudar a los docentes a organizar mejor su enseñanza y para lograr estudiantes competentes en el área. En este sentido, el estudio de las posibles deficiencias y errores de Matemática que los estudiantes traen del secundario, hace necesaria la “implementación de acciones que nos proporcionen un diagnóstico que nos permita a los docentes generar estrategias para crear entornos de aprendizaje enriquecedores” (Barrón López et al, 2013: 110).

Numerosos trabajos coinciden en señalar que existen errores reiterados en el sistema educativo. “Los errores forman parte de las producciones de la mayoría de los estudiantes, y constituyen un elemento estable en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática" (Abrate et al, 2006: 136). Godino, Batanero y Font (2003) establecen que es natural que los estudiantes cometan errores y tengan dificultades en el proceso de aprendizaje y consideran que se puede aprender de los propios errores.

El estudio de los mismos en el aprendizaje de la matemática ha sido de un interés permanente por parte de diferentes investigadores a nivel mundial. Considerando los objetivos presentados por las investigaciones en análisis de errores existentes, las mismas pueden ser agrupadas en dos categorías: aquellas que buscan superar el error a través de su eliminación, donde se pueden encontrar investigaciones que tuvieron la influencia del conductismo y el procesamiento de la información y aquellas que buscan la superación del error a través de la exploración de sus potencialidades, donde aparecen trabajos de carácter constructivista (Abrate et al, 2006).

En este sentido, la investigadora Raffaella Borasi (Cury, 1994; Borasi, 1989), realiza un abordaje sobre las posibilidades existentes en la utilización de análisis de los errores en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Además del mencionado papel tradicional del análisis de errores para lograr identificarlos, clasificarlos y eliminarlos, se plantea el uso de los mismos como instrumentos fundamentales para avanzar en el desarrollo de una disciplina. Es decir, explorar las potencialidades del error, considerarlo un estadio necesario que puede conducir a nuevos descubrimientos, utilizarlo como una herramienta que permite comprender los procesos cognitivos de los estudiantes.

2 Desarrollo

Como ya se ha mencionado anteriormente, y, a partir del marco teórico analizado, la investigación se lleva adelante utilizando los exámenes de la materia "Introducción a la Matemática", del ciclo de nivelación de la FCE, UNC con los que se analizan los errores y dificultades presentes en la resolución de los ejercicios y problemas de los mismos. El núcleo clave de abordaje consiste en identificar y categorizar los errores más frecuentes que cometen los estudiantes de la asignatura e inferir las posibles concepciones encubiertas en esos errores.

Una primera aproximación que se efectuó es un estudio exploratorio y un análisis descriptivo de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018, para posteriormente estudiar las características comunes y no comunes en los errores encontrados en el parcial. Este estudio exploratorio se realizó porque consideramos que las notas obtenidas por los estudiantes son en gran parte un reflejo de los errores cometidos al resolver el parcial.

Para ingresar a la FCE en 2018 se inscribieron en el ciclo de nivelación 2.573 estudiantes. El programa de Introducción a la Matemática establece que se aprueba cada uno de lo dos parciales, con nota de 4 (cuatro) o más. La escala de notas utilizada en los parciales es la establecida en la Ordenanza 482/09 del Honorable Consejo Directivo de la FCE la cual determina las siguientes calificaciones: 0 puntos porcentuales = 0 (cero); 1 a 20 puntos porcentuales = 1 (uno); 21 a 30 puntos porcentuales = 2 (dos); 31 a 49 puntos porcentuales = 3 (tres); 50 a 53 puntos porcentuales = 4 (cuatro); 54 a 59 puntos porcentuales = 5 (cinco); 60 a 68 puntos porcentuales = 6 (seis); 69 a 77 puntos porcentuales = 7 (siete); 78 a 86 puntos porcentuales = 8 (ocho); 87 a 95 puntos porcentuales = 9 (nueve) y 96 a 100 puntos porcentuales = 10 (diez).

A continuación el gráfico muestra los porcentajes de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial del 2018:

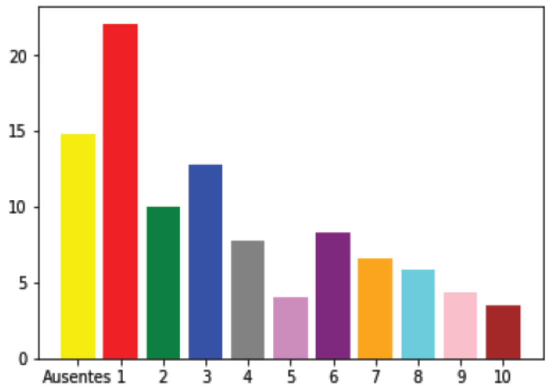


Gráfico 1. Resultados del primer parcial 14/02/18

A partir del gráfico puede observarse:

10. El porcentaje de estudiante ausentes fue del 15% (381 estudiantes).
11. Obtuvo nota 1 el 22% (568); nota 2 el 10% (256) y nota 3 el 13% (329). En suma, reprobó el 45% (1.153).
12. Obtuvo nota 4 el 8% (201); nota 5 el 4% (103); nota 6 el 8% (213); nota 7 el 7% (169); nota 8 el 6% (150); nota 9 el 4% (112) y nota 10 el 4% (91). Es decir que en total, aprobó el 40% (1.039).

Luego de este análisis, se procedió a estudiar los errores cometidos en la resolución del parcial.

En este parcial se evaluaron las unidades 1, 2 y parte de la unidad 3 del programa de la asignatura. La unidad 1, denominada números y operaciones aritméticas, comprende operaciones con números naturales, enteros, racionales, irracionales, reales y complejos. La unidad 2, denominada expresiones algebraicas, contiene operaciones entre expresiones algebraicas, factorización, descomposición factorial y expresiones algebraicas fraccionarias. La unidad 3, denominada ecuaciones e inecuaciones, posee los siguientes contenidos: ecuación lineal con una incógnita, ecuación cuadrática con una incógnita, ecuaciones fraccionarias, sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas y por último inecuaciones. Este último, es el único tema de la unidad que no fue evaluado en el primer parcial.

El mismo constaba de ocho ejercicios y/o problemas. A continuación presentamos las temáticas y un ejemplo de enunciado para cada uno:

1. Planteo y resolución de una ecuación:

   Analice el problema, plantéelo y resuelva.

   "Un atleta ha recorrido la tercera parte de una carrera, y sabe que si recorriese la cuarta parte de la distancia que le falta para finalizar, estaría a 12 kilómetros de la meta. ¿Cuál es la distancia total que tiene que recorrer el atleta?"

2. Factorización:

   Resuelva previo factoreo y simplificación.

$$\frac{5p^2+3p}{2x-10}\cdot\frac{8\left(x^2-25\right)}{5px+25p+3x+15}$$

3. Ecuación fraccionaria:

   Resuelva la siguiente ecuación.

$$\frac{6}{x^2+2x}-\frac{x-2}{x+2}=\frac{3}{x}$$

4. Operaciones combinadas:

   Resuelva la siguiente operación.

$$\left[(-6)^0+\sqrt{1-\frac{-\left(2^3-3^{-2}\cdot 3^2\right)}{5^2-2^5}}\right]-\frac{1}{5}\sqrt{8^2+(-2)^2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+(-1)^{44}\right]}$$

5. Sistema de ecuaciones:

   Resuelva y clasifique de acuerdo al tipo de solución el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+2y=-4 \\ 2x-y=-3 \end{cases}$$

6. División de polinomios:

   Establezca cuál es la opción correcta, **justificando adecuadamente su elección**.

   Dados P(x) = $-2x^2 + 4x - 2$ y Q(x) = x-3. ¿Cuál es el resto de hacer P(x):Q(x)?

   a) -32
   b) -2
   c) -44
   d) -8
   e) Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

7. Resta de expresiones algebraicas:

   Establezca cuál es la opción correcta, **justificando adecuadamente su elección**.

   El resultado de resolver la expresión:

$$\frac{6x-6}{3x^2-6x+3}-\frac{6(x+1)}{3x^2+6x+3}$$

   a) $\frac{4}{(x+1)^2}$
   b) $\frac{4}{x^2-1}$
   c) 1
   d) 0
   e) Todas las opciones anteriores son incorrectas.

8. <u>Descomposición factorial</u>:

   Establezca cuál es la opción correcta, **<u>justificando adecuadamente su elección</u>**.

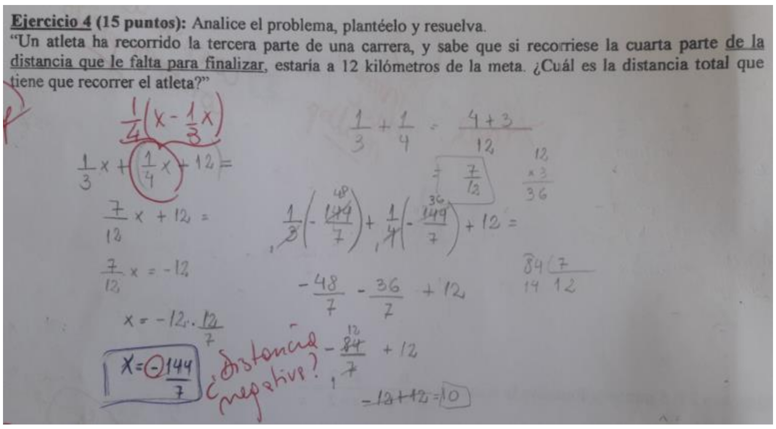
   La descomposición factorial del polinomio $Q(y) = 10y^2 - 2y^3 - 12y$ es:

   a) $Q(y) = -2y(y+3)(y+2)$
   b) $Q(y) = -2y(y-3)(y-2)$
   c) $Q(y) = 2y(y+3)(y-2)$
   d) $Q(y) = 2y(y-3)(y+2)$
   e) Ninguna de las anteriores es correcta.

La coordinadora de la materia confeccionó 8 temas, de los cuales el tema 1 y el 3 contenían los mismos ejercicios pero ubicados en distinto orden (y lo mismo sucedió con los temas 2 y 4, 5 y 7 y 6 y 8). Por lo que, en la práctica, nos encontramos con 4 temas diferentes. Tomamos la decisión de elegir al azar 20 parciales de cada uno de los 4 temas distintos, seleccionando 2 parciales de cada una de las notas de la escala de corrección. Así, seleccionamos 2 parciales con nota uno, 2 parciales con nota 2, 2 parciales con nota 3 y así sucesivamente hasta llegar a 2 parciales con nota diez. De esta manera nos aseguramos de analizar todo el espectro de notas posibles. Dado que seleccionamos 20 parciales de cada uno de los 4 temas, analizamos en total los errores de 80 parciales correspondientes al Primer Parcial de 2018. Si bien este número de parciales analizados puede parecer bajo en relación a la cantidad de estudiantes que rindieron el parcial (2.192), fueron suficientes para encontrar un determinado patrón en los errores cometidos por los estudiantes.

Después de analizar los errores cometidos en cada uno de los 8 ejercicios y/o problemas de los 80 parciales correspondientes al Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018, se especifica a continuación lo que se pudo observar. Para algunos de los casos, se presentan a su vez ejemplos de la forma que tuvieron los errores enunciados:

13. El ejercicio que menos errores presentó fue el correspondiente a la división de polinomios. El 76% (61) de los estudiantes resolvió el mismo sin errores;
14. Con respecto al planteo y resolución de una ecuación, el 40% (32) planteó mal la ecuación por lo que este error hizo que no llegaran al resultado correcto;


<u>Ejercicio 4</u> (15 puntos): Analice el problema, plantéelo y resuelva.
"Un atleta ha recorrido la tercera parte de una carrera, y sabe que si recorriese la cuarta parte <u>de la distancia que le falta para finalizar</u>, estaría a 12 kilómetros de la meta. ¿Cuál es la distancia total que tiene que recorrer el atleta?"

$\frac{1}{4}(x - \frac{1}{3}x)$

$\frac{1}{3}x + (\frac{1}{4}x) + 12 =$

$\frac{7}{12}x + 12 =$

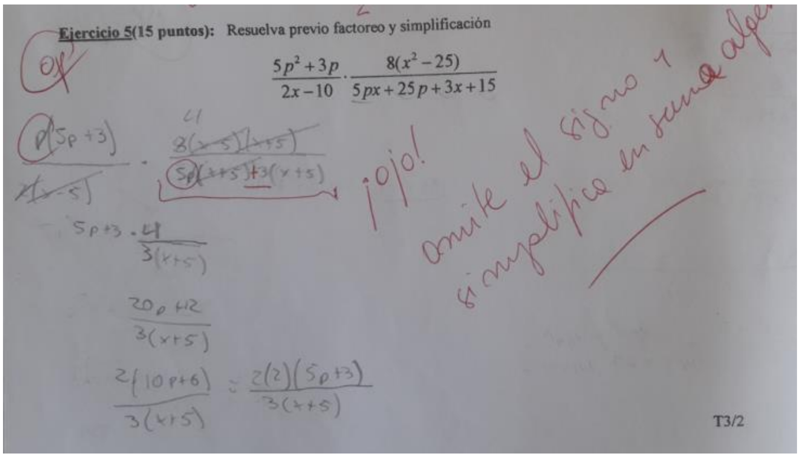
$\frac{7}{12}x = -12$

$x = -12 \cdot \frac{12}{7}$

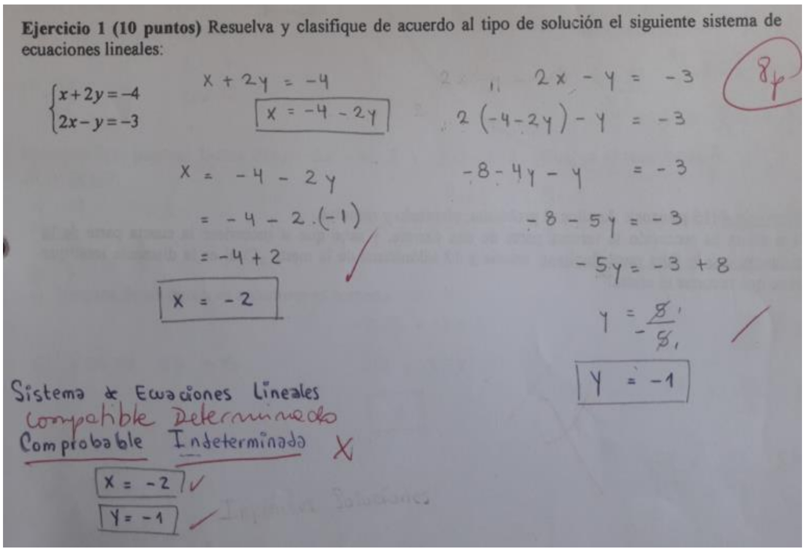
$\boxed{x = -\frac{144}{7}}$

¿Distancia negativa?

15. En el ejercicio de factorización el 20% (16) cometió errores de simplificación y el 21% (17) tuvo errores en los casos de factoreo;



16. En el sistema de ecuaciones el 37% (30) no clasificó el sistema, lo cual se pedía en la consigna, o clasificó el sistema de manera incorrecta;



17. El 19% (15) no resolvió el ejercicio de descomposición factorial.

3 Reflexiones finales

Muchos estudios han versado en los últimos años respecto de los principales errores y dificultades que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática. Sin embargo, lo novedoso del presente trabajo es que nunca se han realizado estudios de este tipo en la FCE, de la UNC.

Al analizar a los ingresantes en relación a la materia "Introducción a la Matemática" en particular, llama la atención la baja proporción de estudiantes que logra regularizarla. A partir de información obtenida en base a datos de SIU Guaraní (Sistema de Información Universitario Guaraní) de la FCE, UNC, en los últimos cinco años sólo el 45% de los estudiantes inscriptos regularizó la asignatura en promedio.

Una primera aproximación que se efectuó fue un estudio exploratorio y un análisis descriptivo de las notas obtenidas por los estudiantes en el Primer Parcial de Introducción a la Matemática en febrero de 2018 y posteriormente se estudió las características comunes y no comunes en los errores encontrados en dicho parcial. En un próximo trabajo se realizará el mismo estudio con el Segundo Parcial de la asignatura.

Analizar los patrones de error que cometen los estudiantes, permitirá observar si existen concepciones inadecuadas y cuáles son los temas en los que más se observan errores y dificultades. Será posible, de este modo, organizar diferentes estrategias para un mejor aprendizaje a partir de las temáticas que se identifiquen como las que generan mayores dificultades.

El proyecto tendrá un impacto sobre las prácticas pedagógicas de los docentes de la Facultad, a la vez que permitirá generar entornos de aprendizaje que sean enriquecedores para los estudiantes de las carreras que allí se dictan, posicionándolos en un rol activo, que les permita comprender y darles significado a los objetos matemáticos.

Además dará “un conocimiento general de los esquemas teóricos de interpretación y desarrollo curricular derivado del diagnóstico, tratamiento y superación de los errores en el aprendizaje de esta ciencia” (Abrate, et al: 2006, 16).

Referencias

Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Balacheff, N. (1984). French research activities in Didactics of Mathematics – some key words and related references-. *Theory of Mathematics Education* ICME 5 – Topic area and miniconferences: Adelaide, Australia. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 33-38.

Barrón López, J., Estrada Cabral, J., Luna González, J., Loera Ochoa, E. y Ruiz Chávez, O. (2013). Errores matemáticos más comunes de los alumnos de nuevo ingreso en las clases de física y matemáticas de las carreras de ingeniería de la UACJ. CULCyT, Año 10, No 50: Especial No 2.

Bender, G., Burroni, E., Dodera, G. y Lázaro, M. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 38, 69-84.

Borasi, R. (1989). S*tudents' constructive uses of Mathematical Errors: a taxonomy. Graduate School of Education and Human Development.* New York: University of Rochester.

Cury, H. (1994). *As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos (*Tesis de Doctorado en Educación). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Godino, J., Batanero C. y Font V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada.

199 INCIDENCIA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO. RELACIÓN ENTRE ÁLGEBRA LINEAL Y ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LA FCE/UNRC

Ivars Daniel Sergio - Regolini María del Carmen - Curti Sonia Noemí

FCE, UNRC – FCE, UNRC – FCE, UNRC

divars@eco.unrc.edu.ar - maregolini@fce.unrc.edu.ar - soniacurti@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: Conocimientos previos, Estudiantes universitarios, Asignaturas correlativas, Rezago en la aprobación

Resumen

Algunas líneas de investigación referidas al rendimiento académico universitario suelen vincularlo al éxito, retraso y abandono de los alumnos. El objetivo del trabajo es analizar la incidencia de los conocimientos previos en el rendimiento académico de los estudiantes de *Estadística y Probabilidad* (EyP) mediante relaciones entre las calificaciones obtenidas en los exámenes finales de *Álgebra Lineal* (AL), ambas asignaturas correspondientes a segundo año del Ciclo Básico de las carreras de grado que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC). Este estudio se enmarca dentro del Proyecto de Investigación “De la Educación Superior Bimodal: Análisis del proceso de enseñanza–aprendizaje en asignaturas del Ciclo Básico del Departamento de Matemática y Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNRC”. La investigación tiene un enfoque descriptivo sobre datos de la Unidad de Tecnología de la Información de la UNRC, cuya unidad de observación es *alumno por materia rendida* en el período 2004-2014, identificando la nota de aprobación, el promedio de notas y el tiempo que transcurre entre el año en que un alumno se inscribe para cursar AL y el año que logra aprobar su examen final. Los resultados de los análisis muestran que sobre 1498 estudiantes que rinden el examen final de EyP, el 67% obtiene calificación entre 5 y 8 y aproximadamente, el 22%, logra aprobarlo con nota 9 o 10. De estos alumnos, el 65% aprueba AL con calificaciones entre 6 y 8 y, el 9,6% con una calificación igual a 9. Asimismo, el estudio examinó mediante diferentes modelos de regresión que el mejor ajuste se obtiene al considerar los promedios de las calificaciones en AL y el rezago en la aprobación de esta materia.

1. Introducción

La Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC) ofrece las carreras de grado Contador Público, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía, en dos modalidades de cursado –presencial y a distancia–, las cuales comparten un Ciclo Básico (CB) de dos años.

Este trabajo se realiza en el marco del Proyecto de Investigación “De la Educación Superior Bimodal: Análisis del proceso de enseñanza–aprendizaje en asignaturas del Ciclo Básico del Departamento de Matemática y Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNRC”, aprobado y subsidiado por la Secretaría de Ciencia y Técnica de la UNRC.

El objetivo es analizar la incidencia de los conocimientos previos en el rendimiento académico de los estudiantes de Estadística y Probabilidad (EyP) mediante relaciones entre las calificaciones obtenidas en los exámenes finales de Álgebra Lineal (AL), ambas asignaturas correspondientes a segundo año del Ciclo Básico de las carreras de grado que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Río Cuarto.

Inicialmente, se realiza una síntesis de diferentes enfoques vinculados al rendimiento académico universitario y se deja plasmada la postura adoptada en este trabajo. Posteriormente, se describen las carreras de grado que ofrece la FCE de la UNRC, señalando el régimen de correlatividades entre las asignaturas del Departamento de Matemática y Estadística (DMyE) que son comunes a las carreras de grado en los dos primeros años de los diferentes Planes de Estudios. Luego de presentar la metodología de investigación y dar los resultados más relevantes, se exhiben las reflexiones finales.

2. Rendimiento académico universitario

En relación a la definición de rendimiento académico, se recuperan las enunciadas por Forteza: (1975) quien lo define en función a una serie de factores que giran alrededor de los resultados finales del esfuerzo hecho por el/la estudiante; Tournon (1984) alega que el rendimiento académico es "un resultado del aprendizaje, suscitado por la intervención pedagógica del profesor o profesora y producido en el alumno" (Tournon, 1984:24); Jiménez (2000) afirma que el rendimiento escolar es un "nivel de conocimientos demostrado en un área o materia comparado con la norma de edad y nivel académico" (en Montero Rojas et al., 2007:217); Garbanzo Vargas (2007) postula que "el rendimiento académico es la suma de diferentes y complejos factores que actúan en la persona que aprende, y ha sido definido con un valor atribuido al logro del estudiante en las tareas académicas" (Garbanzo Vargas, 2007:46).

Asimismo, los estudios referidos al rendimiento académico universitario plantean, en general, que es un indicador que formula el resultado de un proceso de enseñanza-aprendizaje, posible de ser medido a través de las calificaciones de las asignaturas. Sin embargo, constituye una variable compleja en la cual intervienen múltiples factores (Edel Navarro, 2003).

Las investigaciones de Tejedor Tejedor (2007) en conjunto con García-Valcárcel Muñoz-Repiso, sostienen que para estudiar los determinantes que influyen sobre el rendimiento académico, se han establecido cinco categorías de variables: de identificación, psicológicas, académicas, pedagógicas y socio-familiares. Mientras que Garbanzo Vargas (2007) manifiesta que pueden ser de orden social, cognitivo y emocional, y que se clasifican en tres categorías: determinantes personales, sociales e institucionales.

Algunas líneas de investigación plantean medir el rendimiento académico para vincularlo con el éxito, retraso y abandono de los alumnos a través de los resultados obtenidos en los exámenes. Siguiendo a Tejedor Tejedor y García–Valcárcel (2007), a su vez, clasifican al rendimiento académico en inmediato y diferido. Los primeros, hacen referencia a las calificaciones que logran los alumnos en el transcurso de su carrera hasta alcanzar el título, definiéndose en términos de éxito o fracaso de acuerdo a un período determinado de tiempo. Se dividen, además, en sentido estricto o amplio. Por sentido estricto, se hace referencia a la presentación a los exámenes –en término de sus calificaciones–. El rendimiento en sentido amplio, está vinculado con el éxito o fracaso en función de su culminación puntual o no en el tiempo estipulado por la carrera elegida por el estudiante. En cambio, el rendimiento diferido explica su vinculación con el mundo del trabajo, en términos de productividad y eficacia.

En función del objetivo planteado y dentro de las diversas líneas de investigaciones existentes, el posicionamiento aquí adoptado, se sostiene en lo planteado por Tejedor Tejedor y García–Valcárcel (2007) en concordancia al análisis del rendimiento académico mediante las calificaciones de los alumnos. Por su parte, Tournon Figueroa (1984), De la Orden *et al.* (1986), Apodaka *et al*. (1991), Sánchez Gómez (1996) y Tejedor *et al*. (1998) analizan la relación entre los conocimientos previos y el desempeño de los estudiantes. En algunos de estos trabajos se ha destacado que tanto las calificaciones como su promedio representan variables importantes en la vinculación entre el rendimiento académico y los conocimientos previos. Por su parte, Mora García (2015) indica que diversos autores (Balogun, 1988; Díaz, 1995; García-Aretio, 1989; Pike *et al*., 2002; Rodríguez-Ayán, 2007; García-Jiménez *et al*., 2000; Rodríguez-Espinar, 1985; Bruinsma, 2004; Soares *et al*., 2006) han utilizado diferentes técnicas de predicción o estimación entre las que se destacan la regresión lineal –simple y múltiple–, regresión logística y modelos de ecuaciones estructurales, algunas de las cuales se implementan en esta investigación.

3. Asignaturas del ciclo básico del departamento de matemática y estadística

Desde el año 2003, la FCE de la UNRC ofrece las carreras de grado Contador Público, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía, de cinco años de duración y en dos modalidades de cursado, presencial y a distancia.

Este trabajo está referido a las asignaturas del DMyE, *Álgebra Lineal* (AL) y *Estadística y Probabilidad* (EyP) que se imparten en segundo año del Ciclo Básico (CB) que es común a las tres carreras de grado. El origen disciplinar de las asignaturas del DMyE proviene de un área similar respecto de la simbología y algunos conocimientos previos comunes, más allá de que en primer año las asignaturas (*Análisis Matemático I* y *Análisis Matemático II*) están referidas al cálculo diferencial e integral y, cada materia de este Departamento requiere de un abordaje diferenciado, debido a su grado de especificidad.

El régimen de correlatividades entre las asignaturas establecido en cada Plan de Estudios, realiza una distinción entre los requerimientos para cursar y aprobar cada asignatura. La aprobación de cualquier asignatura se puede lograr de manera directa, mediante la obtención de la condición final de cursado *promocional*, o a través de la aprobación de un examen final presencial (ya sea como alumno *regular* o *libre)*, en alguno de los llamados en los turnos fijados por el Calendario Académico de la FCE, con calificación mayor o igual que cinco hasta diez[18].

Tomando en consideración que este trabajo está focalizado en las asignaturas de segundo año del CB, se destaca que, para que un estudiante de la FCE pueda rendir el examen final de *Estadística y Probabilidad* tiene que tener aprobada *Álgebra Lineal*.

4. Metodología

La investigación tiene un diseño de tipo cuantitativo-descriptivo. La información utilizada proviene de datos proporcionados por la Unidad de Tecnología de la Información (UTI) de la UNRC, referidos al total de estudiantes (que cursan en ambas modalidades) inscriptos para rendir los exámenes finales –bajo la condición *libre* o *regular*– de las asignaturas del DMyE correspondientes al CB, en el período comprendido entre los años 2004 y 2014.

Previo al estudio, se eliminaron de la base de datos las inscripciones de los estudiantes ausentes al examen final, estableciendo como unidad de observación: *alumno por materia rendida*. De los estudiantes que efectivamente rindieron los exámenes finales de *Estadística y Probabilidad* se replicaron los campos de las notas para *Álgebra Lineal*; de este modo, se empareja la base de datos para las dos materias contempladas en este estudio.

No obstante, por separado, se ha recolectado la información de todas las calificaciones de cada alumno de *Álgebra Lineal*, incluyendo aquellas que representan aplazos hasta la nota final de aprobación, para calcular el promedio de las notas cuando se requiera. Asimismo, se define una variable denominada MEJOR que representa la diferencia entre "*el año de aprobación de una asignatura*" y "*el año de inscripción para cursarla*" independientemente de la condición final de cursado alcanzada, que puede tomar los valores son 0, 1, 2, 3, etc. De éstos, el valor 0 indica que el alumno ha

[18] Hasta el año 2010, la nota mínima de aprobación de las asignaturas en los exámenes finales era igual a cuatro.

aprobado la asignatura el mismo año en que se ha matriculado para cursarla; el valor 1 expresa que el estudiante ha aprobado la materia al año siguiente al de su inscripción para cursarla y así sucesivamente; mediante estos valores se determina el rezago en la aprobación de la asignatura.

5. Resultados

En esta primera parte se analizan las calificaciones obtenidas por los estudiantes en los exámenes finales de *Álgebra Lineal* y de *Estadística y Probabilidad.* Para ello, se definen las variables, *NOTA AL que* corresponde a la calificación lograda por un estudiante en el examen final de aprobación de *Álgebra Lineal*, y *Nota EyP* que representa la calificación obtenida en el último examen final rendido por el estudiante de *Estadística y Probabilidad*, entre los años 2004 y 2014.

Tabla 1: Resumen de estadísticos de las variables *Nota EyP y NOTA AL*

	Tamaño de la muestra	Media	Desviación estándar	Valor mínimo	Percentil (25)	Percentil (75)	Valor máximo	Curtosis
Nota EyP	1.498	6,877	1,899	2	5	8	10	2.413
NOTA AL	1.498	6,663	1,499	4	6	8	10	2.413

En la Tabla 1 se advierten diferencias en los rangos de las variables *Nota EyP* y *NOTA AL*, lo cual es esperable tomando en cuenta que para poder rendir el examen final de *Estadística y Probabilidad* se requiere tener aprobada *Álgebra Lineal*, de acuerdo con el régimen de correlatividades entre las asignaturas.

En *Estadística y Probabilidad*, el 25% de los estudiantes obtiene, en el último examen final rendido, una calificación inferior o igual a 5 –inluyendo los aplazos– mientras que en *Álgebra Lineal*, dicha proporción representa la cantidad de estudiantes que consigue aprobarla con una nota igual a 4, 5 ó 6. En ambas asignaturas, el 25% de los estudiantes logran una calificación mayor o igual que 8 en los exámenes finales tomando en cuenta la definición de las variables *Nota EyP* y *NOTA AL*. Para ambas variables, la calificación media es próxima a 7 y la similitud de sus respectivos valores de curtosis indica una baja concentración en torno a su media.

Sin embargo, la distribución de frecuencias de cada una de estas variables en sus correspondientes histogramas de frecuencias permite apreciar en el Gráfico 1A que alrededor del 67% de los estudiantes de ambas modalidades que rindieron el examen final de *Estadística y Probabilidad*, lo aprueban con una calificación comprendida entre cinco y ocho mientras que, cerca del 22% lo hace con nota nueve o diez, y sólo un 2% de los alumnos desaprueba el examen final de esta materia[19], revelando la proporción de estudiantes que no logra completar el CB para las asignaturas pertenecientes al DMyE. Respecto de las calificaciones obtenidas por los alumnos que aprueban *Álgebra Lineal* se advierte que el 66% obtuvo una nota comprendida entre seis y ocho (inclusive), sólo la cuarta parte de los alumnos lo aprobó con las menores calificaciones –cuatro y cinco– y el resto logró las mejores notas – nueve o diez– (Gráfico 1B).

[19] El valor 2 de la variable *Nota EyP* sólo se refiere al aplazo obtenido por el estudiante en el último examen final rendido y no incluye aplazos anteriores, si los hubiere.

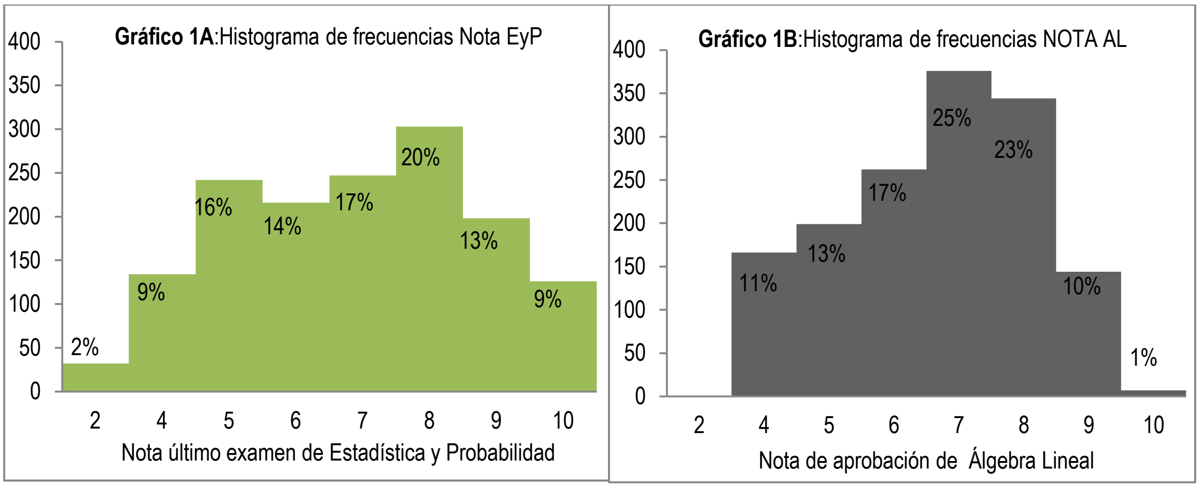


Gráfico 1: Distribución de frecuencias de las variables *Nota EyP* y *NOTA AL*

A continuación, siguiendo lo realizado en diversas investigaciones referidas a la predicción del rendimiento académico, se estimará el comportamiento de una variable dependiente en función de otra u otras variables independientes, sobre un total de 1498 alumnos con datos completos. Para ello, se emplearán las herramientas estadísticas que ofrecen tanto la regresión lineal simple como la múltiple, formulando cuatro modelos en los cuales se mantiene fija a *Nota EyP* como su variable dependiente mientras que las variables independientes podrán ser *NOTA AL*, el promedio de notas obtenidas por un alumno hasta aprobar *Álgebra Lineal* -incluyendo los aplazos- y/o la variable Mejor, como una forma de apreciar la incidencia de los conocimientos previos en asignaturas correlativas del DMyE que conforman el CB.

Se formula el Modelo 1 de regresión simple cuya variable predictora es *NOTA AL*. Ajustado el modelo se interpreta que la ecuación muestra significatividad al 1%. El coeficiente de la variable *NOTA AL* es igual 0,189, cuyo signo positivo refleja que las calificaciones de los alumnos en el examen final de *Álgebra Lineal* están asociadas con las mejores notas en los exámenes finales de *Estadística y Probabilidad*. El término independiente alcanza el valor 5,616 donde su elevada magnitud podría estar exhibiendo posibles factores inobservables. El estadístico de bondad de ajuste R^2 muestra que aproximadamente el 2% de la variabilidad de *Nota EyP* está explicada por la variable *NOTA AL* (Columna correspondiente a Modelo 1 en Tabla 2).

Incorporando al modelo anterior, la variable *MEJOR* se convierte en uno de regresión múltiple, denominado Modelo 2, manteniendo la misma variable dependiente, pero considerando a *NOTA AL* y *MEJOR* como sus variables independientes. Realizada la estimación, el valor del R^2 ajustado es igual a 0,054 e indica una leve mejora con respecto a la estimación del modelo anterior. Tanto los coeficientes de las variables independientes como la constante son significativos al 1% aun cuando el coeficiente de *MEJOR* es negativo (su valor es -0,414) tal lo esperado (Columna correspondiente a Modelo 2 en la Tabla 2).

Tabla 2: Modelos de regresión que describen la relación entre *Estadística y Probabilidad* y *Álgebra Lineal*

	Variable dependiente			
	Nota EyP			
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4

Constante	5,616*** (0,221)	5,919*** (0,222)	5,514*** (0,140)	5,864*** (0,160)
NOTA AL	0,189*** (0,032)	0,180*** (0,032)		
MEJOR		-0,414*** (0,058)		-0,266*** (0,060)
PROMEDIO NOTAS AL			0,246*** (0,024)	0,211*** (0,025)
Observations	1498	1498	1498	1498
R^2	0,022	0,055	0,067	0,079
Adjusted R^2	0,022	0,054	0,066	0,077
Residual Std. Error	1,878 (df = 1496)	1,847 (df = 1495)	1,835 (df = 1496)	1,824 (df = 1495)
F Statistic	34,157*** (df = 1; 1496)	43.311*** (df = 2; 1495)	106,763*** (df = 1; 1496)	63,858*** (df = 2; 1495)

Nota: *p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01

Para examinar con mayor énfasis las vinculaciones entre las variables objeto de estudio, se analiza la relación entre *Nota EyP* y una nueva variable denominada *PROMEDIO NOTAS AL* –que representa la nota media entre todas las calificaciones obtenidas por el alumno incluyendo los aplazos y la nota final de aprobación en la asignatura *Álgebra Lineal*–. Para ello, se formula el Modelo 3 de regresión lineal simple donde *PROMEDIO NOTAS AL* representa la variable independiente.

En la Tabla 2, la columna correspondiente al Modelo 3, muestra que la ecuación de regresión lineal simple tiene significatividad al 1%. El coeficiente de la variable *PROMEDIO NOTAS AL* (0,246) es positivo y su magnitud es mejor que la del coeficiente de la variable independiente *NOTA AL* del Modelo 1. El elevado valor del término independiente (5,514) estaría reflejando posibles factores inobservables. El R^2 es igual 0,067 e indica una explicación muy leve del modelo propuesto.

Finalmente, se ajusta el Modelo 4, que incorpora al Modelo 3 la variable independiente *MEJOR*[20] definiendo una ecuación de regresión lineal múltiple. Cuyo ajuste evidencia una mejora sustancial respecto a los modelos anteriores, al mismo nivel de significación del 1%. El coeficiente de la variable *PROMEDIO NOTAS AL* mantiene el signo esperado. El valor del término independiente en el Modelo 4 es igual a 5,864. El R^2 ajustado (0,077) ofrece un mayor poder explicativo al modelo con respecto a los modelos anteriores (Tabla 2).

De las estimaciones realizadas en los diferentes modelos de regresión considerados, el Modelo 4 se considera que es el que mejor describe la relación entre los conocimientos previos en asignaturas correlativas inmediatas como *Álgebra Lineal* en *Estadística y Probabilidad*; donde las variables regresoras han sido definida como *PROMEDIO NOTAS AL* y la variable *MEJOR* y, la variable respuesta corresponde a *Nota EyP*. Este modelo posee el mejor ajuste total visualizándose en el valor más alto de R^2.

[20] De manera similar a lo efectuado en el Modelo 2, a partir del Modelo 1.

La incorporación de la variable MEJOR -que representa la diferencia entre "*el año de aprobación de una asignatura*" y "*el año de inscripción para cursarla*" independientemente de la condición de final de cursado alcanzada- a los modelos de regresión simple (Modelo 1 y Modelo 3), y formular los modelos de regresión múltiples con dos variables independientes ha permitido incrementar los valores de R^2 en ambas situaciones. Esto muestra que dichos modelos poseen en su expresión la variable del desempeño académico por diferimiento.

6. Conclusiones

El estudio del rendimiento académico del estudiante se encuentra dentro de las investigaciones más destacadas que involucra las dimensiones del proceso de enseñanza-aprendizaje. Los estudios en esta temática tienden a consensuar que el rendimiento académico se refiere a un indicador multifactorial y algunos autores, lo distinguen entre inmediato y diferido; donde el primero representa las calificaciones que alcanzan los estudiantes en el transcurso de su carrera hasta obtener el título y el rendimiento diferido sugiere mostrar el retraso o no en la aprobación de las asignaturas. El posicionamiento adoptado en el presente estudio se corresponde con estas consideraciones.

En este trabajo se relacionan las calificaciones obtenidas por los estudiantes en los exámenes finales de dos asignaturas del DMyE que permiten completar el CB común a las tres carreras de grado que se dictan en la FCE de la UNRC, entre los años 2004 y 2014 como una forma de indagar respecto de conocimientos, considerados previos, que son requeridos para completar la trayectoria académica en este ciclo mientras que se transitan las asignaturas que están entrelazadas por el régimen de correlatividades vigente.

De la información recogida, para la asignatura *Álgebra Lineal* se consideran la nota en el examen final de aprobación, el promedio de notas obtenidas por el estudiante hasta aprobarla y/o el rezago en la aprobación mientras que para *Estadística y Probabilidad* sólo la nota en el último examen rendido, que permite en este caso, incluir como nota única, la que representa la no aprobación de asignatura y por ende, identificar los alumnos que no logran completar el CB para las asignaturas del DMyE.

Mediante la formulación y ajuste de diversos modelos de regresión simple y múltiple considerando en todos ellos, la variable *Nota EyP* como su variable dependiente, se advierte que el modelo que mejor describe la relación entre las variables es el que considera como variables independientes a *PROMEDIO NOTAS AL* y la variable *MEJOR*, evidenciado por su significatividad, con un coeficiente acorde a lo esperado y un valor aceptable.

Este trabajo ha permitido construir una base de datos que relaciona información de ambas materias, donde una de ellas ha sido insumo de la otra y observar, mediante la calificación en el examen final de una asignatura la posible influencia en el desempeño académico de otra. Si bien, no se pueden generalizar las conclusiones aquí detectadas se ha podido lograr una aproximación de la realidad educativa en el ámbito de la FCE en asignaturas del CB.

Nuestras futuras investigaciones ahondarán en la formulación de otros modelos econométricos mediante la incorporación de otras variables que pudieran tener mayor incidencia en las calificaciones obtenidas por los estudiantes y que permitan explicar más significativamente la articulación entre conocimientos previos y rendimiento académico inmediato de los estudiantes en las asignaturas del DMyE que pertenecen CB. Para ello, analizaremos las propuestas de otros investigadores en la temática, ya que la limitación de los datos ha posibilitado avanzar hasta este punto, no permitiendo mejorar el modelo en términos de otras variables explicativas.

7. Referencias

Apodaka, P.; Grao, J.; Martínez, J. y Romo, I. (1991). Demanda y rendimiento académico en la educación superior. Estudio longitudinal de la inserción de dos cohortes de bachillerato en la UPV/EHU. Bilbao, Servicio Central de Publicaciones. Gobierno Vasco. Estudios y documentos, nº 13.

De la Orden, A., Garcìa, J. M. y Gavirìa, J. L. (1986). Un acercamiento experimental a la investigación del rendimiento en la Universidad, Revista de Investigación Educativa, 8:4, pp. 21-36.

Edel Navarro, R. (2003) El rendimiento académico: concepto, investigación y desarrollo. REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación [en línea] 2003, 1 (julio-diciembre)

Forteza, J. (1975).Modelo instrumental de las relaciones entre variables motivacionales y rendimiento. Revista de Psicología General y Aplicada, 132, 75-91. España.

Garbanzo Vargas, G. M. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. Revista Educación 31(1), 43-63. Costa Rica.

Montero Rojas, E., Villalobos Palma, J., & Valverde Bermudez, A. (2007). Factores institucionales, pedagógicos, psicosociales y sociodemográficos asociados al rendimiento académico en la universidad de Costa Rica: Un análisis multinivel. Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa (RELIEVE), 215-234.

Mora, R., (2015). Factores que intervienen en el rendimiento académico universitario: Un estudio de caso, Revista Opción, Vo1. 31, núm. 6, 1041- 1063.

Sánchez Gómez M. C. (1996) Determinantes del rendimiento académico en la Universidad de Salamanca (Salamanca, Tesis doctoral inédita).

Tejedor Tejedor, F. J. y otros (1998). Los alumnos de la Universidad de Salamanca. Características y rendimiento académico. Salamanca, Ediciones Universidad de Salamanca.

Tejedor Tejedor, F. J. (2003). Poder explicativo de algunos determinantes del rendimiento en los estudios universitarios. Universidad de Salamanca. Revista Española de Pedagogía. Año LXI, n. º 224, enero-abril 2003, 5-32.

Tejedor Tejedor, F.J. y García-Valcárcel Muñoz-Repiso, A. (2007). Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos).Propuestas de mejora en el marco del EEES. Revista de Educación, 342, 443-473.

Tourón Figueroa, J. (1984). Factores del rendimiento académico en la universidad. EUNSA Ediciones Universidad de Navarra. Pamplona. España.

201 ANALISIS DE COMPETENCIAS MATEMATICAS A DESARROLLAR DESDE LA EJERCITACIÓN PROPUESTA EN LA CARTILLA DE TRABAJOS PRACTICOS DE ALGEBRA Y GEOMETRIA ANALITICA 2019

Aisama, María José – Gutierrez, Patricia Gisela Carolina

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Jujuy

mjaisama@gmail.com - gica_05@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras claves: Trabajos prácticos, Competencias matemáticas, Algebra

Resumen

En Ciencias Económicas, la Matemática juega un papel muy significativo al constituirse en una herramienta fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos económicos. El profesional de las Ciencias Económicas debe contar entonces, con los conocimientos matemáticos suficientes para poder interpretar la realidad en términos matemáticos, lograr establecer regularidades y modelos efectivos que le permitan establecer relaciones entre variables económicas y sobre todo, utilizar estos modelos para realizar predicciones y tomar decisiones.
Los estudiantes de Ciencias Económicas necesitan desarrollar diversas competencias matemáticas para poder afrontar a lo largo de su carrera universitaria, situaciones conflictivas que se le presentan en las diversas áreas de formación.
Los contenidos matemáticos que se desarrollan en el ámbito universitario deben ser impartidos con el propósito de generar y potenciar competencias en los alumnos; dado que estas competencias trascenderán el ámbito universitario, consolidándose como un recurso que utilizará el profesional de manera permanente a lo largo de su vida laboral y personal.
Por lo expuesto, un grupo de docentes de la asignatura Algebra y Geometría Analítica -correspondiente a primer año de las carreras de Licenciaturas en Administración y Economía Política que se cursan en la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Jujuy, presenta un análisis documental de tipo descriptivo, en el cual, a partir de definir qué se entiende por competencia matemáticas, va a desplegar una lista de enunciados de problemas propuestos para el desarrollo de los contenidos propios de la asignatura, que permiten el desarrollo de dichas competencias.

Introducción

En Ciencias Económicas, la Matemática juega un papel muy significativo al constituirse en una herramienta fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos económicos. El profesional de las Ciencias Económicas debe contar entonces, con los conocimientos matemáticos suficientes para poder interpretar la realidad en términos matemáticos, lograr establecer regularidades y modelos efectivos que le permitan establecer relaciones entre variables económicas y sobre todo, utilizar estos modelos para realizar predicciones y tomar decisiones.

Los contenidos matemáticos que se desarrollan en el ámbito universitario deben ser impartidos con el propósito de generar y potenciar competencias en los alumnos; dado que estas competencias trascenderán el ámbito universitario, consolidándose como un recurso que utilizará el profesional de manera permanente a lo largo de su vida laboral y personal.

Por lo expuesto, un grupo de docentes de la asignatura Algebra y Geometría Analítica -correspondiente a primer año de las carreras de Licenciaturas en Administración y Economía Política que se cursan en la Facultad de Ciencias

Económicas, de la Universidad Nacional de Jujuy, presenta un análisis documental de tipo descriptivo, en el cual, a partir de definir qué se entiende por competencia matemáticas, va a desplegar una lista de enunciados de problemas propuestos para el desarrollo de los contenidos propios de la asignatura, que permiten el desarrollo de dichas competencias.

Fundamentación

Uno de los lineamientos que impulsa la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU) hace hincapié en la implementación de análisis de casos en las prácticas de los diferentes espacios curriculares. Incorporarlos en las guías de trabajos prácticos del área Matemática, resulta relevante e indispensable para lograr que los estudiantes desarrollen y potencien diferentes competencias matemáticas, que le permitirán afrontar diferentes situaciones tanto en su vida cotidiana como laboral.

Los estudiantes de las carreras de las Ciencias Económicas necesitan desarrollar diversas competencias matemáticas para poder afrontar a lo largo de su carrera universitaria, situaciones conflictivas que se le presentan en las diversas áreas de formación y que se reducen en su gran mayoría, al contexto de las Matemáticas. Un ejemplo en el ámbito de la Economía es el vinculado a la optimización de recursos, es decir, la asignación eficiente de recursos escasos destinados a la producción, en el cual para su resolución es necesario desarrollar conceptos matemáticos tales como: funciones algebraicas, derivadas, extremos relativos, etc.

Al ser Algebra y Geometría Analítica la primera materia del área Matemática que se desarrolla en las carreras de las licenciaturas anteriormente mencionadas, sus contenidos deben ser utilizados como herramientas para facilitar y generar competencias matemáticas, valiosas no sólo para la práctica de los futuros profesionales, sino también para satisfacer necesidades personales que trascienden el ámbito laboral.

Marco Teórico

En los años noventa, el proceso de enseñanza – aprendizaje, empieza a abordarse desde un paradigma constructivista, en contraposición a las teorías conductistas desarrolladas hasta ese momento, que concebían al alumno como un sujeto pasivo, receptor de conocimientos. El constructivismo se focaliza en un aprendizaje significativo, lo que demanda un alumno activo, generador de su propio saber.

El desarrollo de teorías en torno a la triada didáctica es permanente y atiende a diferentes objetos de estudio. Surgieron corrientes que, luego de focalizarse en el aprendizaje significativo, centraron su análisis en un currículum flexible, otras abordaron todo lo referente al aprendizaje colaborativo. También fue foco de atención por parte de las teorías del conocimiento, la resolución de problemas, considerado como un recurso relevante para lograr el aprendizaje.

Autores como Diaz Barriga (2006) y Portilla (2017) coinciden en señalar que, desde el inicio de este siglo, el enfoque por competencias es preponderante, al momento de planificar una política educativa que persiga una enseñanza de calidad.

La noción de competencia surge al hablar de formación laboral, a fines de los años 40, y en la actualidad se emplea en los diferentes niveles de educación.

Perrenoud P. (2001) señala en torno al significado de competencia, que:

> Actualmente, se define en efecto una competencia como la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizando a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos: saberes, capacidades, micro competencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de razonamiento (p. 27).

Al hablar de competencias matemáticas se considera relevante citar en primer lugar la definición de OCDE/PISA (2003):

> (…) define la competencia matemática como (…) una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de estos individuos como ciudadanos constructivos, responsables y reflexivos (…) (p. 37).

Niss (2003, p. 218), define a la competencia matemática como: “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos”.

Al hablar de competencias y en particular de competencias matemáticas se confluye en que las mismas están asociadas a la facultad que presenta una persona para direccionar sus conocimientos frente a una situación que se le presenta y lo moviliza. A través de las competencias, un individuo puede responder de forma autónoma a necesidades socioculturales, científicas e individuales.

Son ocho las competencias matemáticas propuestas por Niss y adoptadas por PISA, en el ámbito de la educación matemática:

- Pensar matemáticamente: implica formular preguntas que hacen a cuestiones o derivan en características de las matemáticas, sabiendo las clases de respuestas a esos interrogantes (y no necesariamente, conocer cómo obtener la o las respuestas). Comprende también atender a las limitaciones que pueda tener un concepto dado; generalizar resultados; distinguir diferentes tipos de enunciados como ser: teoremas, sentencias condicionadas, cuantificadores, suposiciones, definiciones, conjeturas, casos, etc.
- Plantear y solucionar problemas matemáticos: se refiere a identificar, proponer, especificar diferentes tipos de problemas matemáticos, abiertos y cerrados, que pueden presentar a su vez, una solución abierta o cerrada y, plantear un problema de diferentes modos. Esta competencia también implica resolver problemas de diversas maneras.

- Modelar matemáticamente: alude al análisis, construcción y evaluación de modelos generados por uno mismo y también existentes, considerando sus alcances y limitaciones y, la aplicación e interpretación de modelos existentes en función de una situación planteada. Esta competencia se refiere también a la capacidad de pasar del mundo real a la modelización, hablar de la realidad a través de una construcción matemática controlada durante todo su proceso de elaboración, además de la posibilidad de proponer actividades que impliquen la modelización como herramienta de solución.
- Razonar matemáticamente: tiene que ver con conocer que es una demostración matemática y su diferencia con el razonamiento heurístico, por ejemplo. Esta competencia tiene que ver con la rigurosidad de los argumentos emitidos o recibidos; saber construir y expresar argumentos matemáticos de diferentes tipos; y poder seguir y evaluar cadenas entre ellos.
- Representar entidades matemáticas: hace referencia a la capacidad de interpretar y usar distintos tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas; optar entre las diversas formas de representación de un mismo objeto en función de la situación planteada; conocer las restricciones en la utilización de diferentes clases de representaciones y las relaciones entre ellas.
- Manipular símbolos matemáticos y formalismos: tiene implicancia con la decodificación e interpretación del lenguaje matemático, simbólico y formal, además de la comprensión de su relación con el lenguaje natural; alude también al conocimiento de las reglas de los sistemas matemáticos formales (desde ambos puntos de vista, sintáctico y semántico), y a la capacidad de pasar del lenguaje natural al lenguaje simbólico y viceversa, manipulando expresiones que contengan símbolos y fórmulas.
- Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas: esta competencia tiene ver con comprender mensajes de distinto tipo: escritos, visuales u orales, que posean contenido matemático y por supuesto, también saber expresarlos con diferente nivel de precisión teórica y técnica, de forma oral, visual o escrita.
- Hacer uso de los soportes y de las herramientas: implica conocer y manejar diversas recursos, herramientas y soportes informáticos para la actividad matemática, tener en cuenta sus limitaciones y utilizarlos conscientemente.

Análisis documental

A continuación, se presentan una serie de ejercicios extraídos de la Cartilla de Trabajos Prácticos del ciclo lectivo 2019. En los mismos se van a identificar aquellas competencias matemáticas más utilizadas por los estudiantes. Por último, se señalarán las competencias que no lograron abordarse desde los ejercicios propuestos; situación que podría obedecer tanto a las características de la ejercitación planteada, como a las estrategias didácticas empleadas por los docentes.

1.- En los siguientes ejercicios se ejemplifica como se trabaja con la competencia **Pensar matemáticamente.** El alumno debe interpretar qué se está requiriendo en cada caso, aun cuando no logre definir de manera inmediata la forma de responder al interrogante planteado. La guía de Trabajos Prácticos, a lo largo de todo su desarrollo, demanda del estudiante, trabajar con esta competencia.

Ejemplo I: T.P. N° 1: ANALISIS COMBINATORIO – BINOMIO DE NEWTON

Resolver los siguientes problemas:

a) *Cinco amigos van al cine:*
   i) *¿De cuántas maneras distintas se pueden sentar en cinco butacas continuas?*
   ii) *Si en una fila hay solo tres butacas, ¿de cuántas maneras distintas pueden ser ocupadas?*
   iii) *Antes de que comience la película deciden que un grupo de tres amigos deberá ir a comprar los pochoclos, ¿de cuántas maneras distintas pueden ir a comprar?*

Ejemplo II: T.P. N° 2: MATRICES Y DETERMINANTES

Una fábrica produce encendedores (P1), sellos (P2) y llaveros (P3) para cuya elaboración se precisan materias primas como gas (M1), tinta (M2), plástico (M3) y metal (M4). Posee dos plantas de distribución A y B. La siguiente tabla muestra la producción de la fábrica:

	Productos		
Plantas	P_1	P_2	P_3
A	1000	650	400
B	1000	600	350

A continuación, se detalla la requiere la cantidad de materias primas, en gramos, que se requiere para la fabricación de cada uno de los productos y su costo, en pesos:

	Materia Prima			
Productos	M1	M2	M3	M4
P1	10	0	40	10
P2	0	20	60	0
P3	0	0	30	30

	Costo en $
M1	4
M2	1
M3	3
M4	4

Se pide:

i. *¿Qué materias primas forman parte de los llaveros y en qué cantidad por unidad producida?*
ii. *Expresar la cantidad total de cada materia prima que se precisa por plantas de producción.*
iii. *Determinar los costos de cada producto*
iv. *Determinar los costos totales de cada una de las plantas de producción.*

2.- **Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas**: Todas las consignas de la guía de trabajos prácticos, para su correcta interpretación y resolución, requieren el entendimiento del lenguaje técnico matemático.

Ejemplo III: T.P. N° 7: NOCIONES PRELIMINARES - RECTA

Determinar las coordenadas de los puntos que distan 3 unidades del eje de ordenadas y 5 unidades del punto R (0;1).

3.- **Plantear y solucionar problemas matemáticos**: se presentan numerosos ejercicios con solución cerrada, pero es importante destacar que, a su vez, tienen diferentes alternativas de resolución, que deben ser desarrolladas por los estudiantes. Ambos ejemplos corresponden a ejercicios cerrados, pero el primero presenta una solución cerrada, mientras que el segundo, una solución abierta.

Ejemplo IV: T.P. N° 1: ANALISIS COMBINATORIO – BINOMIO DE NEWTON

Obtener directamente sin efectuar el desarrollo de la potencia del binomio, los datos requeridos en cada uno de los casos:

a) El término séptimo del desarrollo (5x+8y)30

c) Los términos centrales en el desarrollo $\left(\frac{3}{2}x^3 - y^{-2}\right)^5$

Ejemplo V: T.P. N° 6: SUCESIONES

Resolver:

a) La suma de tres términos de una sucesión aritmética cuya razón es 11 vale 66. Encontrar dichos términos.

b) La suma de 6 números impares consecutivos vale 120. Encontrar dichos números.

c) En una sucesión geométrica, la suma de los dos primeros términos es 12 y la suma del primero con el tercero es 30. Hallar el término general y calcular la suma de los cinco primeros términos.

4.- **Manipular símbolos matemáticos y formalismos**: se puede considerar a todos los ejercicios planteados tanto en el T.P. de Lógica proposicional y al T.P. de Estructuras Algebraicas como excelentes demandantes de: la capacidad de manipulación de símbolos matemáticos por parte del alumno, de la capacidad de intercambio y manejo del lenguaje natural y simbólico.

Ejemplo VI: T.P. N° 4: LÓGICA PROPOSICIONAL

Simbolizar, negar y retraducir usando cuantificadores.

a) Ningún empresario tiene deudas.
b) Todos los comerciantes pagan sus impuestos cuando tramitan el libre deuda.
c) Algunas funciones son continuas y derivables.
d) Si todos los niños van a la escuela y practican deportes entonces no juegan con la computadora.

Ejemplo VII: T.P. N° 5: ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

Analizar si las siguientes operaciones, son o no ley de composición interna en el conjunto indicado en cada caso y justificar la respuesta:

*a) a * b = b – 3a, en N y Z.*

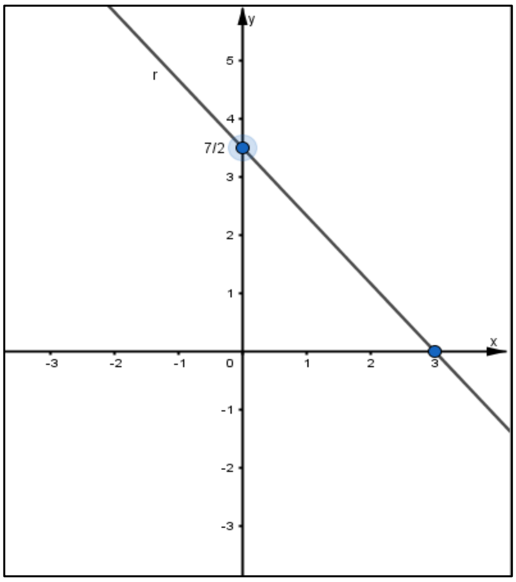
b) $x \circ y = \frac{x+y}{3}$, *en N y Q.*

5.- **Representar entidades matemáticas**: en los ejercicios siguientes, el estudiante interpreta la información que se brinda tanto en las tablas de doble entrada, como en las gráficas dadas.

Ejemplo VIII: T.P. N° 7: NOCIONES PRELIMINARES – LA RECTA

Dados los siguientes gráficos, se pide:

a) Escribir, si es posible, en forma explícita, implícita y segmentaria la ecuación de las rectas.
b) Identificar, cuando sea posible, pendiente y ordenada al origen.
c) Determinar, si es posible, la distancia de cada una de ellas al origen.



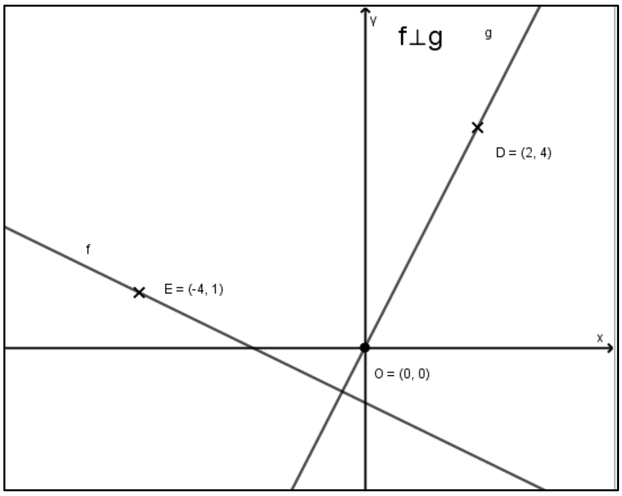


Figura 1. Gráfica que representa una recta: r.

Figura 2. Gráfica que representa dos rectas: f y g.

6.- **Razonar matemáticamente**: en este tipo de ejercicios, el alumno plantea una serie de demostraciones que justifique cada una de sus afirmaciones. Es decir, se requiere que argumente rigurosamente que propiedad cumple cada conjunto dado, a fin de determinar de qué estructura algebraica se trata en cada caso.

Ejemplo IX: T.P. N° 5: ESTRUCTURAS ALGEBRACIAS

Dados los siguientes conjuntos y las operaciones definidas en cada caso, decir de que estructura algebraica se trata:

a) *R-{0} con la multiplicación.*
b) *B = {(x,y) ∈ R2 ; y = 2} con la suma usual.*
c) *C={1; -1; i; -i} con la multiplicación (con i, unidad imaginaria). Construir tabla.*

7.- **Modelar matemáticamente**: a través de este tipo de ejercicio, el estudiante modeliza, la relación existente entre las variables presentadas: demanda de un producto y su precio y, a la vez evaluar las limitaciones del modelo generado.

Ejemplo V: T.P. N° 7: NOCIONES PRELIMINARES – LA RECTA

Suponga que la demanda semanal de un producto es de 100 unidades cuando el precio es de $ 58 por unidad, y de 200 unidades a un precio de $51 cada uno.

i. *Determinar la ecuación de demanda, suponiendo que esta es lineal.*
ii. *Interpretar la pendiente y la ordenada al origen de la ecuación.*

8.- **Hacer uso de los soportes y de las herramientas**: No se solicita al alumno la aplicación de herramientas informáticas para el desarrollo de la guía de trabajos prácticos.

Resultados

Como se mencionara anteriormente, la guía de trabajos prácticos, para su correcta interpretación y resolución, requiere que el alumno desarrolle en una primera instancia, las competencias: comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas y **pensar matemáticamente**, debido a que las consignas están redactadas en términos propios de la ciencia matemática.

A fin de ejemplificar en que consiste cada competencia matemática, se habló de un ejercicio y se lo vinculó a sólo una competencia, pero en realidad, cada ejercicio planteado en la guía permite el desarrollo simultaneo de diversas competencias matemáticas en el alumno.

Las situaciones problemáticas contextualizadas pueden considerarse las principales generadoras del despliegue de competencias en los estudiantes, sin embargo, se presentan en un número muy reducido dentro del cuerpo de la guía. Sí cabe señalar que los problemas presentes en la guía, están acompañados de preguntas que orientan al alumno a limitar y validad cada modelo generado.

Los ejercicios de los trabajos prácticos que abordan conceptos de geometría analítica, y conforman un poco más del 30 %, posibilitan una asociación, comprensión y confrontación gráfica altamente positiva para el desarrollo de competencias.

Con respecto a la competencia matemática: **hacer uso de los soportes y de las herramientas**, cabe hacer mención que, desde este ciclo lectivo se introdujo la utilización de software matemáticos para acompañar la resolución de ejercicios sobre geometría analítica.

Conclusiones

Dado que, desarrollar competencias matemáticas implica movilizar al estudiante de modo que direccione sus conocimientos para resolver en forma independiente situaciones concretas, es necesario que el docente universitario acompañe este proceso generando ambiente de trabajo colaborativo, siendo guía y encauzando el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así también es importante la utilización de herramientas de apoyo adecuadas y la incorporación de situaciones problemáticas integradoras del conocimiento matemático y otros tipos de conocimiento. Todo esto conlleva al estudiante, a dar respuesta a situaciones con un nivel de complejidad cada vez mayor; exigencia de las actuales políticas educativas universitarias imperantes.

Referencias Bibliográficas

Díaz Barriga, Á. (2006). El enfoque de competencias en la educación:¿ Una alternativa o un disfraz de cambio?. Perfiles educativos, 28(111), 7-36.

Fernández Barberis, G., Escribano Rodenas, M., Peral Walias, I. y Rodríguez Sánchez, S. (2011). La importancia de las Matemáticas en el Grado en Ciencias Económicas de la Universidad de San Pablo CEU. XIX Jornadas ASEPUMA. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6017729.pdf. Consultado 02/05/2019.

Hernández Sampieri, R (2014). Metodología de la Investigación. México. Mc Graw Hill.

Informe, P. I. S. A. (2003). Aprender para el Mundo de Mañana. Madrid. Santillana.

Muratore, F., Ceballos, A., Lescano, O., Castillo, J., Arce, M. (2019). Análisis documental acerca de las competencias matemáticas utilizadas en un trabajo final de graduación de la Licenciatura en Administración sobre el dimensionamiento de stock de una distribuidora de productos de cosmética capilar en la ciudad de La Banda. Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Niss, M. (2003) Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. En Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges, 215-220. http:// www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf. Consulta 30/04/19

Parra Arboleda, C. (2015). Competencias transversales para las mallas. http://es.sildeshare.net/claudiapp/competencias-transversales-50686879. Consultado 20/06/2018

Perrenoud, P. (2001). La formación de los docentes en el siglo XXI. Revista de Tecnología educativa, 14(3), 503-523.

Portilla, M. G. Las competencias en la formación docente, desde una perspectiva comparada. http://www.saece.com.ar/docs/congreso6/trab089.pdf. Consultado 02/05/19

Yuni, J y Urbano, C. (2014). Técnicas para investigar: Recursos metodológicos para la preparación de proyectos de investigación. Córdoba. Editorial Brujas

216 TEORÍA Y PRÁCTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA: UNA MIRADA DESDE LOS DESENCUENTROS ENTRE TEÓRICOS Y PRACTICANTES

Muratore, Francisco José- Ceballos Ana Maria - Nabarro Beltrán, Sylvia del Carmen
Universidad Nacional de Santiago del Estero. FHCSyS
muratore@unse.edu.ar- anamariaceb@gmail.com – sylvianabarro@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Enseñanza de Matemática, Acuerdos Pedagógicos, Teoría-Práctica.

Resumen

En este trabajo se muestran los resultados obtenidos y el análisis posterior de entrevistas realizadas a licenciados en Matemática que enseñan (Prácticos) en la carrera de CPN y Lic. en Administración de la Universidad Nacional de Santiago del Estero y que además realizan investigaciones o estudian teorías de Educación Matemática (Teóricos).
El objetivo de la entrevista aplicada fue detectar y describir cuestiones relativas a la coherencia y acuerdos pedagógicos (o incoherencias, o desacuerdos), es decir la apropiación o aplicación en el campo de la práctica de la enseñanza de la matemática de las teorías de la misma, producto de investigación. La metodología utilizada fue una entrevista focal y han participado de la misma dos licenciadas en Matemática y dos licenciados en Pedagogía de la Matemática. Se han detectado tensiones entre los resultados de las investigaciones que ellos mismos llevan a cabo y sus prácticas, en mayor medida por problemas relativos a lo que en el marco de referencia se considera lo institucional o lo histórico.

1. Introducción

La brecha existente entre la teoría y la práctica educativa viene siendo motivo de debates en el ámbito académico desde hace tiempo. Las producciones de conocimiento acerca de la enseñanza parecieran a veces ser desconocidas por aquellos que desarrollan cotidianamente la actividad de enseñar.
La teoría y la práctica constituyen dos realidades autónomas que gestionan conocimientos de diferente envergadura y se desenvuelven en contextos también distintos (la universidad y la escuela, generalmente), encontrándose en una situación de permanente tensión: se necesitan y se justifican mutuamente, sin embargo, con frecuencia se ignoran la una a la otra, siendo esta quiebra una de las principales fuentes de problemas para los procesos de enseñanza-aprendizaje. (Álvarez Álvarez, 2012, p.383)
Muchos estudios han abordado estas tensiones y distancias presentando diferentes posiciones, diagnósticos y propuestas.
El presente trabajo no abordará estas tensiones directamente. Pretende ser un recorte que ponga la mirada en los desencuentros entre aquellos que hacen la teoría y los que hacen la práctica cotidiana de la enseñanza de la matemática, a quienes denominaremos teóricos y practicantes respectivamente.
Bajo la firme convicción que los desencuentros entre estos agregan mayor tensión a la relación teoría-práctica es que abordaremos las categorías en cuestión y presentaremos posiciones y reclamos de unos y otros.

1.1. De la teoría y los teóricos, de la práctica y los practicantes

Comencemos por encarar las principales categorías acerca de las cuales versará este documento y respondamos a los siguientes interrogantes: ¿Qué es eso a lo que llamamos teoría? ¿Quiénes son los teóricos? ¿Qué es aquello que llamamos práctica de la enseñanza? ¿Quiénes son los practicantes?

Para una primera definición, tomamos a Clemente (2007), quien postula que "la teoría constituye un conjunto de leyes, enunciados e hipótesis que configuran un corpus de conocimiento científico, sistematizado y organizado, que permite derivar a partir de estos fundamentos reglas de actuación" (citado en Álvarez Álvarez, 2012, p.385).

De este modo es posible "entender la teoría educativa como el conocimiento formal que se produce sobre la educación" (Álvarez Álvarez, 2012, p.385).

Otra interesante definición es la que propone Carr (1990) cuando expresa:

La teoría no es sino una práctica a la que se impone una nueva forma de autoreflexividad (…) La teoría es precisamente una actividad humana que se flexiona sobre sí misma, limitada a una nueva clase de autoreflexividad. Y al absorber esta autoreflexividad, la misma actividad se transforma. (p.63)

Podemos entonces hablar de teoría como el resultado de una producción de conocimientos sobre la actividad educativa, sistematizados, formalizados y que pudieran ser comunicados. Y en este sentido se agrega que "no hay teorías de la teoría y teoría de las prácticas, y además otras sobre la relación entre ellas. Todas las teorías de la educación son teorías de la teoría y de la práctica" (Carr, 1990, p.64).

Si bien todo esto se refiere a los conocimientos teóricos de índole educativo en general, en particular y a los fines del presente documento, nos interesan aquellos relacionados a la enseñanza y que son producto de la investigación sobre la misma. Nos referiremos a ellos con palabras de Camilloni (2014):

Y, en lo que respecta a la investigación sobre la enseñanza, la conceptualizamos como investigación en el cuadrante de Pasteur, es decir, como una investigación básica inspirada en el uso (Stokes, 1997): busca conocimiento fundamental y selecciona los interrogantes y los métodos por su relevancia potencial para resolver problemas de la vida real. (p.3)

Estos conocimientos son resultantes de un proceso de investigación en relación directa con la práctica y poseen algunas características mencionadas por Camilloni (2014) entre las que rescatamos el hecho de ser estudios no generalizables por ser parciales y situados en un contexto determinado. Quizás sea la impronta positivista de muchos docentes, que demandan que estas producciones ofrezcan reglas de acción para aplicaciones lineales, la causa de la falta de uso de este conocimiento generado.

Y… ¿quiénes son los teóricos que generan este conocimiento? Por si no ha quedado claro, indicamos que se trata de un colectivo de investigadores sobre la enseñanza a quienes Álvarez Álvarez (2012) y Cid-Sabucedo et al. (2009) ubican en el marco de las universidades produciendo conocimiento sobre la práctica que en mayor medida se desarrolla en la escuela. Señalemos que no es un dato menor que estos autores pongan de manifiesto la distancia entre el lugar donde producen la teoría y aquel donde se realiza la práctica de la enseñanza.

Pasando a otro de los interrogantes, digamos que algunos autores suponen que la categoría denominada "práctica" constituye un concepto primitivo, un concepto que no necesita definición puesto que al referirlo todos entienden de qué se esta hablando. Es como si el término no necesitara ser delimitado porque en sí mismo su mención podría ser una definición. No compartiendo esta idea, abordaremos en este documento algunas definiciones de la categoría en cuestión. Comenzaremos por el concepto de práctica en general hasta abordar en particular el de práctica de la enseñanza.

Así pues, Cid-Sabucedo et al. (2009) nos presentan una primera definición en los siguientes términos:

(…) conjunto de procesos de transformación de una realidad en otra realidad (...) que integra dimensiones funcionales, al igual que intelectuales, afectivas, teleológicas y axiológicas. Consideramos que las prácticas son el fruto de una interactividad entre dimensiones resaltando situaciones, sujetos y procesos. (p.3)

Vinculando luego el concepto con el ámbito educativo traemos la idea de Clemente (2007) quien dice que si de educación se trata, puede entenderse a la práctica como una praxis que implica conocimiento para conseguir algún fin. Define a la práctica como “el saber hacer” (citado en Álvarez Álvarez, 2012). Advertimos aquí una primera expresión acerca de la relación entre la práctica y la producción de conocimiento.

Abordando ya el concepto de práctica de la enseñanza, Cid-Sabucedo et al. (2009) mixturando sus voces con la de otros, nos acercan lo siguiente:

La práctica de enseñanza se define como un conjunto de actividades gestuales y discursos operativos singulares y complejos (constituidos por numerosas dimensiones enlazadas (Altet, 2002), ancladas en su contexto y en la inmediatez de lo cotidiano (Bru y Talbot, 2001) (…) No se reduce sólo a realizar la enseñanza en clase, sino que incluye mínimamente, una fase preactiva, una fase interactiva (Jackson,1991) y una fase postactiva (Clark y Peterson, 1990). (p.4)

En esto último advertimos dos cuestiones interesantes. La primera tiene que ver con reconocer que la práctica de la enseñanza excede al desempeño del docente en el aula. Tal como lo expresaría Camilloni (2014) al decir que: “…la enseñanza, como la entendemos, no se limita a las tareas que se realizan en el aula. Incluye el trabajo institucional y no es ajena, tampoco, a las condiciones laborales del ejercicio de la profesión (p.3)”. La segunda cuestión es el hecho de advertir la importancia del contexto donde las prácticas se ejecutan. Y en este sentido resulta interesante acercar la posición de Carr (1990), quien postula que la práctica educativa no es una actividad mecánica, robótica o inconsciente. Dice que se trata de algo consciente que sólo se puede entender desde la forma de pensar del docente, sus experiencias y su contexto. Sostiene además que es una actividad social y por lo tanto una construcción en la que interviene la forma de pensar propia del docente más las experiencias o aprendizajes de otros colegas.

En relación a la pregunta ¿Quiénes son los practicantes? Esperamos que haya quedado claro que se trata del colectivo de docentes quienes, ubicados en los centros educativos, en su actividad cotidiana llevan adelante el proceso de enseñar.

1.2. De coherencia y desencuentros

Cuando hablamos sobre conocimiento teórico y práctica de la enseñanza muchas veces hacemos referencia a la idea de una alineación entre el decir, el pensar y el hacer entendida como coherencia pedagógica (Álvarez Álvarez, 2012). Y por supuesto se deja entrever la idea de una falta de sintonía entre lo que se dice acerca de cómo debe llevarse adelante el proceso y aquello que en verdad ocurre en el aula.

Entendamos a la coherencia pedagógica como la apropiación o aplicación en el campo de la práctica de la enseñanza de las recetas o resultados producidos en el campo de la investigación sobre la misma. En este sentido Álvarez Álvarez (2012) la plantea como una alta pretensión y casi como un ideal, además pone de manifiesto algunos problemas que conspiran contra la misma:

- Problema institucional: la institución universitaria y escolar, el contexto donde (y en mayor medida) se desarrolla la teoría y la práctica respectivamente, dejan en el investigador y el docente una impronta vinculada a la relación con el conocimiento y la acción, con la teoría y la práctica.
- Problema histórico: la especialización y separación de los cuerpos teóricos y prácticos viene profundizando a lo largo del tiempo, y cada vez más, la fractura teoría-práctica.
- Problema profesional: reside en el desfasaje existente entre la formación académica inicial de los profesores y la realidad institucional de las escuelas en las que se evidencia culturas profesionales empobrecidas en cuanto a la apoyatura teórica de las acciones desarrolladas en los mismos.
- Problema comunicativo: falta de entendimiento entre teóricos y practicantes. Manifiesta dificultad de los últimos para abordar la literatura elaborada por los investigadores.

Entendemos que estos problemas son generadores de desencuentros entre teóricos y practicantes y por tanto aportan más tensión a la relación entre la teoría y la práctica de la enseñanza.

1.3. Desencuentros entre teóricos y practicantes

La producción del conocimiento teórico es generada mayormente en los ámbitos académicos (generalmente las universidades) alejados de aquella escuela o centro educativo donde se desarrolla la práctica. Es ahí donde se pretende la apropiación cotidiana de las producciones teóricas. Esto genera algunos desencuentros entre teóricos y practicantes que asociaremos a los problemas planteados en el apartado anterior.

Desencuentros asociados a la impronta institucional ocurren porque la universidad y la escuela son contextos institucionales que le imprimen un carácter determinado a las posibles relaciones entre el conocimiento y la acción. La primera más ligada al cultivo de la teoría académica y la segunda a la práctica educativa (Engeström y Tuomi-Grohn, 2003 citado en Álvarez Álvarez, 2012). Se trata del eterno problema entre los que adhieren al enfoque científico-tecnológico y aquellos que optan por el hermenéutico-interpretativo, unos ponen énfasis en el poder de la teoría para dirigir la práctica y otros en sentido inverso (Álvarez Álvarez, 2012).

Por ejemplo, mientras que los practicantes reclaman a los teóricos que la selección de las líneas de investigación coincidan con las prioridades docentes cotidianas, los teóricos reclaman a los practicantes acerca de la falta de uso de los resultados de las investigaciones, y que en caso de usarlos, utilizan investigaciones antiguas generando un defasaje entre la investigación actual y la práctica (Camilloni, 2014).

Otro cruce que subyace en la bibliografía tiene que ver con las prácticas que desarrollan los teóricos. En este sentido Cid-Sabucedo et al. (2009) dicen que son escasas las investigaciones sobre las prácticas de enseñanza en ámbitos universitarios. Indican que esto es debido a que el profesorado que se desempeña en las universidades entiende que es una intrusión el hecho de que otros pudieran estudiar sus prácticas. Además estos autores las caracterizan como actividades solitarias y desarrolladas con un alto nivel de discrecionalidad. Siguiendo esta línea Álvarez Álvarez (2012), advierte que estos investigadores y académicos, refugiados en despachos de universidades, producen y publican cantidad de ideas de cómo debe ser la educación, pero muchos de sus alumnos se inclinarían por pensar que no han seguido sus propias pautas.

También se advierten desencuentros asociados a los previamente mencionados “problema histórico” y “problema profesional”. La investigación ramificada y especializada producida por los teóricos da lugar al reclamo por el exceso de fragmentación. Los practicantes argumentan que estos resultados no ofrecen fundamentos para una implementación áulica. Y a su vez los teóricos reclaman a los practicantes el déficit de pensamiento sistemático y disciplinado en las decisiones prácticas, los acusan un exceso de improvisación (Camilloni, 2014).

Por último abordemos los desencuentros asociados a cuestiones de comunicación. Estos ocurren porque teóricos y practicantes utilizan idiomas diferentes para comunicar y muchas veces resulta difícil el entendimiento entre ellos. Frecuentemente al profesorado le cuesta comprender la literatura didáctica elaborada por investigadores (Álvarez, 2012). En tal sentido Camilloni (2014) expresa:

…el lenguaje empleado en los informes no es comprensible para los no iniciados en la jerga de la investigación. Según afirma Mortimore (2000), "no se trata con suficiente respeto a practicantes y alumnos". Los medios de difusión empleados, las revistas científicas, son inabordables para los que trabajan en el campo de la práctica de la enseñanza. Gerard Hugonie (2002), por ejemplo, afirma que se observa que las investigaciones no modifican las prácticas educativas porque no son legibles para los profesores. (p.4)

En definitiva los practicantes reclaman a los teóricos que el lenguaje utilizado en los informes con los resultados de las investigaciones sean accesible a ellos y que los espacios elegidos para publicaciones de los mismos estén al alcance. Y está claro que sin comunicación de resultados no habrá aplicabilidad posible.

1.4. Metodología

Se aplicó la entrevista a cuatro catedráticos de las asignaturas del área de Matemática de la carrera de Lic. en Administración y CPN de la UNSE y que participan en investigación en el campo de Educación Matemática. Dos de ellos son Licenciados en Pedagogía de la Matemática, y dos son Licenciadas en Matemática, todos tienen especializaciones en Enseñanza de las Ciencias Exactas, en Educación Superior, y en Docencia Universitaria. Además participan en investigaciones relativas a la Enseñanza de la Matemática como: La Enseñanza de la Matemática en las carreras de Ciencias Económicas, a través de la Resolución de Problemas, La Enseñanza de la Matemática a través de Entornos Virtuales, las competencias Matemáticas del Lic. en Administración y otras.

Básicamente las preguntas fueron entorno a las situaciones que reconoce como desencuentros entre la Teoría y la Práctica de la Enseñanza de la Matemática, y los problemas que conspiran contra el ideal de coherencia pedagógica entre ambas.

2. Resultados

Se han considerado las categorías de problemas por los que es posible que se provoquen desencuentros entre la práctica y la teoría de la enseñanza de la Matemática, los correspondientes al marco teórico. En la cuestión ¿qué situaciones reconoce como desencuentros o incoherencias entre las teorías de educación matemática y las prácticas de enseñanza?, algunas respuestas fueron:

Las Teorías representan “lo ideal en situaciones ideales”, “por ejemplo en condiciones de grupos más reducidos de alumnos”. Además señalaron que “aplicar una teoría didáctica o de educación matemática no es un proceso de implicancia directa, que los contenidos matemáticos condicionan la forma adoptada para enseñar, así como también los recursos didácticos que se proponen”. Señalan también que “el tiempo previsto para la enseñanza no considera los requerimientos de la aplicación de una teoría didáctica”, al respecto señalan la necesidad de rever las planificaciones. Uno de los entrevistados considera que las teorías requieren una selección de contenidos para ser desarrollados en clase.

Señalaron la importancia del contexto, como causante de desencuentros o tensiones entre la práctica y la teoría: “Existen investigaciones en las que no se hace foco a las buenas prácticas de enseñanza de la Matemática y solo hacen énfasis en métodos sin situarse en el tiempo y lugar (contexto), sin tener en cuenta los conocimientos iniciales de los estudiantes y la realidad de la escuela”.

“Las teorías surgen de pensadores y no siempre son aplicables a situaciones similares en diferentes contextos, el mismo delimita el modo en el que esas teorías se tienen que situar, lo que agrega una tarea al docente, una reflexión que puede generar a su vez nuevas teorías. En este sentido, observa que las Teorías se aplican a las Prácticas y a su vez éstas pueden dar origen a Teorías. Señalaron además que “Las interpretaciones diferentes que el docente hace de las teorías, ha desvirtuado las mismas”.

3. Reflexiones Finales:

La bibliografía consultada para la elaboración de este documento abunda en descripciones y caracterizaciones acerca de las tensiones o distancias entre la teoría y la práctica. Allí podemos encontrar variadas propuestas para superar esta situación. Camilloni (2014) presenta la idea de crear puentes entre lo que lo que se investiga y lo que se practica, aborda la necesidad diseminar los resultados de la investigación para que se tomen decisiones en base a ese conocimiento, y versa también acerca de la formación de los profesores para que puedan hacer uso de esa información. Otros autores como Cid-Sabucedo et al. (2009) y Álvarez Álvarez (2012) parecieran cargar las tintas sólo sobre los practicantes. El primero instándolos al ejercicio de buenas prácticas y los segundos, proponiendo la construcción y utilización de teorías y prácticas más cercanas denominadas de “de segundo orden”.

Sin embargo no es mucho lo que podemos encontrar allí acerca de alternativas para superar los desencuentros entre teóricos y practicantes. Quizás la propuesta más clara tiene que ver con la investigación-acción donde el practicante pueda desempeñarse como investigador sobre sus prácticas. En tal sentido Camilloni (2014) expresa:

(…) hay que emprender una investigación que responda a la búsqueda de soluciones para estrechar la distancia entre investigación y práctica en la educación, como la que realizaron algunos investigadores que incorporaron docentes en el diseño y desarrollo de sus proyectos y que, una vez concluido su trabajo de investigación lo sometieron a practicantes que se interesaron en poner a prueba las conclusiones en circunstancias de la vida real. (p.12)

Quienes trabajamos en escuelas y universidades a la vez podemos advertir de las distancias entre el profesorado y los investigadores. Diferencias entre áreas de interés, formas de comunicación y maneras de hacer entre otras se hacen visibles cotidianamente. Estas son las causantes de una falta de entendimiento entre unos y otros que aporta a la tensión entre teoría y práctica.

Por lo tanto la gestión de los espacios de encuentro entre estos, como el de la investigación-acción u otros, va a colaborar en achicar la brecha entre la teoría y la práctica y acercarnos un poco a la coherencia pedagógica buscada.

4. Referencias Bibliográficas

ÁLVAREZ ÁLVAREZ, C. (2012), La relación teoría-práctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Educatio Siglo XXI*, Vol. 30 nº 2, 2012, pp. 383-402, recuperado (13/05/2019), de http://revistas.um.es/educatio/article/viewFile/160871/140871

CAMILLONI, A. (2014) *Las difíciles relaciones entre la investigación sobre la enseñanza y la práctica de la enseñanza*. Buenos Aires, Argentina. Separata del Boletín de la Academia Nacional de Educación.

CARR, W. (1990) *Hacia una Ciencia Crítica de la Educación*. Barcelona. Laertes. Capítulo: Teorías de la teoría y de la Práctica, recuperado (25/04/2019), de https://books.google.com.ar/books?id=kHtnJwMbPQC&pg=PA63&dq=Carr,+Wilfred+(1990)+Teor%C3%ADas+de+la+teor%C3%ADa+y+de+la+Pr%C3%A1ctica).&hl=en&sa=X&ved=0ahUKEwiU8q6Y04bLAhXJGJAKHcEHAhQQ6AEIGjAA#v=onepage&q=Carr%2C%20Wilfred%20(1990)%20Teor%C3%ADas%20de%20la%20teor%C3%ADa%20y%20de%20la%20Pr%C3%A1ctica).&f=false.

CID-SABUCEDO, A., PÉREZ-ABELLÁS, A. y ZABALZA, M. (2009) *Las prácticas de la enseñanza declaradas de los “mejores profesores” de la Universidad de Vigo*. RELIEVE, V.15 N° 2. Recuperado (02/12/2018), de

http://www.uv.es/RELIEVE/v15n2/RELIEVEv15n2-7.htm.

POSTERS

172 POLINOMIOS DE TAYLOR Y MACLAURIN: UNA EXPERIENCIA B LEARNING

Autoras: Mercau, Susana, Holgado; Lisa, Venturini, Cecilia; Camacho, María Belén; Pérez, María José; Marcilla, Marta
Universidad del Norte Santo Tomás de Aquino - Universidad Nacional de Tucumán-
s_mercau@yahoo.com.ar, lvholgado@yahoo.com,
Especialidad: Educación Matemática
Palabras claves: B- learning, Aula Virtual, Polinomios de Taylor y Maclaurin

Resumen

El impacto de las nuevas tecnologías en todos los ámbitos de la vida y en particular en la educación está transformando no sólo la práctica pedagógica, sino también la forma en la que aprenden las personas y los caminos que utilizan para hacerlo. El modelo b-learning posibilita la participación activa del estudiante ya que combina las mejores prácticas docentes del aprendizaje presencial con funcionalidades del aprendizaje electrónico (E-learning) para potenciar las fortalezas y disminuir las debilidades de ambas modalidades.
El presente artículo es un avance del Proyecto ***"EL MODELO B-LEARNING APLICADO A LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO EN PRIMER AÑO DE LA UNIVERSIDAD"*** de la Universidad Nacional de Tucumán. En un trabajo anterior se presentó la elaboración del marco teórico teniendo en claro que el modelo b-learning tiene sus bases en teorías del aprendizaje, entre las que se destacan el cognitivismo, el constructivismo y el aprendizaje significativo y en teorías pedagógicas del ámbito de la educación a distancia, y sobre la indagación acerca de la alfabetización tecnológica de los alumnos.
Siguiendo el cronograma del proyecto, en el primer cuatrimestre de 2019 se realizó una experiencia piloto con el tema Polinomio de Taylor y Maclaurin, contenido de la currícula de primer año de matemática de una facultad de ciencias.
En este trabajo se presenta una parte del diseño del aula virtual utilizada en la experiencia. Llevándose a cabo una minuciosa selección de estrategias didácticas para el desarrollo de los EVA (Entornos Virtuales de Aprendizaje) a partir de la experiencia docente y de la revisión teórica de sus elementos conceptuales: diseño instruccional e interfaz. Asimismo, se describen las etapas que transita el alumno y las actividades con distintos niveles de dificultad propuestas en el aula para el aprendizaje del tema.

Introducción

El presente artículo es un avance del Proyecto ***"El modelo b-learning aplicado a la enseñanza del cálculo en primer año de la universidad"*** de la Universidad Nacional de Tucumán. Se trata de un Proyecto que pretende incorporar el modelo **B-Learning** al aprendizaje de los contenidos de Matemática de un curso de primer año de una facultad de ciencias. Este método, conocido como **Blended Learning o Aprendizaje combinado** o mixto, es un método de enseñanza que integra tecnología y medios digitales con actividades tradicionales en el aula dirigidas por un instructor, brindando a los alumnos mayor flexibilidad y apertura de opciones para experiencias dinámicas de aprendizaje.

El aprendizaje mixto o B-Learning utiliza tecnología en línea (en este caso la plataforma Moodle 3.0 que proporciona el Campus Virtual de la UNT) no sólo para complementar, sino también para transformar y mejorar el proceso de aprendizaje.

En este sentido y analizando el microcontexto de nuestra realidad, con grupos-clase numerosos que desbordan el espacio físico y demás problemas comunes a otras unidades académicas de nuestra Universidad pública, los docentes de primer año de una Facultad de Ciencias, trabajan desde el año 2013 incorporando las NTIC. En este marco se diseñó e implementó un aula virtual para la asignatura Matemática I, elaborada desde una óptica constructivista, utilizando la plataforma educativa Moodle en su versión más actual (3.0) del Campus Virtual de la U.N.T. La propuesta tenía como objetivo que los estudiantes logren afianzar ciertos contenidos específicos de la asignatura aprendidos en las clases presenciales, perfeccionado sus habilidades en el uso de tecnologías y desarrollando la capacidad de autorregulación del aprendizaje.

Los resultados favorables obtenidos en el rendimiento académico y la buena acogida por parte de los alumnos sobre esta nueva forma de trabajo, alentaron a seguir en esta línea de investigación, implementando la metodología de trabajo b-learning para el aprendizaje del Cálculo. Con esta modalidad, en el marco del proyecto antes mencionado, se realizó una experiencia piloto en el primer cuatrimestre de 2019 sobre el tema Polinomio de Taylor y Maclaurin. Los alumnos trabajaron en forma virtual en el aula, con un material que incluía una sesión de estudio teórica para la construcción de la fórmula, y una sesión de estudio práctica que contenía ejemplos, ejercicios y aplicaciones sobre el tema. La experiencia incluyó además un taller presencial, posterior al trabajo en el aula virtual, en el que el alumno tuvo el rol principal y el docente fue un mero orientador de este proceso. Este artículo se centra en el diseño de la parte teórica del aula y su fundamentación, y describe brevemente cómo se llevó a cabo la experiencia en su conjunto.

Fundamentación teórica

Por blended learning (b- learning) se entiende, básicamente, una modalidad educativa en la que se combinan la enseñanza a distancia con la presencial con el fin de optimizar el proceso de aprendizaje.

El modelo b-learning tiene sus bases en teorías del aprendizaje, entre las que se destacan el cognitivismo, el constructivismo y el aprendizaje significativo y en teorías pedagógicas del ámbito de la educación a distancia;- la indagación sobre la alfabetización tecnológica de los alumnos; - el diseño y aplicación de una prueba de conocimientos previos; - la selección de estrategias didácticas adecuadas para el desarrollo de los EVA (Entornos Virtuales de Aprendizaje) a partir de la experiencia docente y de la revisión teórica de sus elementos conceptuales: el diseño instruccional y el de interfaz; - el diseño de un EVA para la enseñanza y el aprendizaje de algunos contenidos de Matemática I utilizando la Plataforma Moodle, y - la implementación y evaluación de la propuesta a través de un cuestionario de satisfacción y el análisis del rendimiento académico. (Mercau de Sancho, 2012). Se considera que esta modalidad: - promueve un aprendizaje autónomo, autorregulado y colaborativo; -hace posible la igualdad de oportunidades de aprendizaje, con flexibilidad y adaptabilidad; -permite facilitar al aprendiz el acceso a la nueva tecnología, pero sin prescindir de la anterior;- integra actividades presenciales para subsanar deficiencias y mejorar los resultados de la formación virtual y a distancia y -permite diversas oportunidades para diseñar los recursos didácticos y vías de comunicación entre docente-estudiante y estudiante-estudiante (Bartolomé, 2008).

Por otra parte, Llorente y Cabero (2008) señalan dos mayores implicaciones del blended learning: por un lado la diversidad de oportunidades existentes tanto para presentar los recursos de aprendizaje como para la comunicación del tutor con los estudiantes y de los estudiantes entre sí. Y por otro, la posibilidad que tienen los estudiantes de seleccionar los recursos formativos de diferentes medios, tomando así parte activa en su propio proceso de aprendizaje. Su importancia radica no sólo en reducir costos y mejorar la calidad, sino que señala la clave del cambio metodológico que representa: no se trata de aprender más, sino de aprender diferente. En una sociedad que ha revolucionado en pocos años el concepto de información y la manera de acceder a ella, tan importante resulta adquirir conocimientos como habilidades, tales como: -Buscar y encontrar información relevante en la red y desarrollar criterios para valorarla, -aplicar información a la elaboración de nueva información y a situaciones reales y -trabajar en equipo compartiendo y elaborando información, y tomar decisiones en grupo. (Bartolomé 2004: 6, citado en Pablo Segovia 2011). Esa interacción con otros estudiantes, como así también la ayuda que pueda ofrecer el tutor docente, suponen importantes diferencias con el e-learning, aunque el principal elemento distintivo son los encuentros presenciales.

Estos encuentros resultan fundamentales porque allí se configuran los grupos y se establecen las normas de trabajo y además, en ellos se aportan los elementos paralingüísticos que lo virtual no puede aportar por sí mismo. (Llorente y Cabero, 2008).

Considerando las características de este modelo e intentando indagar sobre sus bases pedagógicas se desprende que los planteamientos que subyacen en él han de ser necesariamente distintos de los de la enseñanza tradicional. La incorporación de las nuevas tecnologías ha hecho a los docentes replantearse sus estrategias y modelos pedagógicos. Lin y Hsieh (2001 citado por Atienza,2005) definen cinco modelos pedagógicos adaptables a la formación en línea:

- El modelo objetivo de aprendizaje, basado en el tradicional modelo conductista skinneriano de estímulo-respuesta-refuerzo.
- El modelo constructivista de aprendizaje, que nace de las teorías de Piaget sobre el aprendizaje como un proceso de construcción individual.
- El modelo cooperativo de aprendizaje, que parte de las ideas constructivistas de Piaget, pero además incorpora las tendencias vygotskianas, de manera que el aprendizaje se presenta como un producto social que se construye a través del contacto y la cooperación entre individuos.
- El modelo de aprendizaje sociocultural, que nace como reacción crítica y reestructuración de los modelos constructivistas, al considerar que el conocimiento no es fruto de un proceso natural, sino que es relativo y es impuesto culturalmente por los sectores sociales que disponen del poder.
- El modelo computacional, que concibe el cerebro humano como un entramado de nodos que refuerzan o debilitan sus conexiones por medio de los estímulos que reciben.

Si bien estos modelos son aplicables a la enseñanza a distancia en general, no todos resultan propicios para el blended learning; de acuerdo con Pablo Segovia (2008), los más adecuados parecen ser los de corte flexible y cooperativo, aunque no existe una respuesta única. En cualquiera de los casos, no hay discusión sobre la conveniencia de centrar el proceso de aprendizaje en el estudiante y deberá estar abierto al modelo pedagógico que se adapte a su estilo de aprendizaje. Bajo este modelo, el alumno se hace responsable de su propio aprendizaje y lo controla de manera activa, para alcanzar los objetivos en función de sus intereses y necesidades. Esa autonomía del alumno conlleva responsabilidades y la participación, junto con el docente, en la toma de ciertas decisiones, como señalan Lewis y Spencer en Linarejos (2008: 48): si el aprendizaje se realizará o no; qué aprender (contenido); cómo aprender (itinerario, recursos); a quién recurrir (tutor, administrador, otros alumnos); dónde aprender (lugar), cuándo aprender (frecuencia y duración) y los posibles aprendizajes posteriores.

En cuanto al docente, de acuerdo con Cabero (2006, citado por Pablo Segovia, 2011), su formación en capacidades y competencias específicas tendrá un papel fundamental, ya que deberá superar la formación académica para evolucionar además en técnica, orientadora, organizativa y social.

Organización del aula virtual sobre el tema Polinomios de Taylor y de Maclaurin

En este trabajo se presenta una parte del diseño del aula virtual sobre el tema Polinomios De Taylor y Mclaurin.
La portada del aula virtual de Matemática I se muestra en la figura 1. La misma contiene el nombre de la asignatura, distintas pestañas con los temas desarrollados, algunos recursos que se utilizan para la comunicación con los alumnos y un archivo enlazado, caracterizado por el ícono de su formato, que le ofrece al alumno la posibilidad de acceder a información de interés, como ser el programa de la asignatura, condiciones de regularidad y de promoción.

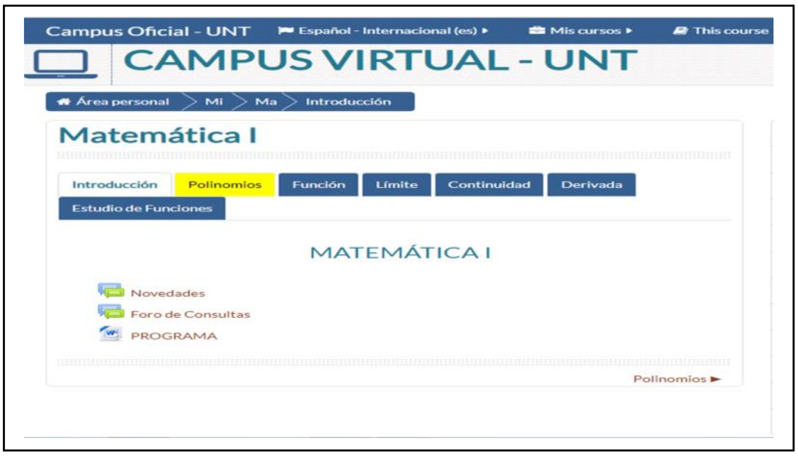


Fig.1

Al cliquear en la pestaña resaltada en color amarillo, el alumno accede al tema polinomios de Taylor y de Mclaurin. El desarrollo del tema comienza con un mensaje de bienvenida en el que se les explica brevemente a los estudiantes cómo trabajarán con la nueva metodología para contribuir a su aprendizaje, a partir de la incorporación de las nuevas tecnologías (fig 2).

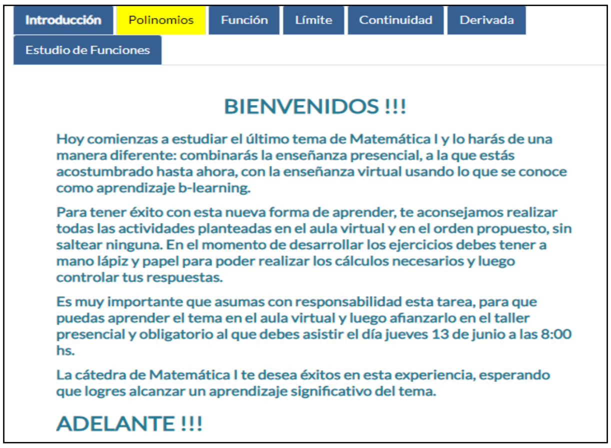


Fig.2

El estudiante comienza a navegar en el aula virtual para el aprendizaje del tema Polinomios de Taylor y Mclaurin en lo que se denominó *sesión teórica*. La misma fue diseñada con un enfoque cognitivo, con la finalidad de que el alumno entienda cómo se *genera* la fórmula del polinomio de Mclaurin y participe de su construcción. El trabajo en el aula virtual se completa con una sesión práctica. En este artículo se presentan las partes de la sesión teórica.

Teniendo en cuenta que los materiales de estudio deben ser potencialmente significativos para los estudiantes, estimulando su atención y motivándolos para el estudio, la sesión teórica comienza con un video que explica la importancia del tema, seguido de un archivo diseñado con Geogebra, en el que muestra distintas aproximaciones para la función f. f(x)= ln x (fig 3, 4 y 5).

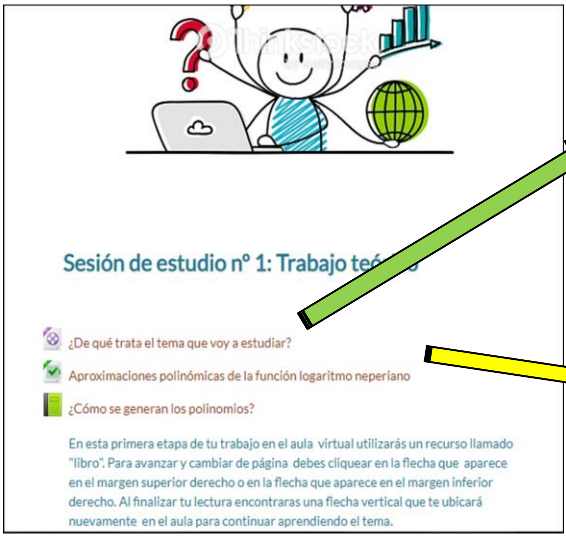


Fig.3

Fig 4

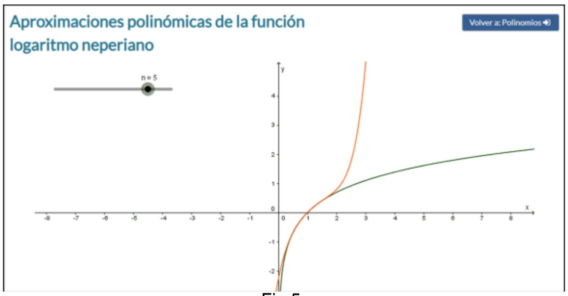


Fig 5

Para incorporar las distintas estrategias de aprendizaje que manejaría el alumno para obtener la fórmula de Mclaurin, se utilizó un recurso de la plataforma Moodle llamado ***libro.*** El módulo libro facilita la elaboración de materiales sencillos de estudio compuestos por múltiples páginas y capítulos. Permite presentar materiales en un formato ***secuencial*** semejante al libro de papel con la ventaja de poder conocer, mediante los registros, qué alumno lo ha visto. Está compuesto por un cierto número de páginas y tiene dos niveles: capítulos y subcapítulos, que aparecen en una tabla de contenidos navegables, lo que facilita su recorrido.

Una vez presentada la importancia de trabajar con polinomios, se le plantea al alumno la siguiente actividad: dada una función de ecuación y = f(x) se pretende encontrar un polinomio de segundo grado que mejor aproxime a la función en las proximidades de cero. Para ello se necesita determinar los coeficientes del polinomio (fig. 6).

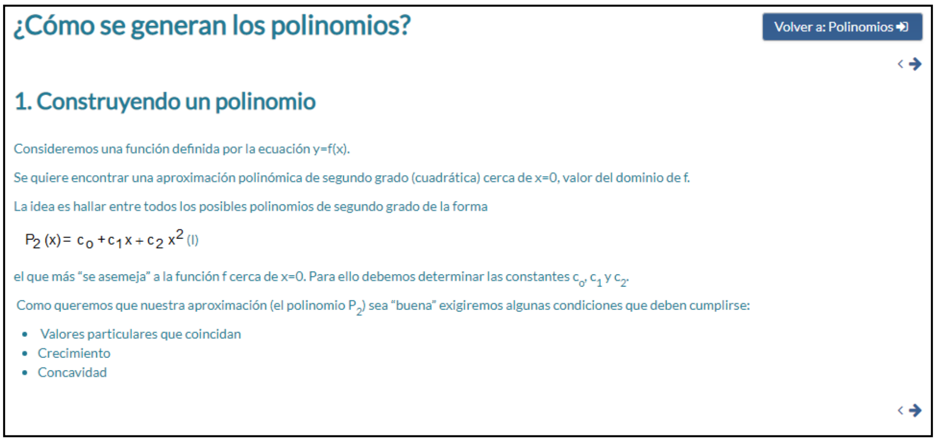


Fig 6

El desarrollo del tema se organizó de tal manera que, a partir de condiciones impuestas relativas a valores particulares, crecimiento y concavidad, se van obteniendo los coeficientes. Para que el aprendizaje resulte interactivo y participativo, en la obtención de cada coeficiente se insertaron ***cuestionarios*** en el libro, que le permitían al alumno autorregular su aprendizaje, controlando valores particulares de la función (fig 7 y 8) así como también derivadas (fig 9).

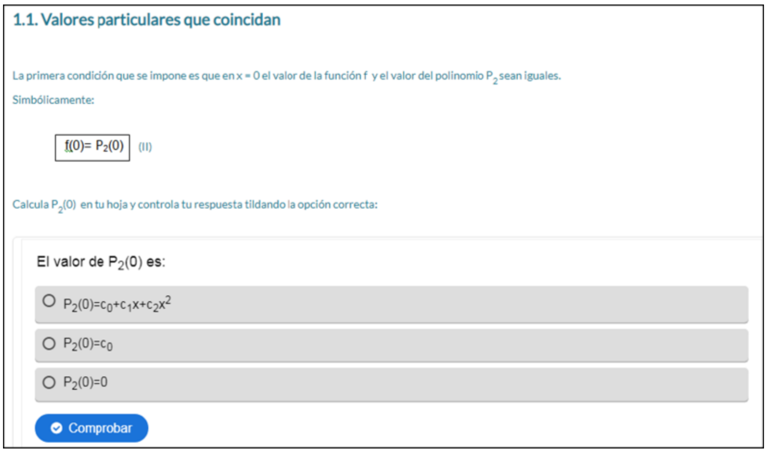


Fig.7

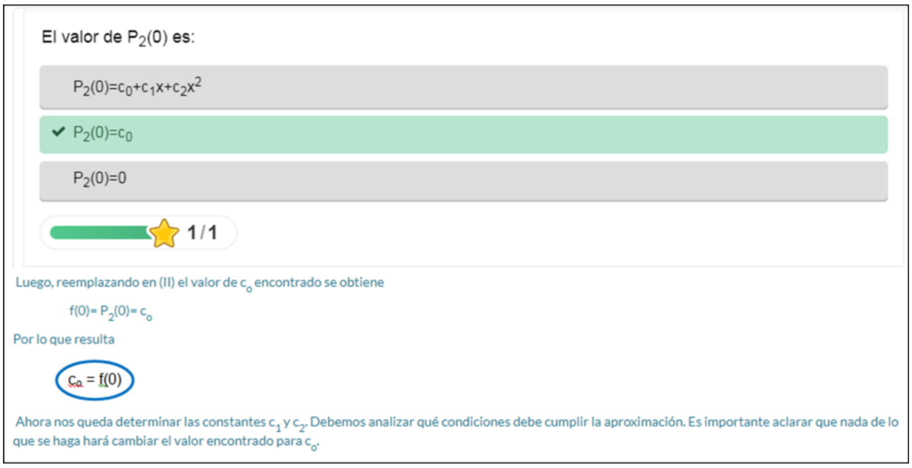


Fig.8

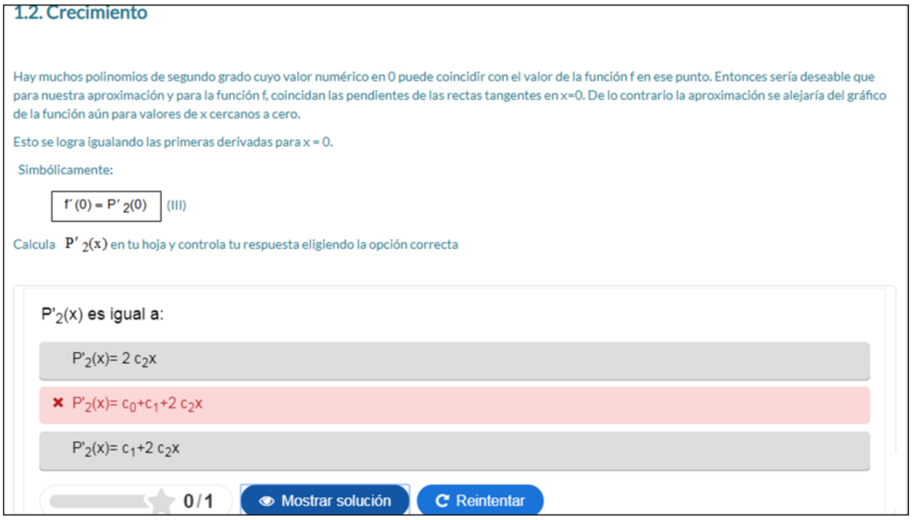


Fig 9

Una vez obtenido el polinomio de segundo grado, por analogía, se le muestra al alumno qué forma adoptaría un polinomio de tercer grado y a continuación la forma que tomaron los coeficientes del polinomio (fig 10).

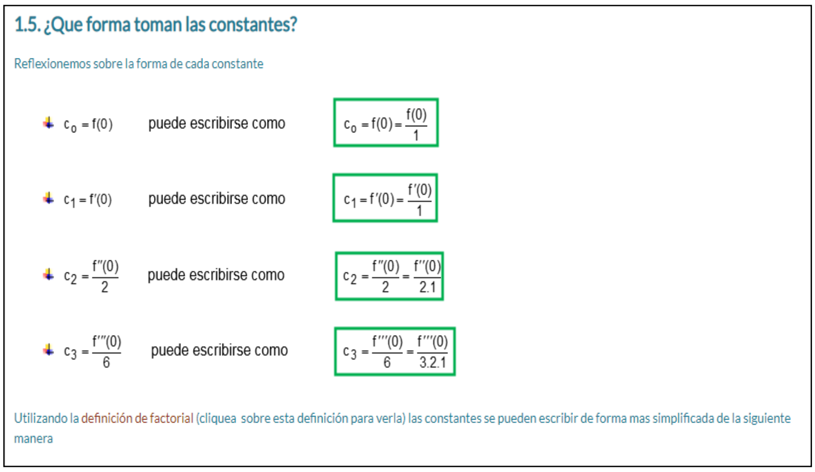


Fig 10

Aunque el módulo libro no es interactivo, existe la posibilidad de enlazar consultas, foros etc., así como de incluir objetos multimedia. Luego, siguiendo en el proceso constructivo de la fórmula del polinomio de Mclaurin mediante un video enlazado, el alumno accede a la definición de factorial de un número natural (fig 11).

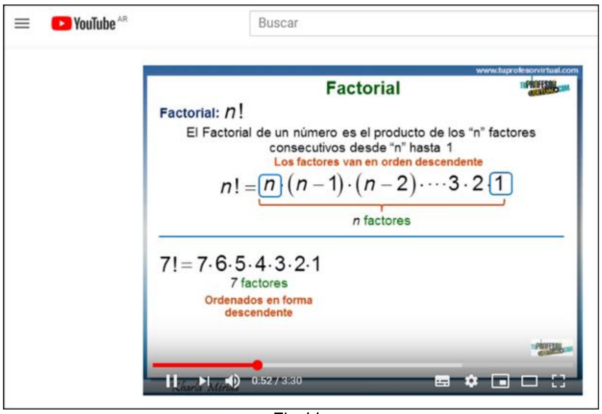


Fig 11

A partir de esta definición se muestra cómo quedarían expresados los coeficientes del polinomio y a modo de monitorear el aprendizaje de los alumnos y usando la inducción, se inserta un cuestionario para obtener un nuevo coeficiente, bajo el supuesto que el polinomio fuera de grado mayor (fig 12).

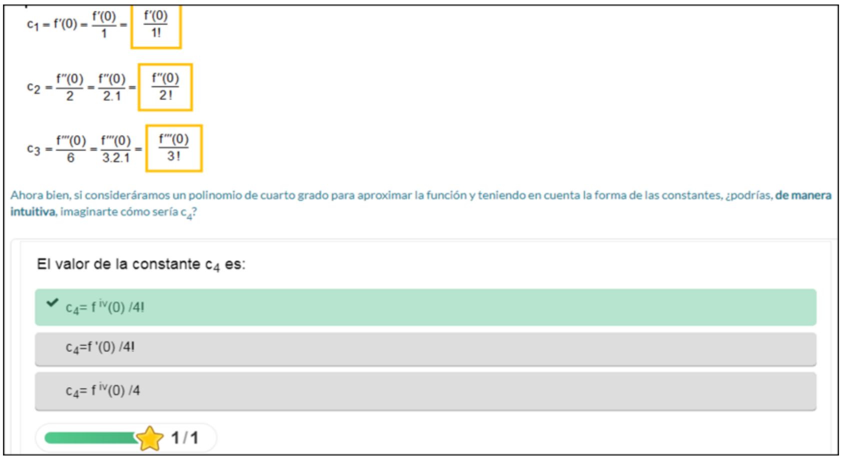


Fig 12

El libro finaliza con la presentación de un polinomio de cuarto grado y por inducción, con un polinomio de grado n

El alumno regresa a la página principal con las definiciones de los polinomios de Taylor y de Mclaurin presentadas en un archivo incrustado (fig. 13). A continuación, para afianzar lo aprendido hasta el momento, se muestra un ejemplo resuelto y con el uso del Geogebra se lo visualiza (fig 14 y 15).

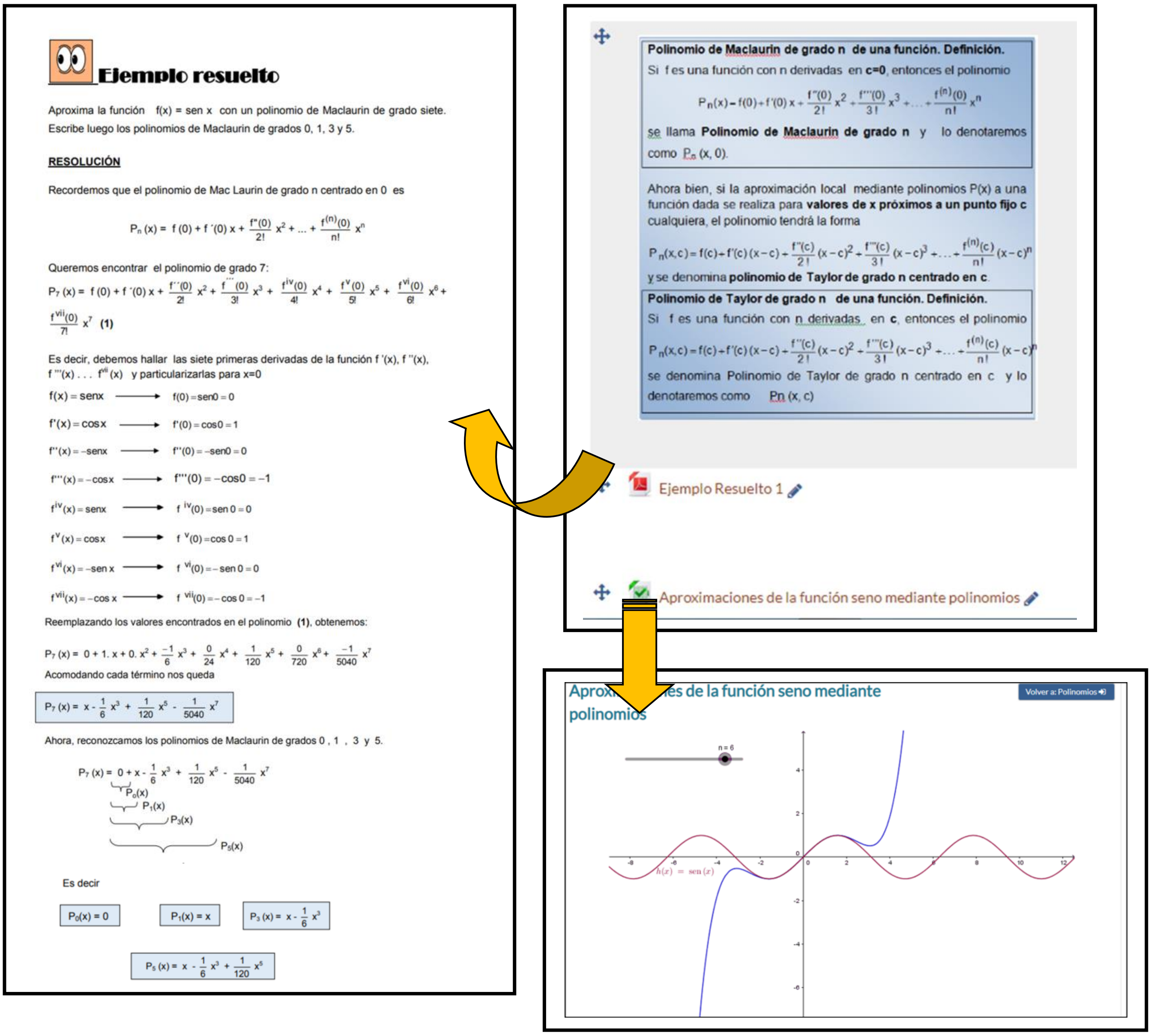


Fig 15

La sesión teórica finaliza con un archivo enlazado en el que se muestra con el ejemplo anterior la verdadera utilidad de los polinomios para obtener valores aproximados (Fig 16).

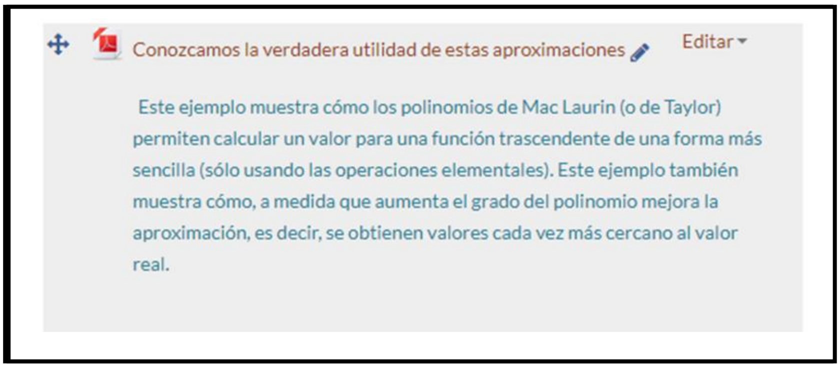


Fig 16

Fig 13

A modo de cierre de la sesión teórica se menciona, teniendo en cuenta el grupo de alumnos al que va dirigido, la importancia de tener en cuenta el error que se comete en toda aproximación. Para ello se define el *resto,* que proporciona la precisión de la aproximación.

La experiencia piloto

De acuerdo al cronograma de la asignatura, las dos clases correspondiente al tema Polinomios de Taylor y de Mclaurin (una teórica y una práctica) no se dieron en sus horarios habituales; en cambio los alumnos trabajaron en forma virtual en la sesión de estudio teórica, y en la sesión de estudio práctica que contenía ejemplos, ejercicios y aplicaciones sobre el tema. La experiencia incluyó un taller presencial, posterior al trabajo en el aula virtual, en el que el alumno tuvo el rol principal y el docente fue un mero orientador de este proceso. Los alumnos trabajaron en grupos de 5 a 7 estudiantes, desarrollando ejercicios diferentes cada grupo para luego presentarlos a sus compañeros en una puesta en común.

Reflexiones finales

La experiencia se llevó a cabo en la forma determinada de acuerdo al proyecto y para evaluarla se consideró no sólo el rendimiento académico en el tema Polinomios de Taylor y Maclaurin en el segundo parcial de la asignatura, sino también las apreciaciones sobre su implementación, es decir, si los alumnos se habían sentido motivados al estudiar en la plataforma, qué opinaban de la presentación de los contenidos, si les había gustado la forma de trabajo propuesta, etc. Conocer estos puntos de vista permitirá analizar los aspectos positivos de esta metodología y descubrir inconvenientes con el propósito de extenderla a otros temas.

Referencias Bibliográficas

- ALEMANY, Dolores (2007): “Blended learning: modelo virtual –presencial de aprendizaje y su aplicación en entornos educativos”. Actas del I Congreso Internacional Escuela y TIC. Disponible en http://www.dgde.ua.es/congresotic/public_doc/pdf/31972.pdf
- ATIENZA, David (2005): “Bricolaje informático para profesores de ELE”. Actas del I Congreso Internacional de FIAPE “El español, lengua de futuro”. Disponible en http://www.mepsyd.es/redele/biblioteca2005/fiape/atienza.pdf
- BARTOLOMÉ, Antonio (2008): “Web 2.0 and new learning paradigms”. eLearning Papers, nº. 8 Disponible en http://www.elearningeuropa.info/files/media/media15529.pdf
- LINAREJOS, Alisa (2008): El profesor facilitador del AVE en la modalidad semipresencial en los centros Cervantes (memoria de máster). Disponible en http://www.mepsyd.es/redele/Biblioteca2008/AlisaLinarejos/Memoria.pdf
- MERCAU DE SANCHO, S. (2012). *Una propuesta de guía didáctica para favorecer el trabajo independiente a través de actividades prácticas del Cálculo Diferencial en carreras a distancia del área de Ciencias Económicas*. (Tesis de Maestría, no publicada). Universidad Nacional de Tucumán. Argentina.
- PABLO SEGOVIA, G. de (2011). Propuesta de aplicación del Blended Learning a la enseñanza del español de la banca, en Memoria de Máster en Enseñanza de Español como Lengua Extranjera. Universidad de Cantabria – Fundación Comillas. Disponible en https://www.educacionyfp.gob.es/educacion/mc/redele/biblioteca-virtual/numerosanteriores/2011/memoriamaster/1-trimestre/gustavodepablo.html
- LLORENTE, M. y CABERO, J. 2008. Del e-Learning al Blended Learning: nuevas acciones educativas. Disponible en https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2566563

PREMIO CARBAJO

181 MODELIZANDO HETEROCEDASTICIDAD EN MERCADOS DE CAPITALES EMERGENTES: EL CASO ARGENTINO.

Auza, Joaquín ; Larre, Tomás Francisco

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Predicción de Volatilidad - E-GARCH – Apalancamiento – Heterocedasticidad Condicionada

Resumen

El propósito de este trabajo es modelizar el patron de volatilidad presente en la serie histórica de retornos del principal índice del Mercado de Valores de Buenos Aires (MERVAL) entre el primero de enero del 2013 y el sexto de junio de 2016, empleando la familia de modelos híbridos ARIMA - GARCH. Se realiza un estudio de literatura econométrica enfocada a la modelización de índices bursátiles para otras economías emergentes. Se verifican las condiciones para el empleo de esta familia de modelos. El análisis confirma la presencia de asimetría y efecto apalancamiento por los que se utilizan modelos asimétricos E – GARCH y GJR – GARCH, tanto con distribución Normal como con distribución *t – Student*. Se estiman de forma iterativa modelos para distintos órdenes de las especificaciones mencionadas. Para la selección de modelos dentro de la muestra se recurre al Criterio de Información de Schwarz. Se somete los modelos estimados a una secuencia de pruebas de hipótesis a fin de garantizar el cumplimiento de las siguientes propiedades: la captura de todo componente sistemático del proceso, inexistencia de sesgo de signos y magnitud, y estabilidad de los parámetros. Posteriormente se emplean observaciones fuera de la muestra con el fin de evaluar su poder de pronóstico. Finalmente se constata que el E – GARCH ~ *t* (1, 1), con modelos de media ARMA (2,0) y ARMA (2,1), resulta superior dentro de la muestra y su capacidad predictiva no resulta significativamente inferior a la de otros modelos estimados. Estos resultados son consistentes con la literatura econométrica y financiera consultada.

1. Introducción

El estudio de la volatilidad (grado de fluctuación del precio de un activo entre dos momentos en el tiempo) está fuertemente asociado al riesgo de mercado y cobra mayor importancia en el análisis de series cuya estimación puntual (pronóstico) es poco satisfactoria. Una primera aproximación para el pronóstico de los retornos a través del análisis univariado de la serie de tiempo son los procesos ARIMA. Sin embargo, estos no son capaces de capturar y modelizar la variabilidad en la volatilidad. Se recurre, entonces, a modelos de volatilidad variable de la familia ARCH, propuestos por Engle (1982) y ampliados por Bollerslev (1986). Para contemplar la asimetría en la volatilidad (apalancamiento) se consideraron tanto la familia E-GARCH, propuesta por Nelson (1991), como el modelo GJR-GARCH propuesto por Glosten, Jagannathan, y Runkle (1993). En esta investigación se aplican los mencionados métodos estadísticos para modelizar la volatilidad futura del principal índice del Mercado de Valores de Argentina (MERVAL), en búsqueda del modelo que mejor describa y prediga las futuras realizaciones. El trabajo se organiza de la siguiente manera: primeramente, se exhibe una revisión de la literatura referente al análisis estadístico de series financieras. Luego, se desarrolla el marco teórico y metodológico del estudio. Posteriormente se presenta el análisis econométrico de la serie y, por último, se exponen las conclusiones.

2. Revisión de la Literatura

El trabajo de Engle y Bollerslev sobre la familia ARCH se transformó en la base del modelado de volatilidad, con importante implicancia en la industria financiera. La popularidad de estos modelos se basa en su capacidad para realizar predicciones certeras sobre la volatilidad (Andersen y Bollerslev, 1998) que, a pesar de su simpleza, no son superadas con facilidad por otros modelos más complejos (P. R. Hansen y Lunde, 2005). No obstante, el planteo original si presentaba ciertas limitaciones, en primer lugar, su incapacidad para capturar el efecto apalancamiento que presentan algunos mercados o activos, algo también observado por Hansen y Lunde. Soluciones para este problema fueron propuestas, entre otros, a través de los modelos E-GARCH y GJR-GARCH.

En cuanto a la aplicación del enfoque mencionado para el análisis de series de tiempo de activos financieros en economías emergentes la literatura resulta diversa, tanto por las metodologías aplicadas como por la ubicuidad geográfica. van Dijk (2003), encontró en su análisis comparativo de los modelos de la familia GARCH para los mercados de valores de Argentina, Brasil, Chile, México, Corea, Malasia, Filipinas, Taiwán y Tailandia entre enero de 1998 y diciembre de 2002, incidencia significativa de apalancamiento y demostró la superior capacidad predictiva del modelo E-GARCH. Wiphatthananthakul y Sriboonchitta (2010) calcularon el Índice de Volatilidad de Tailandia (VIX) realizando un análisis comparativo de modelos ARMA-GARCH, E-GARCH, GJR-GARCH y P-GARCH. Sus conclusiones demuestran la persistencia de un efecto asimétrico estadísticamente significativo para todos los modelos, pero sin efecto apalancamiento. A su vez concluyeron que el mejor modelo según el criterio de Akaike sería el ARMA-PGARCH, mientras que el E-GARCH resultó superior siguiendo el criterio bayesiano de Schwartz. Sin embargo, siguiendo los criterios MAPE y RSME hallaron al GJR-GARCH como aquél que mejor se ajustaba. Sinha (2012), por su parte, realizó un análisis de la volatilidad presente en los retornos históricos de los dos principales índices nacionales de India (BSE y NSE). Su aporte demuestra que la utilización de los modelos E-GARCH y GJR-GARCH proporciona un mejor ajuste relativo al modelo GARCH original generalizado por Bollerslev. Además, comprobó la presencia de autocorrelación y asimetría negativa en los retornos diarios, así como la persistencia de los shocks en el tiempo. Ugurlu, Thalassinos, Muratoglu, y cols. (2012) realizaron un análisis de la aplicación de los modelos tipo GARCH para la modelización de la volatilidad de los retornos de los mercados de valores de Bulgaria, República Checa, Polonia, Hungría y Turquía, considerados emergentes en finanzas. Su investigación evidencia la presencia de efecto ARCH en todos los casos exceptuando a Bulgaria. Andersson y Haglund (2015) se propusieron investigar cuál de los modelos usados para la proyección del *Value at Risk* (VaR) - GARCH, GJR-GARCH y E-GARCH - resulta más apropiado y con qué distribución (Normal o *t - Student*) para el *forecast* de siete índices internacionales. Concluyendo que el E-GARCH (1,1) resulta el modelo más apropiado para dicho propósito, si se considera una distribución *t - Student*, sugiriendo que el mejor desempeño ha de atribuirse a la inclusión del efecto del apalancamiento juntamente con la mejor captura del efecto de la curtosis presente en su muestra. Finalmente, Kannadhasan, Thakur, Aramvalarthan, y Radhakrishnan (2018), en su estudio de la presencia y el patrón de agrupamiento de la volatilidad y el apalancamiento para el Índice NIFTY50 entre 1996 y 2015 demostraron como la modelización mediante un GARCH (1,1) resultó la estructura más apropiada para predecir la performance futura de dicho índice. A modo de síntesis, el aporte de Engle dio lugar a una ingente variedad de estudios para series financieras que se propusieron detectar y desarrollar metodologías acordes a las particularidades de las mismas.

3. Marco Teórico Modelos

3.1 Modelos ARIMA

Sea $y(\omega.t), t \in T, \omega \in$ una sucesión de variables aleatorias observadas y ordenadas en el tiempo, si $T \in N_0$, se dice que se trata de un proceso estocástico de tiempo discreto. Un proceso es débilmente estacionario, u estacionario de orden dos, si posee media constante y momento de orden dos finito y constante, y su función de autocovarianzas $\gamma_k = cov(y_t, y_{t+|k|})\ \forall t\ \forall k$. Cualquier proceso estocástico débilmente estacionario admite la descomposición de la forma $Y_t = D_t + X_t$, donde D es un proceso puramente determinístico, combinación lineal de las realizaciones pasadas del proceso, y X es una combinación de shocks aleatorios incorrelacionados (Wold y cols., 1948). Wold introdujo el concepto pero su aplicación práctica se logró recién a través de la metodología derivada por Box y Jenkins (1970). Una representación ARMA *(p,q),* se forma como una combinación lineal de sus *p* realizaciones pasadas y sus *q* innovaciones pasadas:

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q} \ (1)$$

El caso más general de estas representaciones contempla la presencia de *d* raíces unitarias, las cuales se eliminan diferenciando la serie, obteniéndose una representación ARIMA (*p,d,q*):

$$\nabla^d y_t = \delta + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \nabla^d y_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \epsilon_{t-j} \ (2)$$

3.2 Modelos ARCH, GARCH, E-GARCH y GJR-GARCH

La especificación de Engle para la modelización de la volatilidad en presencia de heterocedasticidad condicionada parte de:

$$\epsilon_t = \sigma_t\, \omega_t; \omega_t \sim i.i.d\ N(0,1) \quad / \quad E(\epsilon_t^2) \mid \mathcal{F}_{t-1} = \sigma_t^2 \ (3)$$

donde $\mathcal{F}_{t-1}$ es el conjunto de información al momento t. Ergo, la varianza condicional $[\sigma_t^2 = Var(y_t \mid \mathcal{F}_{t-1})\,]$ bajo un modelo ARCH (r) es:

$$\sigma_t^2 = \mu + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad \forall \mu > 0; \alpha_i \geq 0 \ (4)$$

Bollerslev presentó una generalización en la cual modeliza σ_t^2 incluyendo realizaciones pasadas de ϵ_t, quedando así definidas las ecuaciones para un modelo GARCH*(r,s):*

$$\sigma_t^2 = \mu + \textstyle\sum_{i=1}^{r} \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad \forall\, \mu > 0; \quad \alpha_i \geq 0; \quad \beta_i \geq 0 \ (5)$$

Un modelo GARCH exponencial -denotado E-GARCH *(r,s)*- busca capturar el efecto asimétrico en la volatilidad. En él, $g(\omega_t)$ debe ser función del signo y la magnitud de ϵ_t, por lo que se la define como una combinación lineal de ω_ty $|\omega_t|$. Entonces, la varianza condicional se representa:

$$ln(\sigma^2) = \mu + \sum_{i=1}^{r} \beta_i \left(\Theta \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \gamma_i \left(\left| \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - E\left(\left| \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| \right) \right) \right) + \sum_{j=1}^{s} \alpha_j\, ln(\sigma_{t-j}^2) \quad (6)$$

donde Θ y γ son constanteas reales y no ambas cero, α es una constante que representa el efecto magnitud o de simetría en el modelo, γ representa la asimetría ($\gamma = 0$ significa un modelo simétrico), tal que un valor $\gamma > 0$ implica que las innovaciones positivas son más desestabilizantes que las negativas y viceversa, β y μ son secuencias no estocásticas reales, β representa la persistencia. El modelo presentado por Glosten, Jagannathan y Runkle -GJR- considera la asimetría en el proceso a través de la variable dummy S_t^-, que toma los valores 1 si $\epsilon_t < 0$ y 0 si $\epsilon_t \geq 0$. Se captura la diferencia en σ^2 producto del signo que toman los residuos, y se cuantifica la asimetría a través del parámetro γ. De modo tal que la ecuación para el GJR-GARCH *(r,s)* es:

$$\sigma_t^2 = \mu + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^{r} S_{t-i}^- \gamma_i \, \epsilon_{t-i}^2 \quad (7)$$

Por último, dado que el peso de las colas de la distribución de las innovaciones del proceso de media puede no ser capturado por una distribución normal, se trabaja también con la distribución *t*. De este modo, se tiene:

$$\epsilon \sim t - student;\ f(\epsilon_t, v, \sigma^2) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left((v-2)\sigma_t^2\right)^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{\epsilon_t^2}{(v-2)\sigma_t^2}\right)^{-\frac{v+1}{2}};\ v > 2 \quad (8)$$

Donde *v* son los grados de libertad. El desarrollo de las funciones de verosimilitud, así como los algoritmos para la estimación de los parámetros para los modelos precedentes se puede encontrar detallado por Casas Monsegny y Cepeda Cuervo (2008).

3.3 Pruebas de volatilidad asimétrica

La serie de pruebas propuestas por Engle y Ng (1993), conocidas como pruebas de sesgo de signo y magnitud brindan información para determinar la suficiencia de un modelo GARCH simétrico, o la necesidad de utilizar uno asimétrico. En primer lugar, se define V_t como el cociente entre el residuo estandarizado del modelo de media y la raíz de la varianza estimada. La prueba de *sesgo de signo* se centra en el impacto diferenciado que las innovaciones positivas y negativas tienen en la volatilidad, y que no se haya capturado por el modelo.

La prueba de *sesgo de signo* se centra en el impacto diferenciado que las innovaciones positivas y negativas tienen en la volatilidad y que no se haya capturado por el modelo. Las pruebas de sesgo de magnitud negativo y positivo refieren a los efectos no capturados por el modelo generados por innovaciones pequeñas y grandes, negativas y positivas, respectivamente. Los efectos pueden comprobarse individualmente mediante *tests t* que evalúen la significatividad de los parámetros *b* sobre regresiones individuales *o* de forma conjunta a través de una prueba F, sobre una regresión múltiple definida como:

$$V_t^2 = b_0 + b_1 D_t^- + b_2 D_t^- \epsilon_{t-1} + b_3 (1 - D_t^-) \epsilon_{t-1} + \nu_t \qquad (9)$$

4. Análisis Econométrico

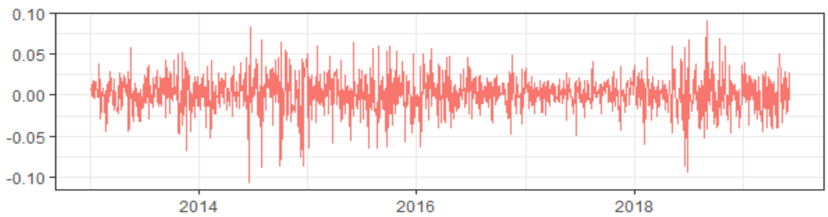


Figura 1. Serie de los retornos logarítmicos.

La serie consta de 1557 observaciones obtenidas de *Yahoo Finance,* comprendidas entre el 1◦ de enero de 2013 y el 6◦ de junio de 2019. La información de interés es el precio de cierre de cada día. En base a esta serie se obtienen los retornos logarítmicos ($r_t = ln(\frac{P_t}{P_{t-1}})$) que conforman la serie cuyas características se busca modelizar. Esta fue dividida en un segmento de 779 observaciones para la estimación del modelo (*Training Set*), y unas 778 observaciones restantes (*Validation Set*) para la evaluación del pronóstico.

Se comprobó que la serie de los retornos logarítmicos cumpliera con las dos condiciones iniciales para la modelización de la volatilidad mediante modelos GARCH. La estacionariedad de la serie se verificó mediante una combinación de análisis gráfico y pruebas de hipótesis (todas realizadas considerando un α del 5 %).

Se efectuó la prueba de Dickey-Fuller aumentada (Said y Dickey, 1984) y se rechazó la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria ($\tau = -28.38, vc_{\alpha=5\%} = 0.146$). El resultado de la prueba ADF se complementó con la prueba de KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, y Shin, 1992) empleando una hipótesis nula de estacionariedad en tendencia y en media. Para ninguna de las dos alternativas se pudo rechazar H_0 ($\tau = 0.023, vc_{\alpha=5\%} = 0.146\ y\ \mu = 0.1452, vc_{\alpha=5\%} = 0.463$). En base a estos resultados empíricos se concluye que no hay evidencia de no estacionariedad. En segundo término se procedió a verificar que existiera agrupamiento de la volatilidad en el proceso. A este fin, se realizó el *test* de Multiplicadores de Lagrange descripto por Engle, con una hipótesis nula de inexistencia de efecto ARCH, la cual se rechaza ($\chi^2 = 146.71$, *p-valor* = 0). Hay indicios gráficos y empíricos de correlación tanto en el valor absoluto como en el cuadrado de las observaciones. De este modo, quedan verificadas las condiciones necesarias para modelizar utilizando la familia de modelos de heterocedasticidad condicionada.

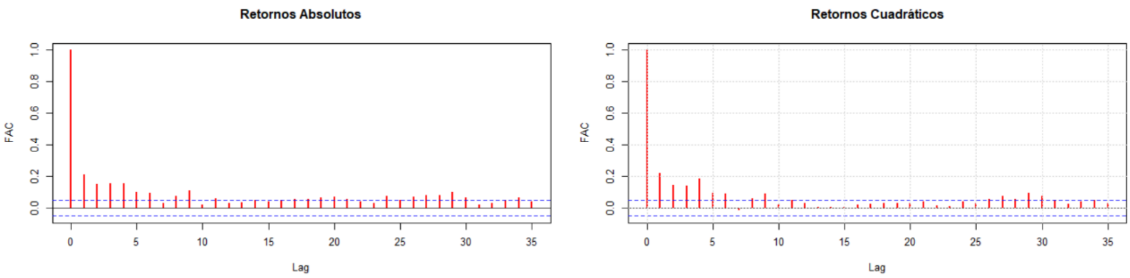


Figura 2. Correlogramas para los retornos absolutos y cuadráticos.

5. Selección de modelos

Se especificaron dentro de la muestra las combinaciones posibles de modelos híbridos ARMA-GARCH, ARMA-E-GARCH y ARMA-GJR-GARCH de orden p,q,r y s desde (0, 0, 1, 0) hasta (2, 2, 4, 4) asumiendo innovaciones con distribución normal y con distribución *t − Student,* contabilizando 720 modelos. Los modelos dentro de la muestra fueron seleccionados y jerarquizados mediante a su bondad de ajuste utilizando el criterio SIC. Se verificó que los modelos de varianza estimados lograran capturar todo componente sistemático, para lo cual se realizó un *test* Q de Ljung-Box sobre sus residuos a fin de establecer la incorrelación de los mismos, y la inexistencia de efecto ARCH. También se constató que los parámetros cumplan con la restricción de no negatividad (para las especificaciones GARCH y GJR-GARCH) y que su suma no supere la unidad. Por último, se practicaron las pruebas de sesgo de signo y magnitud que revelaron la necesidad de optar por modelos asimétricos. Entre estos, el análisis mostró que los modelos E-GARCH logran capturar la asimetría de manera más efectiva que los GJR-GARCH, y que la distribución *t – Student,* ajusta mejor a los datos dentro de la muestra. Para la totalidad de modelos se realizó un *rolling-forecast* a 1 período y se obtuvo el MSE.

(p,q)-(r,s)	Especificación	SIC	MSE
(2,0)-(1,1)	E-GARCH-t	-4.726569064	5,28543667873296e−7
(2,1)-(1,1)	E-GARCH-t	-4.724281102	5.27114690769544 e−7

Tabla 1. Mejores modelos por Scharz: Especificación del modelo, distribución de los residuos, SIC, MSE y MAE para el modelo de varianza.

(p,q)-(r,s)	Especificación	SIC	MSE
(1,2)-(3,3)	E-GARCH-N	-4.664631918	5,23417056818824e−7
(2,1)-(2,1)	E-GARCH-N	-4.686264295	5,23728180256075e−7

.**Tabla 2.** Mejores Modelos por MSE: Especificación del modelo, distribución de los residuos, SIC, MSE y MAE para el modelo de varianza.

6. Análisis de los modelos

Parámetro	**(2,1) - (1,1)**	**(2,0) - (1,1)**	**(2,1) - (2,1)**	**(1,2) - (3,3)**
ϕ_1	-0.84101	0.069078	-0.843341	-0.955180
ϕ_2	0.10047	0.049332	0.11589	0
θ_1	0.91377	0	0.911857	1.036703
θ_2	0	0	0	0.120434
μ	-1.56762	-1.532244	-1.599649	-2.248711
α_1	-0.18351	-0.176673	-0.178615	-0.148956
α_2	0	0	0.019068	-0.142281
α_3	0	0	0	0.108786
β_1	0.79134	0.795822	0.786439	0.231797
β_2	0	0	0	0.785212
β_3	0	0	0	-0.316044
γ_1	0.27190	0.265488	0.199232	0.215436
γ_2	0	0	0.092401	0.180826
γ_3	0	0	0	0.032581

Tabla 3: Parámetros estimados para los mejores modelos dentro y fuera de la muestra.

El ARMA (2,0)-E-GARCH-t (1,1) posee un parámetro no significativo (ϕ_2). La estabilidad de estos se evalúa a través de la prueba de Nyblom-Hansen (B. E. Hansen, 1992; Nyblom, 1989), la cual no da indicios de inestabilidad ni de forma individual ni conjunta. Rechaza la hipótesis nula de la prueba de bondad de ajuste de Pearson con respecto a la distribución elegida y logra capturar la totalidad del componente sistemático de modo que no hay evidencia de correlación en sus residuos ni residuos cuadráticos. Por último, el modelo logra superar las pruebas de sesgo de signos. El ARMA(2,1)-E-GARCH-t(1,1) posee parámetros significativos. No hay indicios de inestabilidad. Tampoco presenta problemas de ajuste a la distribución elegida de acuerdo a la prueba $\chi 2$ de Pearson. No hay asimetría no capturada por el modelo. El ARMA(1,2)-E-GARCH-N (3,3) posee dos parámetros no significativos ($\beta 1$ y $\gamma 3$), ningún parámetro inestable y logra capturar la asimetría de acuerdo a la prueba de sesgo de signos, así como no existe evidencia de correlación en sus residuos ni residuos cuadráticos. El ARMA(2,1)-E-GARCH-N(2,1), posee un parámetro no significativo ($\varphi 2$), aunque no presenta inestabilidad de acuerdo a la prueba de Nyblom y Hansen. Está correctamente especificado en términos de capturar la asimetría y de incorrelación de sus residuos.

A continuación se evalúa la diferencia en la capacidad predictiva del ARMA(2,1)-E-GARCH-t(1,1) y aquella de los mejores modelos en cuanto a predicción fuera de la muestra. Se utiliza la siguiente forma funcional para la diferencia relativa:

$$DR = \frac{MSEa - MSEb}{MSEa} \quad (10)$$

Donde *MSEa* es la métrica para el mejor modelo de acuerdo al criterio SIC, y *MESb* es la métrica para el modelo con mejor capacidad predictiva. Al comparar la capacidad predictiva del ARMA(2,0)-E-GARCH-t(1,1) y el El ARMA(1,2)-E-GARCH-N(3,3) se obtiene un valor de DF 0.009699503, y al comparar con el ARMA(2,1)-E-GARCH-N(2,1) se obtiene un valor de 0.00911086. Al comparar el El ARMA(2,1)-E-GARCH-t(1,1) con el El ARMA(1,2)-E-GARCH-N(3,3), el valor es de 0.007014857, y de 0.006424618 al compararlo con el ARMA(2,1)-E-GARCH-N(2,1). Los resultados obtenidos no son significativos, es decir que la capacidad predictiva de los modelos elegidos por criterio SIC no es significativamente inferior a la de los modelos que mejor predicen de acuerdo al criterio MSE.

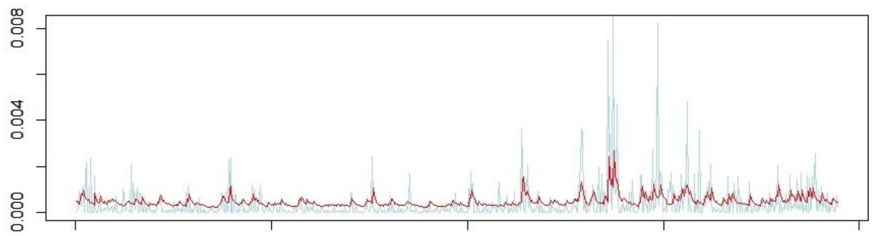


Figura 3. Volatilidad pronosticada (rojo) para el ARMA(2,1)-E-GARCH-t(1,1) contra retornos cuadráticos (azul) .

7. Conclusiones

Este trabajo modelizó la volatilidad de los retornos para la serie del Merval entre el primero de enero de 2013 y el sexto de junio del 2019, utilizando modelos ARMA-GARCH, E-GARCH y GJR-GARCH.

Los resultados de la investigación constatan la existencia de heterocedasticidad condicionada y asimetría en la volatilidad lo cual justifica la necesidad del empleo de modelos asimétricos. La superior performance de los modelos E-GARCH ~ t (1,1) dentro de la muestra queda constatada, juntamente con el hallazgo de que su poder predictivo fuera de la muestra no es significativamente inferior al de otros modelos evaluados. Estas observaciones se condicen con los resultados de estudios similares para otros índices bursátiles obtenidos por Sinha, van Dijk y Wiphatthananthakul y Sriboonchitta.

La investigación se limitó a un conjunto y familia de modelos con distribuciones normales y *t-Student*. A futuro, resulta pertinente expandir el estudio de la volatilidad a otras distribuciones de error, emplear modelos multivariados o recurrir a modelos de volatilidad estocástica.

Referencias

Andersen, T. G., y Bollerslev, T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. International economic review, 885–905.

Andersson, O., y Haglund, E. (2015). Financial econometrics: A comparison of garch type model performances when forecasting var.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics, 31 (31), 307-327.

Box, G., y Jenkins, G. (1970). Time series analysis-forecasting and control. san francisco: Holden day. 553 p.

Casas Monsegny, M., y Cepeda Cuervo, E. (2008). Modelos arch, garch y egarch: aplicaciones a series financieras. Cuadernos de economía, 27(48), 287–319.

Engle, R. F., y Ng, V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. The journal of finance, 48(5), 1749–1778.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., y Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. The journal of finance, 48(5), 1779–1801.

Hansen, B. E. (1992). Testing for parameter instability in linear models. Journal of policy Modeling, 14 (4), 517–533.

Hansen, P. R., y Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a garch (1, 1)? Journal of applied econometrics, 20(7), 873–889.

Kannadhasan, M., Thakur, B. P. S., Aramvalarthan, S., y Radhakrishnan, A. (2018). Modelling volatility in emerging capital market: The case of indian capital market. Academy of Accounting and Financial Studies Journal, 22(1), 1–11.

Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P., y Shin, Y. (1992). Testing the null

hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? Journal of econometrics, 54 (1-3), 159–178.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. Econometrica, 59(2), 347–370.

Nyblom, J. (1989). Testing for the constancy of parameters over time. Journal of the American Statistical Association, 84(405), 223–230.

Said, S. E., y Dickey, D. A. (1984). Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. Biometrika, 71 (3), 599–607.

Sinha, B. (2012). Determining historical volatility in emerging markets using advanced garch models. Available at SSRN 2140647.

Ugurlu, E., Thalassinos, E., Muratoglu, Y., y cols. (2012). Modeling volatility in the stock markets using garch models: European emerging economies and turkey. En Annual international meeting for international conference on applied business and economics, nicosia, cyprus.

van Dijk, D. (2003). Forecasting emerging equity market volatility using nonlinear garch models. IFAC Proceedings Volumes, 36(16), 221–226.

Wiphatthananthakul, C., y Sriboonchitta, S. (2010). The comparison among arma-garch,-egarch,-gjr, and-pgarch models on thailand volatility index. The Thailand Econometrics Society, 2(2), 140–148.

Wold, H. O., y cols. (1948). On prediction in stationary time series. The Annals of Mathematical Statistics, 19(4), 558–567.

CURSOS y TALLERES

130 KAHOOT: APRENDER JUGANDO

FERRARINI, Gabriela; MOSQUEDA, Daniel Luis; PINATTI, Ana Belén; RAMIREZ, Miguel;

SALAJ, Carlos Javier; ZALAZAR, Laura Cristina

Universidad Nacional del Nordeste - Facultad de Ciencias Económicas

gabriela_ferrarini@hotmail.com - danielmosqueda50@yahoo.com.ar - abpinatti@yahoo.com.ar -

miguesebaramirez@gmail.com - jvrs09@gmail.com - laurazalazar@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras claves: kahoot, gamificación, aprendizaje, juego

Resumen

La gamificación en educación permite motivar a los estudiantes a aprender mediante el uso de videojuegos y elementos de juego en el entorno de aprendizaje. El objetivo es maximizar el placer y el compromiso a través de la captura del interés de los estudiantes y alentarlos a continuar con el aprendizaje. Kahoot es una herramienta para gamificar el aula y hacer que los estudiantes aprendan divirtiéndose. Existen varios modos para aplicarla, uno es aprovechar los cuestionarios y *quizs* ya existentes y otra, crear un kahoot personalizado en función de los objetivos del docente. El juego consiste en hacer una serie de preguntas de opción múltiple. El formato y el número de preguntas se puede personalizar añadiendo vídeos, imágenes y diagramas a las preguntas para captar la atención del alumno. Esta aplicación se juega mejor en grupo, por ejemplo, en una clase. El aprendizaje social promueve la discusión y el impacto pedagógico, ya sea que los jugadores pueden estar en la misma sala o al otro lado del globo. Después de un juego, se puede animar a los jugadores a crear y compartir sus propios kahoot para profundizar en su comprensión y dominio, así como para participar en discusiones dirigidas por sus compañeros. Los jugadores responden las preguntas en sus propios teléfonos celulares o en sus computadoras, mientras que los juegos se muestran en una pantalla compartida para unificar el juego. El uso de kahoot es sencillo, funciona en cualquier dispositivo con conexión a Internet. Para los jugadores, no es necesario tener una cuenta o iniciar sesión para participar en un juego. Iniciar una conversación o reforzar conocimientos, introducir nuevos temas o animar el trabajo en equipo, son algunas de las muchas maneras de utilizar kahoot en la clase de matemática.

Objetivos

Capacitar a los asistentes en:

- Conceptos básicos de la gamificación.
- Conocer las ventajas del aprendizaje a través del juego grupal.
- Aprender a jugar y programar juegos con kahoot en la clase de matemática.
- Analizar los resultados del juego.

Programa Analítico

Aplicación de kahoot en la clase. Manejo y programación de juegos en kahoot. Cuestionarios en kahoot. Resultados del juego.

Metodología

El dictado de este curso comprenderá una parte práctica y una parte teórica. En un primer momento, los asistentes tomarán el rol de los estudiantes y responderán un cuestionario a través de la App Kahoot en sus propios celulares. En una segunda etapa, con el uso de las computadoras, los asistentes deberán crear un cuestionario y dirigir el juego desde su rol docente. Finalmente, se expondrá cómo analizar los resultados obtenidos por los estudiantes.

Cronograma

	Actividad	Tiempo destinado (en minutos)
Primer día	Juego con kahoot	20
	manejo y programación en Kahoot	40
	Creación de un juego entre los asistentes	40
	Jugar con el kahoot creado	20
Segundo día	Manejo y análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes	20
	Creación de un juego por grupos de dos o tres asistentes de temas diferentes	60
	Elección de uno de esos cuestionarios y juego del mismo.	20
	Análisis de resultados	20
Total	--	240

Recursos

- Gabinete de computación con acceso a internet.
- Pantalla
- Marcadores y/o tizas.

Bibliografía

Alba, E., Moreno, L. y Ruiz, M. (2015). The Star System apps to bridge educational gaps: Kahoot!, Screencast y tableta gráfica. ABACUS- Educar para transformar: Aprendizaje experiencial , XII Jornadas

Internacionales de Innovación Universitaria,791-799. Recuperado de: http://abacus.universidadeuropea.es/handle/11268/44934

Espeso P. (2018). Paso a paso: cómo crear un Kahoot! para usar en clase. *Educación 3.0.* Disponible en https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/tutorial-crear-un-kahoot-para-clase/40146.html

Kahoot una herramienta para gamificar el aula y hacer que los alumnos aprendan divirtiéndose (2018). *Universo Abierto*. Disponible en https://universoabierto.org/2018/02/12/kahoot-es-una-una-herramienta-para-gamificar-el-aula-y-hacer-que-los-alumnos-aprendan-divirtiendose/

Rodríguez-Fernández, L. (2017). Smartphones y aprendizaje: el uso de Kahoot en el aula universitaria. *Revista Mediterránea de Comunicación/Mediterranean Journal of Communication, 8*(1), 181-190. https://www.doi.org/10.14198/MEDCOM2017.8.1.13

154 ACERTIJOS DE LÓGICA Y DEDUCCIÓN: UNA INTRODUCCIÓN AL MÉTODO CIENTÍFICO

Lazzari Luisa L.
IIEP-BAIRES - Facultad de Ciencias Económicas - Universidad de Buenos Aires
luisalazzari@gmail.com

Especialidad: Educación matemática

Palabras clave: acertijos, lógica, deducción, método científico

Resumen

Los acertijos de naturaleza lógica se diferencian de las adivinanzas por el hecho de que no incluyen juegos de palabras, suposiciones implícitas ni afirmaciones deliberadamente engañosas. Se diferencian de otro tipo de problemas matemáticos porque la clave de su solución reside más en el razonamiento lógico que en los conocimientos que se posean. Para resolver los acertijos puramente lógicos se sigue un proceso científico. A partir de datos más o menos aislados se pueden extraer algunas inferencias; pero usualmente es necesario establecer hipótesis tentativas de trabajo para llegar a una solución. La validez de estas hipótesis debe ser comprobada para asegurar su coherencia con los datos originales del problema. Si aparecen inconsistencias, las suposiciones tentativas deben descartarse hasta que aparezca un conjunto de conclusiones consistentes. Estas conclusiones deben ser comprobadas, y además determinar si solo ellas satisfacen las condiciones establecidas en el enunciado o si existen otras también aceptables. Así, por medio del proceso de establecer una hipótesis, extraer conclusiones de ellas y examinar su consistencia dentro del encuadre total del problema, se logra encontrar la solución a partir de la información proporcionada inicialmente. Y lo mismo ocurre en la ciencia. En el taller se presentarán diferentes acertijos y problemas lógicos que serán resueltos paso a paso en forma colectiva o grupal. Si bien es inherente a la naturaleza de los acertijos lógicos que su solución no pueda reducirse a un esquema fijo, se ofrecerán algunas sugerencias generales acerca de la manera en que se pueden abordar este tipo de problemas.

Planificación

Objetivos

Resolver acertijos de lógica como una introducción al método científico. Estimular la participación, la imaginación y la creatividad de los asistentes. Fomentar la solidaridad y la cooperación mediante el trabajo grupal.

Contenidos

Elementos de lógica simbólica. Acertijos y problemas de lógica y deducción. Si bien es inherente a la naturaleza de los acertijos lógicos que su solución no pueda reducirse a un esquema fijo, se ofrecerán algunas sugerencias generales para abordar este tipo de problemas. Por medio del proceso de establecer hipótesis, extraer conclusiones de ellas y examinar su consistencia dentro del encuadre total del problema se logrará encontrar la solución a partir de la información proporcionada inicialmente.

Cronograma

Se repasarán los conceptos básicos de lógica simbólica. Al inicio de cada módulo se resolverán algunos problemas en forma colectiva para mostrar el proceso científico que se sigue al buscar su solución. Posteriormente los participantes resolverán otros acertijos y problemas de lógica y deducción mediante trabajo en taller (grupal). Se discutirán las diferentes soluciones encontradas y se realizará una puesta en común de las mismas.

Metodología

Se presentará el material mediante PowerPoint y exposición dialogada. Se trabajará en pequeños grupos con técnicas de resolución de problemas. Experimentar el trabajo en taller y los métodos activos en forma grupal ayudará a enriquecer el trabajo con los distintos enfoques y aportes de los que interactúan en el grupo.

Bibliografía

Bosch, J. (1971). Introducción al simbolismo lógico. Buenos Aires: EUDEBA.

Copi, I. M. (1962). Introducción a la lógica. Buenos Aires: EUDEBA.

Enderton, H. (2001). A mathematical introduction to logic. Boston, MA: Academic Press.

Gardner, M. (1986). Miscelánea matemática. Barcelona: Salvat Editores S. A. Klimovsky, G., Boido, G. (2005). Las desventuras del conocimiento matemático, filosofía de la matemática. Una introducción. Buenos Aires: A-Z editora.

Lazzari, L. (2000). Entretenimientos didácticos de matemática. Buenos Aires: Economizarte. Mataix, M. (1979). Divertimentos lógicos y matemáticos. Barcelona: Marcombo.

Wylie, C. R. (2003). 101 Acertijos de lógica y deducción. Buenos Aires: Ediciones de Mente.

Equipo de apoyo necesario: PC con cañón de proyección

200 CURSO: MÉTODOS ESTADÍSTICOS MULTIVARIADOS

Lic. Hugo E F Oscherow. Prof. Nancy E Jagou
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Misiones
oscherow@fce.unam.edu.ar. jagou@fce.unam.edu.ar

Estadística

Palabras Claves: Técnicas de interrelación, Técnicas de clasificación, Análisis de datos, InfoStat.

Resumen

Recientemente se ha producido un gran crecimiento en el uso de las técnicas estadísticas multivariadas en todos los campos de la investigación científica. Se podrían dar muchas razones para este uso creciente, pero todos los especialistas coinciden en que son dos las más importantes.
La mayoría de las investigaciones científicas es necesario analizar relaciones simultáneas entre tres o más variables. Esto se debe a que en general, la complejidad de los fenómenos analizados hace que sean muchas las variables implicadas y que por ello las investigaciones sean necesariamente multivariadas.
El desarrollo de programas informáticos específico para la implementación de técnicas multivariadas de precio accesible como por ejemplo InfoStat[21] o directamente de uso libre como R que hacen posible el análisis y solución de problemas en los que intervienen múltiples variables.
Este curso se centrará en la presentación de algunas técnicas estadísticas multivariadas con el fin de suministrar una aproximación a las mismas y explicitar su importancia en la solución de múltiples problemas de Administración y Economía.
En el primer encuentro se analizará el alcance de los *Métodos Factoriales* (Componentes Principales y Factorial); en el segundo, se completará el análisis de interrelaciones entre variables a través del *Análisis de Correspondencia Múltiple*. Se destinará el tercer encuentro a la presentación de dos técnicas de clasificación*: Análisis de Conglomerados* y *Análisis Discriminante*.
Se trabajará con dos bases de datos y el software InfoStat para ejemplificar el uso de las diferentes técnicas presentadas.

Contenidos

Métodos Factoriales: Análisis de Componentes Principales: Objetivos. Interpretación geométrica. Correlación entre componentes principales y las variables originales. Número de Componentes a retener. Análisis Factorial: Objetivos. El modelo factorial. Obtención de los factores. Interpretación geométrica.

Análisis de correspondencias: Funcionamiento del Análisis de Correspondencias. Fundamentación. El análisis de correspondencias para múltiples variables.

Análisis de conglomerados: Medidas de similaridad para variables métricas. Formación de los grupos. Análisis Jerárquico y no jerárquico de Conglomerados. Elección entre los distintos tipos de Análisis de Conglomerados.

Análisis discriminante: Clasificación con dos grupos y una o dos variables c1asificadoras. Inferencias y cálculo de probabilidades en el análisis discriminante. Análisis discriminante con más de dos grupos.

Bibliografía

- Aldás, J. Uriel, E. (2017). Análisis Multivariante con R. Ediciones Paraninfo S.A.

[21] Di Rienzo J.A., Casanoves F., Balzarini M.G., Gonzalez L., Tablada M., Robledo C.W. InfoStat versión 2018. Centro de Transferencia InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. URL http://www.infostat.com.ar

- Hair, J.; Anderson, R.; Tatham, R.; Black, W. (1999). Análisis Multivariante. Prentice Hall. Madrid. Quinta edición.
- Pérez C. (2004) Técnicas de Análisis Multivariante de Datos. Aplicaciones con SPSS. Pearson Prentice Hall.
- Uriel E., Aldás J. (2005). Análisis Multivariante Aplicado. International Thomson Editores. España.

203 PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN CON MATHEMATICA®

Moreno Alejandro D.1 – Schvezov Carlos A.1 – Manzur Jorge O.1 – León María N. 1
Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales – UNaM 1
alejandromoreno@fceqyn.unam.edu.ar

Especialidad: Matemática aplicada

Palabras clave: Modelización, Optimización, Mathematica.

Resumen

En ciencias puras y aplicadas, la optimización de modelos matemáticos es uno de los problemas clásicos a estudiar y resolver. El interés está en la modelización de problemas reales mediante programación matemática que se propone conocer la mejor solución sujeta a las restricciones impuestas por los factores de mayor influencia. Por ejemplo, en teoría de la decisión y métodos cuantitativos cuando una empresa estudia los niveles de costo de su producción en base a los factores que intervienen en dicha producción, está interesada en poder tomar una decisión sobre las características presupuestarias que hará a los distintos factores con el fin de obtener el menor costo posible. Igualmente, podríamos plantear el problema con niveles de utilidad y ahora se buscaría obtener las imputaciones para el mayor nivel de beneficio posible. Este tipo de problemas los resuelve la optimización matemática, determinando el mayor (o menor) valor que alcanza la función objetivo y los valores que deben asumir las variables para obtener el mismo. Estos problemas clásicos del Análisis Matemático, en las distintas asignaturas equivalentes pertinentes a la carrera se resuelve desde una perspectiva tradicional usando algoritmos de "lápiz y papel", de tal modo que se realizan todos los cálculos a mano sin ayuda de un sistema algebraico computacional. El uso de software permite que el usuario se centre en mostrar sus competencias conceptuales y procedimentales sobre la temática tratada y su resolución no esté condicionada por sus problemas en la realización de operaciones y cálculos. De este modo, se concentra la atención en el razonamiento conceptual y lógico involucrados en los procesos de resolución de un problema. Por lo tanto, en el presente curso se busca despertar el interés por el conocimiento de los métodos utilizando el software Wolfram Mathematica como medio de resolución, abordando conceptualizaciones para que los participantes adquieran, comprendan y desarrollen competencias en las habilidades involucradas en el inicio de la optimización y la programación matemática, desarrollando conocimientos específicos para resolución de problemas del campo disciplinar de su interés y articulen sus potencialidades, fortalezas y dificultades en el abordaje de problemas de aplicación.

Planificación Contenidos:

Tema 1.

Modelización en PPNL (2 horas) Introducción a los problemas de programación no lineal (PPL). Modelización de situaciones problemáticas. Función objetivo. Variables de desición. Restricciones de igualdad y desigualdad. Restricciones lineales y no lineales. Región factible.

Tema 2.

Introducción a Mathematica (2 horas) Filosofía del programa. Sintaxis. Edición del notebook. Uso del Help. Representación de números, exacta y de punto flotante. Variables. Funciones incorporadas, generadas por usuario y recursivas. Representación gráficas de funciones, explicitas, implícitas, paramétricas, en 2D y 3D. Introducción a las listas y tablas. Aplicaciones. Vectores, matrices y su operatoria: manipulación de listas. Búsqueda de soluciones de sistemas lineales y no lineales. Cálculo simbólico y numérico. Ejemplos y ejercitación.

Tema 3.

Aplicaciones de Mathematica en PPL (2 horas) Introducción a PPNL en Mathematica. Optimización numérica local y global. Funciones FindMinimum, FindMaximun, Nminimize, Nmaximize, Minimize y Maximize. Métodos de solución. Algoritmos iterativos. Configuración de la tolerancia y número de iteraciones. Importación de base de datos. Formato Mathematical Programming System (MPS). Importación en forma de ecuación. Importación en forma de matriz y vector.

El curso se desarrollará en el laboratorio de Informática de la FCEQyN-UNaM, el mismo se encuadrará en el marco de la modalidad de trabajo en situación, con herramientas provenientes de software específico, donde la interactividad y la motivación grupal serán privilegiados y se tendrá en consideración en todo momento.

Se trabajarán instancias que permitan un grado de avance teórico articulado permanentemente con el desarrollo de ejercicios prácticos. Los ejemplos versarán sobre problemas que han sido previamente trabajados en los diferentes contextos que involucran los contenidos del curso.

Se intentará abordar los procesos de comprensión a través de la resolución práctica de los problemas mencionados precedentemente.

En el curso se hará uso de un cañón demostrando la utilización del software y el mismo se utilizará la versión de prueba en caso de no poseer licencia.

Bibliografía

Barrera, D., Pasadas, M.,, González, P. y Ramírez V. (1996). Matemáticas con Mathematica introducción y primeras aplicaciones. Editorial Proyecto Sur.

Wolfram, S. (2003). Mathematica book. Wolfram Media. Torrence, B. y Torrence E. (2009). The Student's Introduction to Mathematica. Cambridge University Press. Don, E. (2009). Schaum Outline’s Mathematica. McGraw-Hill.

Hoste, J. (2008). Mathematica DeMystified. McGraw-Hill.

Wagon, S. (2010). Mathematica in Action: Problem Solving Through Visualization and Computation.

SpringerVerlag. Weisstein, E.W. (2009). The CRC Encyclopedia of Mathematics. Chapman & Hall/CRC.

Shapiro, B.E. (1998). Introduction to Mathematical Modeling in Mathematica. Department of Biomathematics UCLA School of Medicine and Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology.

Zorzoli, G. (2006). Analisis Matematico Utilizando Mathematica. Omicron system.

Hollis, S. (2011). CalcLabs with Mathematica for single variable. Cenage Learning. Hollis, S. (2011). CalcLabs with Mathematica for multiples variablea. Cenage Learning.

Rose, C. y Smith, M.D. (2011). Mathematical Statistics with Mathematica. Springer Text in Statistics.

Hastings, K.J. (2001). Introduction to Probability with Mathematica. Chapman & Hall/ CRC.